

Практическая работа №4 «Приведение формул к совершенным нормальным формам»

Цель работы: закрепить знание о ДНФ и КНФ, сформировать умение приводить формулы алгебры логики к СДНФ и СКНФ.

Ход работы

1. Познакомиться с теоретическим материалом.
2. Сделать краткий конспект теоретического материала в рабочих тетрадях (основные понятия, определения, формулы).
3. Подготовиться к опросу по контрольным вопросам.
4. Выполнить в тетрадях для практических работ или на ПК, используя программное обеспечение, указанное в работе, задания, соответствующие вашему варианту. (Номер варианта выбирается по последней цифре в порядковом номере в списке группового журнала. Если последняя цифра «0», то выбирается вариант 10)
5. Сдать выполненную практическую работу преподавателю.

Краткие теоретические сведения

Существуют две разновидности нормальных форм – дизъюнктивные (ДНФ) и конъюнктивные (КНФ).

Элементарной конъюнкцией называется выражение, состоящее из конечного числа переменных и их отрицаний, взятых в этом выражении не более одного раза и разделенных операциями $\frac{\text{конъюнкция}}{\text{дизъюнкция}}$.

$\frac{\text{Дизъюнктивной}}{\text{Конъюнктивной}}$ *нормальной формой* (ДНФ) называется $\frac{\text{дизъюнкция}}{\text{конъюнкция}}$ конечного числа элементарных $\frac{\text{конъюнкций}}{\text{дизъюнкций}}$.

Нормальная форма называется *совершенной*, если в каждой ее элементарной дизъюнкции (конъюнкции) представлены все переменные, входящие в данную функцию (либо сами, либо с отрицанием).

Для того чтобы привести булеву функцию к совершенной нормальной форме, надо выполнить операции в следующем порядке.

- используя равносильности алгебры логики, заменить все имеющиеся операции на конъюнкцию, дизъюнкцию и отрицание;
- применяя законы де Моргана, снять отрицание с логических операций конъюнкции и дизъюнкции;
- используя распределительный и другие законы, привести функции к нормальной форме;
- используя законы идемпотентности, склеивания и др., минимизировать полученные булевы выражения;
- применяя правила операций с константами, привести минимизированные нормальные формы к совершенному виду.

Алгоритм получения СДНФ по таблице истинности:

1. Отметить те строки, в последнем столбце которых стоят 1:
2. Для каждой отмеченной строки выписать элементарные конъюнкции всех

переменных следующим образом: каждому аргументу $x_k = 1$ будет соответствовать x_k , а каждому $x_k = 0$ будет соответствовать \bar{x}_k .

3. Объедините дизъюнкцией все полученные элементарные конъюнкции.

Чтобы построить СКНФ по таблице истинности, надо взять дизъюнкцию элементарных конъюнкций, дающих значение 0 и сделать ее отрицание.

Примеры решения заданий

Пример 1. Постройте СДНФ и СКНФ по таблицы истинности для высказывания:

$$(x|\bar{y}) \rightarrow (y \oplus z)$$

Решение: Строим таблицу истинности - таблицу, с помощью которой устанавливается истинностное значение сложного высказывания при данных значениях входящих в него простых высказываний. Затем добавляем столбец и записываем в него элементарные конъюнкции.

x	y	z	\bar{y}	$(x \bar{y})$	$y \oplus z$	$(x \bar{y}) \rightarrow (y \oplus z)$	Элементарные конъюнкции
0	0	0	1	1	0	0	$\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge \bar{z}$
0	0	1	1	1	1	1	$\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z$
0	1	0	0	1	1	1	$\bar{x} \wedge y \wedge \bar{z}$
0	1	1	0	1	0	0	$\bar{x} \wedge y \wedge z$
1	0	0	1	0	0	1	$x \wedge \bar{y} \wedge \bar{z}$
1	0	1	1	0	1	1	$x \wedge \bar{y} \wedge z$
1	1	0	0	1	1	1	$x \wedge y \wedge \bar{z}$
1	1	1	0	1	0	0	$x \wedge y \wedge z$

Для получения СКНФ соединяем дизъюнкцией те элементарные конъюнкции, в которых функция принимает значение 0, и делаем их отрицание:

$$F(x, y, z) = \overline{(\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge \bar{z}) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge \bar{z})} = (x \vee y \vee z) \wedge (x \vee \bar{y} \vee \bar{z}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}).$$

Для получения СДНФ соединяем дизъюнкцией те элементарные конъюнкции, в которых функция принимает значение 1:

$$F(x, y, z) = (\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge \bar{z}) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge \bar{z}) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge \bar{z}).$$

Контрольные вопросы

1. Что такое ДНФ и КНФ?
2. Чем отличается ДНФ от СДНФ?
3. Как составить ДНФ по таблице истинности?
4. Как минимизировать ДНФ?
5. Как составить СКНФ по таблице истинности?
6. Как преобразовать ДНФ в СДНФ?
7. Как преобразовать КНФ в СКНФ?

