

«МОУ СОШ №14»

Реферат

Правильные многогранники

**Выполнил ученик 101 группы:
Собачкин Павел**

Губаха, 2012

Содержание:

1. Введение	2
2. Платоновы тела	3
- формула Эйлера, числовые характеристики Платоновых тел	5
- золотая пропорция в икосаэдре и додекаэдре	5
- космология Платона	7
3. Изготовление правильных многогранников	9
- «Рождение» великого физика Д.К.Максвелла	9
- Развертки правильных многогранников	9
- Способы плетения	10
- Еще один способ изготовления многогранников	11
4. Многогранники в искусстве	19
5. Заключение	20
6. Список литературы	21

Введение:

Человек проявляет интерес к многогранникам на протяжении всей своей сознательной деятельности – от двухлетнего ребёнка, играющего деревянными кубиками, до зрелого математика. Особый интерес к правильным многоугольникам и правильным многогранникам связан с красотой и совершенством формы. Они довольно часто встречаются в природе. Достаточно вспомнить форму снежинок, граней кристаллов, ячеек в пчелиных сотах. Из правильных многоугольников можно складывать не только плоские фигуры, но и пространственные. Древними греками исследовались также и многие геометрические свойства платоновых тел; (с плодами их изысканий можно ознакомиться по 13-й книге *Начал* Евклида ((см. также ГЕОМЕТРИЯ)). Изучение платоновых тел и связанных с ними фигур продолжается и поныне. И хотя основными мотивами современных исследований служат красота и симметрия, они имеют также и некоторое научное значение, особенно в кристаллографии. Кристаллы поваренной соли, тиауантиниды натрия и хромовых квасцов встречаются в природе в виде куба, тетраэдра и октаэдра соответственно. Икосаэдр и додекаэдр среди кристаллических форм не встречаются, но их можно наблюдать среди форм микроскопических морских организмов, известных под названием радиолярий.

Где возможно увидеть многогранники – эти удивительные тела? В очень красивой книге немецкого биолога начала нашего века Э. Геккеля «Красота форм в природе» можно прочесть такие строки: «Природа вскармливает на своем лоне неисчерпаемое количество удивительных созданий, которые по красоте и разнообразию далеко превосходят все созданные искусством человека формы». Форму многогранников придумал не сам человек, ее создала сама природа. Создания природы красивы и симметричны. Это неотделимое свойство природной гармонии.

Правильные многогранники с древних времен притягивали ученых и философов своей неповторимостью. Их изучением занимались Евклид, Платон, Декарт, Архимед, Пуансо, Кеплер и многие другие. И сейчас спустя 2 тысячелетия, многих привлекает красота и симметрия правильных многогранников.

Данная работа посвящена правильным многогранникам, а именно икосаэдру и октаэдру. В связи с этим были поставлены следующие цели и задачи:

- Более подробно, чем в школе познакомиться с Платоновыми телами и выяснить сколько звездчатых форм имеет икосаэдр и октаэдр;
- Собрать информацию об икосаэдре и октаэдре;
- Установить связь икосаэдра и октаэдра с природой;
- Изготовить развертки некоторых звездчатых форм, изготовить их модели.
- Расширить математический кругозор.

Введём понятие многогранника:

МНОГОГРАННИК - часть пространства, ограниченная совокупностью конечного числа плоских многоугольников, соединенных таким образом, что каждая сторона любого многоугольника является стороной ровно одного другого многоугольника (называемого смежным), причем вокруг каждой вершины существует ровно один цикл многоугольников. Эти многоугольники называются гранями, их стороны – ребрами, а вершины – вершинами многогранника.

Есть выпуклые и невыпуклые, правильные и неправильные многогранники. Мы обратим внимание на правильные, а значит выпуклые, тела.

Что такое правильный многогранник? **Правильным** называется такой многогранник, все грани которого равны (или конгруэнтны) между собой и при этом являются правильными многоугольниками. Существует **только пять** выпуклых правильных многогранников, причём их гранями могут быть только три типа правильных многоугольников: *треугольники, квадраты и пентагоны (правильные пятиугольники)*. В «Началах Евклида» дано строгое тому доказательство.

Платоновы тела

Эти многогранники принято называть **Платоновыми телами** (Рис. 1), названными так в честь древнегреческого философа Платона, который использовал их в своей *космологии*.

