

Через образующую  $AA_1$  цилиндра проведены две секущие плоскости, одна из которых проходит через ось цилиндра. Найдите отношение площадей сечений цилиндра этими плоскостями, если угол между ними равен  $\varphi$ . (Задача 532 учебника.)

Решение.

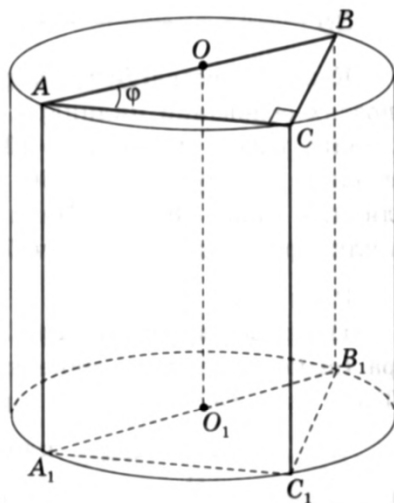
На рисунке изображены образующая  $AA_1$  и секущие  $CAA_1C_1$  и  $BAA_1B_1$ , причем плоскость  $BAA_1B_1$  проходит через ось  $_____$

1) Образующая  $AA_1$   $_____$  к плоскости  $ABC$  основания цилиндра, следовательно,  $AA_1 \perp AB$  и  $AA_1 \perp AC$ . Поэтому  $\angle BAC$  —  $_____$  угол двугранного угла, образованного секущими  $_____$ . По условию задачи  $\angle BAC = \varphi$ .

2) Так как плоскость  $BAA_1B_1$  проходит через  $_____$  цилиндра, то отрезок  $AB$  —  $_____$  основания, и поэтому  $\angle ACB = 90^\circ$ . В прямоугольном треугольнике  $ABC$  катет  $AC = AB \cos \varphi$ .

$$3) \frac{S_{CAA_1C_1}}{S_{BAA_1B_1}} = \frac{AC \cdot AA_1}{AB \cdot AA_1} = \frac{AC}{AB} = \cos \varphi$$

Ответ.  $\cos \varphi$



Плоскость, параллельная оси цилиндра, отсекает от окружности основания дугу в  $120^\circ$ . Найдите площадь сечения, если высота цилиндра равна  $h$ , а расстояние между осью цилиндра и секущей плоскостью равно  $d$ . (Задача 534 учебника.)

Решение.

Искомое сечение представляет собой  $_____$   $ABB_1A_1$  (закончите построение на рисунке).

1) По условию задачи  $AA_1 = h$ ,  $\angle ACB = 120^\circ$ . Проведем  $OH \perp AB$ , тогда  $OH = d$  — расстояние от оси до секущей плоскости. По условию задачи  $OH = d$ .

2) В равнобедренном  $AOB$  отрезок  $OH$  — высота и, следовательно,  $OH \perp AB$  и  $OH$  — медиана.

Поэтому  $AB = 2 \cdot AH$ , а так как  $\angle AOB = 120^\circ$ , то  $\angle AOH = 60^\circ$ . В прямоугольном треугольнике  $AOH$   $AH = OH \cdot \tan 60^\circ = d \cdot \sqrt{3}$ .

3) Итак,  $AB = 2 \cdot AH = 2d\sqrt{3}$ ,  $AA_1 = h$ , следовательно,  $S_{ABB_1A_1} = AB \cdot AA_1 = 2\sqrt{3}dh$ .

Ответ.  $2\sqrt{3}dh$ .