Варианты заданий практической работы

Вариант 1

Постройте СДНФ и СКНФ по таблицы истинности для высказывания:

1. $(\bar{z} \vee y) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x})$
2. $((A \wedge B) \rightarrow A) \rightarrow A \vee B$

3. $(\bar{z} \vee y) \wedge (\bar{z} \oplus \bar{x})$

Вариант 2

Постройте СДНФ и СКНФ по таблице истинности для высказывания:

1. $((\overline{A \wedge B}) \rightarrow A) \leftrightarrow (A \vee B)$
2. $x|(y \rightarrow z) \oplus (x|y) \rightarrow (x|z)$
3. $(\bar{z} \rightarrow y) \leftrightarrow (\bar{z} \vee \bar{x})$

Вариант 3

Постройте СДНФ и СКНФ по таблице истинности для высказывания:

1. $(x|y) \rightarrow (x|z)$
2. $(\overline{A \wedge B}) \leftrightarrow (\bar{B} \oplus \bar{A}) \leftrightarrow (A \vee B) \oplus (A \oplus \bar{B})$
3. $(\bar{z} \oplus y) \leftrightarrow (\bar{z}|(y \vee \bar{x}))$

Вариант 4

Постройте СДНФ и СКНФ по таблице истинности для высказывания:

1. $(\overline{A \rightarrow B}) \leftrightarrow (\bar{B} \wedge \bar{A})$
2. $(x \wedge y) \oplus (x \wedge z) \leftrightarrow x \wedge (y \oplus z)$
3. $(\bar{z} \oplus x) \vee (\bar{z}|(y \vee \bar{x}))$

Вариант 5

Постройте СДНФ и СКНФ по таблице истинности для высказывания:

1. $((x \downarrow y) \rightarrow z) \oplus y$
2. $(x|y) \rightarrow (x|z) \oplus (\bar{z} \vee y) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x})$
3. $(\bar{z} \vee y) \rightarrow (\bar{z}|(y \vee \bar{x}))$

Вариант 6

Постройте СДНФ и СКНФ по таблице истинности для высказывания:

1. $(x \vee \bar{y}) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x})$
2. $(\overline{A \rightarrow B}) \leftrightarrow (\bar{B} \wedge \bar{A}) \oplus ((A \rightarrow B) \wedge \bar{B}) \rightarrow A$
3. $(\bar{z} \vee y) \oplus (\bar{z} \oplus \bar{x})$

Вариант 7

Постройте СДНФ и СКНФ по таблице истинности для высказывания:

1. $(\overline{z \leftrightarrow x}) \leftrightarrow (y|x)$
2. $(\overline{A \rightarrow B}) \vee (\bar{B} \wedge \bar{A}) \rightarrow ((A \rightarrow B) \wedge \bar{B}) \oplus A$
3. $(\bar{z} \vee x) \leftrightarrow (\bar{z}|(y \vee \bar{x}))$

Вариант 8

Постройте СДНФ и СКНФ по таблице истинности для высказывания:

1. $((A \vee B) \wedge B) \rightarrow \bar{A}$
2. $x|(y \rightarrow z) \leftrightarrow (x|y) \vee (x|z)$
3. $(\bar{z} \leftrightarrow y) \leftrightarrow (\bar{z}|(y \oplus \bar{x}))$

Вариант 9

Постройте СДНФ и СКНФ по таблице истинности для высказывания:

1. $(\overline{(x|\bar{y}) \oplus (z \rightarrow \bar{x})})$
2. $(\overline{A \rightarrow B}) \vee (\bar{B} \wedge \bar{A}) \leftrightarrow ((A \rightarrow B) \oplus \bar{B}) \vee A$
3. $((A \vee B) \oplus \bar{B}) \rightarrow A$

Вариант 10

Постройте СДНФ и СКНФ по таблице истинности для высказывания:

1. $(A \vee B \wedge \bar{A}) \rightarrow \bar{A}$
2. $(x \wedge y) \vee (x \wedge z) \rightarrow x \oplus (y \vee z)$
3. $(x \vee \bar{y}) \rightarrow \overline{(z \leftrightarrow \bar{x})}$

Критерии оценки результата

Процент результативности (от набранного количества баллов)	Качественная оценка уровня	
	Балл (отметка)	Вербальный аналог
90 – 100 %	5	отлично
80 – 89 %	4	хорошо
70 – 79 %	3	удовлетворительно
менее 70 %	2	неудовлетворительно