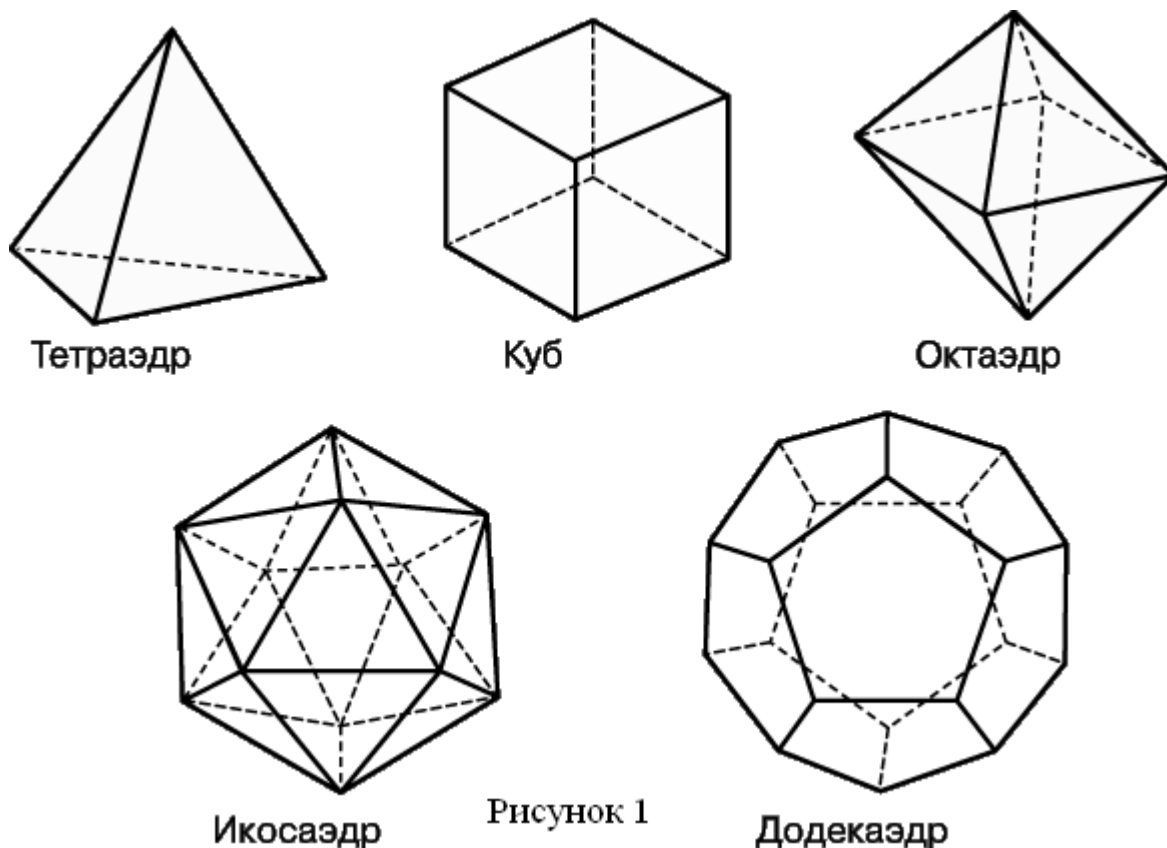
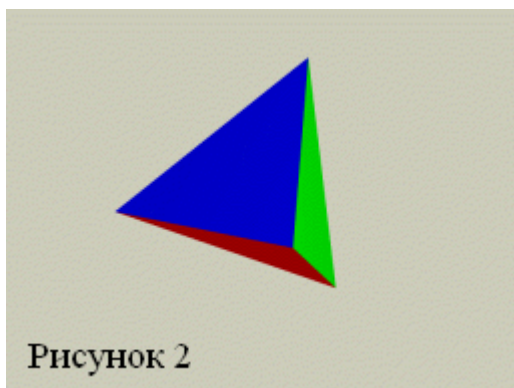
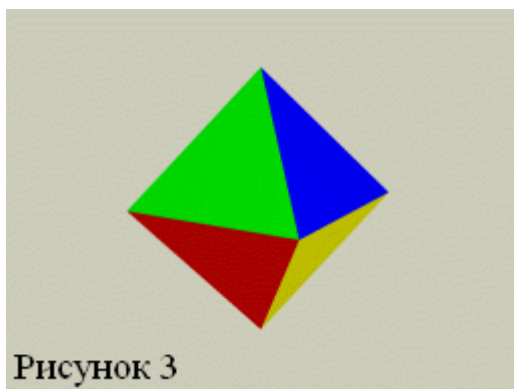


