

I.1. Алфавит и формулы алгебры высказываний

Изучение математической логики естественно начать с изучения алгебры высказываний, на которой базируются логические исчисления (исчисления высказываний, исчисления предикатов и др.). Кроме того, алгебра высказываний представляет самостоятельный интерес как основа для построения языка, описывающего некоторые дискретные устройства (контактные и электронные схемы).

Под высказыванием понимается осмысленное предложение, о котором можно говорить, что оно истинно или ложно, но ни то и другое вместе.

Таким образом, множество всех высказываний делится на два класса:

- класс, включающий истинные высказывания;
- класс, включающий ложные высказывания.

Примеры.

1. Волга впадает в Каспийское море.
2. Два больше трех.
3. Который час?

Первые два предложения являются высказываниями. Первое из них — истинно, второе — ложно. Третье предложение является вопросительным, следовательно, оно не является высказыванием.

Высказывания будем обозначать буквами латинского алфавита x, y, z, \dots , а их значения, т. е. истину и ложь, соответственно цифрами 1 и 0.

В обычной речи сложные предложения образуют из более простых с помощью союзов **и**, **или**, **если ... то ...** и др.

Примеры.

1. Светит солнце, **и** идет дождь.
2. Шесть делится на два **или** шесть делится на три.
3. **Если** контакт замкнут, **то** лампа горит.

Эти связки можно рассматривать как операции над высказываниями. В обычной речи не всегда удастся однозначно определить истинность или

ложность сложного высказывания по истинности или ложности составляющих его высказываний.

В алгебре высказываний вводят операции, которые по существу выражают связи, употребительные в обычной речи, причем истинность или ложность сложного высказывания полностью определяется истинностью или ложностью составляющих его высказываний.

Определение.1 Алфавитом алгебры высказываний называется множество вида

$$A = \{p, q, r, x, y, z, \dots, p_1, q_1, r_1, x_1, y_1, z_1, \dots, \bar{}, \wedge, \vee, \rightarrow, \sim, 0, 1, (,)\},$$

где латинскими буквами обозначены конкретные элементарные высказывания, которые назовем высказывательными переменными языка алгебры высказываний.

При необходимости употребляются также индексы из множества натуральных чисел; символы «1», «0» называются константами языка алгебры высказываний, соответственно означающими «истинно», «ложно»; « $\bar{}$ », \wedge , \vee , \rightarrow , \sim – символы, обозначающие логические операции языка, и «(,)» – вспомогательные символы.