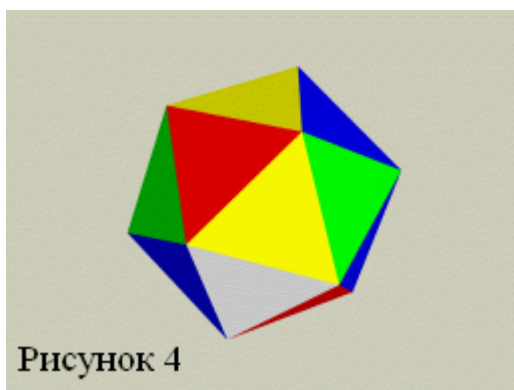
Рисунок 1



Мы начнем наше рассмотрение с *правильных многогранников*, гранями которых являются *равносторонние треугольники*. Первый из них – это *тетраэдр* (Рис. 2). В тетраэдре три равносторонних треугольника встречаются в одной вершине; при этом их основания образуют новый равносторонний треугольник. Тетраэдр имеет наименьшее число граней среди Платоновых тел и является трехмерным аналогом плоского правильного треугольника, который имеет наименьшее число сторон среди правильных многоугольников.

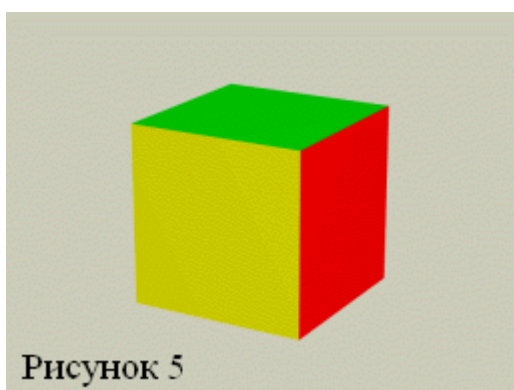


Следующее тело, которое образуется равносторонними треугольниками, называется *октаэдром* (Рис. 3). В октаэдре в одной вершине встречаются четыре треугольника; в результате получается пирамида с четырехугольным основанием. Если соединить две такие пирамиды основаниями, то получится симметричное тело с восемью треугольными гранями – *октаэдр*.

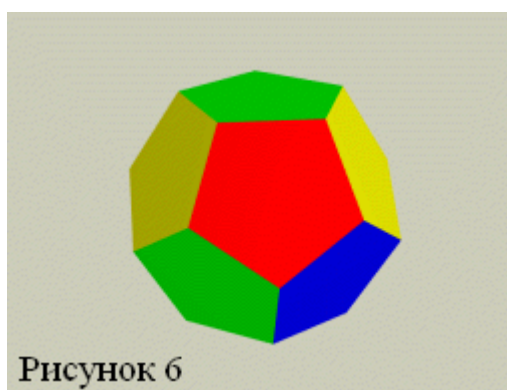


Теперь можно попробовать соединить в одной точке пять равносторонних треугольников. В результате при дальнейшем соединении треугольников получится фигура с 20 треугольными гранями – *икосаэдр* (Рис. 4).

Следующая правильная форма многоугольника – *квадрат*. Если соединить три квадрата в одной точке и затем добавить еще три, мы получим совершенную форму с шестью гранями, называемую *гексаэдром* или *кубом* (Рис. 5).



Наконец, существует еще одна возможность построения правильного многогранника, основанная на использовании следующего правильного



многоугольника – *пентагона*. Если собрать 12 пентагонов таким образом, чтобы в каждой точке встречалось три пентагона, то получим еще одно Платоновое тело, называемое *додекаэдром* (Рис.6).

Следующим правильным многоугольником является *шестиугольник*. Однако если соединить три шестиугольника в одной точке, то мы получим поверхность, то есть *из*

шестиугольников нельзя построить объемную фигуру. Любые другие правильные многоугольники выше шестиугольника не могут образовывать тел вообще. Из этих рассуждений вытекает, что существует **только пять** правильных многогранников, гранями которых могут быть **только равносторонние треугольники, квадраты и пентагоны**.

Существуют удивительные геометрические связи между всеми правильными многогранниками. Так, например, *куб и октаэдр дуальны*, т.е. получаются друг из друга, если центры тяжести граней одного принять за вершины другого и обратно. Аналогично дуальны *икосаэдр и додекаэдр*. *Тетраэдр* дуален сам себе. Додекаэдр получается из куба построением «крыш» на его гранях (способ Евклида), вершинами тетраэдра являются любые четыре вершины куба, попарно не смежные по ребру, то есть из куба могут быть получены все остальные правильные многогранники. Сам факт существования всего пяти действительно правильных многогранников удивителен — ведь правильных многоугольников на плоскости бесконечно много!

Формула Эйлера, числовые характеристики Платоновых тел

Основными числовыми характеристиками Платоновых тел является число сторон грани m , число граней, сходящихся в каждой вершине, число граней Γ , число вершин B , число ребер P и число плоских углов U на поверхности многогранника. Эйлер открыл и доказал знаменитую формулу:

$$B - P + \Gamma = 2.$$

Эта формула связывает числа вершин, ребер и граней любого выпуклого многогранника. Числовые характеристики Платоновых тел приведены в следующей таблице:

Числовые характеристики Платоновых тел

Многогранник	Число сторон грани, m	Число граней, сходящихся в вершине, n	Число граней (Γ)	Число вершин (B)	Число ребер (P)	Число плоских углов на поверхности (U)
Тетраэдр	3	3	4	4	6	12
Гексаэдр (куб)	4	3	6	8	12	24
Октаэдр	3	4	8	6	12	24
Икосаэдр	3	5	20	12	30	60
Додекаэдр	5	3	12	20	30	60

Золотая пропорция в икосаэдре и додекаэдре

Икосаэдр и двойственный ему додекаэдр (Рис. 4, 6) занимают особое место среди Платоновых тел. Прежде всего, необходимо подчеркнуть, что геометрия икосаэдра и додекаэдра непосредственно связана с золотой пропорцией. Действительно, гранями додекаэдра являются пентагоны, т.е. правильные пятиугольники, основанные на золотой пропорции. Если внимательно посмотреть на икосаэдр, то можно увидеть, что в каждой его вершине сходится пять треугольников, внешние стороны которых образуют пентагон.

Существуют глубокие математические подтверждения фундаментальной роли, которую играет золотая пропорция в икосаэдре и додекаэдре. Известно, что эти тела имеют **три специфические сферы**. Первая (внутренняя) сфера вписана в тело и касается его граней. Обозначим радиус этой внутренней сферы через R_i . Вторая или средняя сфера касается его ребер. Обозначим радиус этой сферы через R_m . Наконец, третья (внешняя) сфера описана вокруг тела и проходит через его вершины. Обозначим ее радиус через R_c . Значения радиусов этих сфер для додекаэдра и икосаэдра, имеющих ребро единичной длины, выражается через золотую пропорцию:

Золотая пропорция в сферах додекаэдра и икосаэдра

	R_c	R_m	R_i
Икосаэдр	$\frac{1}{2}\tau\sqrt{3-\tau}$	$\frac{1}{2}\tau$	$\frac{1}{2}\frac{\tau^2}{\sqrt{3}}$
Додекаэдр	$\frac{\tau\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\tau^2}{2}$	$\frac{\tau^2}{2\sqrt{3-\tau}}$

$$\frac{R_c}{R_i} = \frac{\sqrt{3(3-\tau)}}{\tau}$$

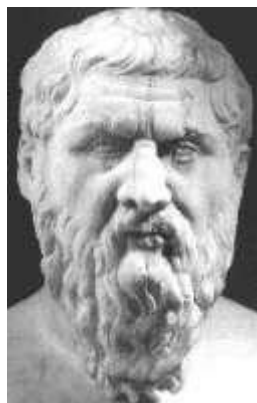
Заметим, что отношение радиусов $\frac{R_c}{R_i} = \frac{\sqrt{3(3-\tau)}}{\tau}$ одинаково как для икосаэдра, так и для додекаэдра. Таким образом, если додекаэдр и икосаэдр имеют одинаковые вписанные сферы, то их описанные сферы также равны между собой.

Известны и другие соотношения для икосаэдра и додекаэдра, подтверждающие их связь с золотой пропорцией. Например, если взять икосаэдр и додекаэдр с длиной ребра, равной единице, и вычислить их внешнюю площадь и объем, то они выражаются через золотую пропорцию:

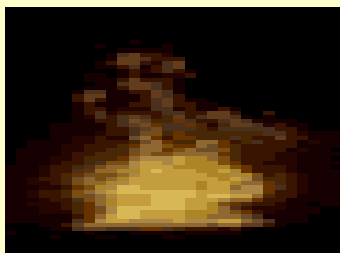
Золотая пропорция во внешней площади и объеме икосаэдра и додекаэдра

	Икосаэдр	Додекаэдр
Внешняя площадь	$5\sqrt{3}$	$\frac{15\tau}{\sqrt{3-\tau}}$
Объем	$\frac{5\tau^5}{6}$	$\frac{5\tau^3}{2(3-\tau)}$

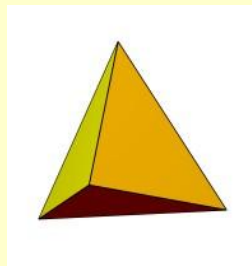
Космология Платона



ОГОНЬ



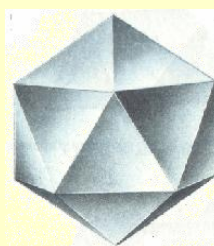
ТЕТРАЭДР



ВОДА



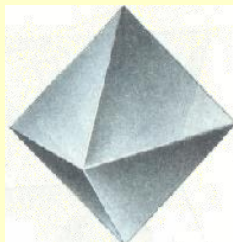
ИКОСАЭДР



ВОЗДУХ



ОКТАЭДР





Рассмотренные выше правильные многогранники получили название *Платоновых тел*, так как они занимали важное место в философской концепции Платона об устройстве мироздания.

Четыре многогранника олицетворяли в ней четыре сущности или «стихии». **Тетраэдр** символизировал **Огонь**, так как его вершина устремлена вверх; **Икосаэдр** — **Воду**, так как он самый «обтекаемый» многогранник; **Куб** — **Землю**, как самый «устойчивый» многогранник; **Октаэдр** — **Воздух**, как самый «воздушный» многогранник. Пятый многогранник, **Додекаэдр**, воплощал в себе «все сущее», «Вселенский разум», символизировал все мироздание и считался **главной геометрической фигурой мироздания**.

Таким образом, представление о «сквозной» гармонии бытия древние греки связывали с ее воплощением в Платоновых телах. Влияние знаменитого греческого мыслителя Платона сказалось и на Началах Евклида. Интересно, что они («Начала») начинаются описанием построения правильного треугольника и заканчиваются изучением пяти Платоновых тел. Заметим, что Платоновым телам посвящена заключительная, то есть, 13-я книга Начал Евклида. Кстати, этот факт, то есть размещение теории правильных многогранников в заключительной книге Начал Евклида, дал основание древнегреческому математику Проклу, который был комментатором Евклида, выдвинуть интересную гипотезу об истинных целях, которые преследовал Евклид, создавая свои Начала. Согласно Проклу, Евклид создавал их не с целью изложения геометрии как таковой, а чтобы дать полную систематизированную теорию построения «идеальных» фигур, в частности пяти Платоновых тел, попутно осветив некоторые новейшие достижения математики!

Изготовление правильных многогранников

3.1 «Рождение» великого физика Д.К.Максвелла

Однажды обыкновенный английский мальчик Джеймс, увлекшись изготовлением моделей многогранников, написал в письме к отцу: «... я сделал тетраэдр, додекаэдр и ещё два эдра, для которых не знаю правильного названия». Эти слова ознаменовали рождение в пока ничем не примечательном мальчике великого физика Джеймса Кларка Максвелла (**Приложение 3**). Думаю, что и вас, и ваших родных увлечёт изготовление моделей геометрических тел.



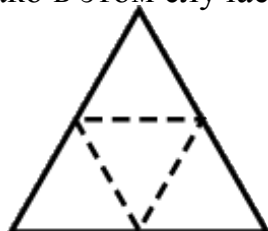
Д. К. Максвелл

Кроме традиционных ёлочных украшений (хлопушек и фонариков) можно изготовить геометрические игрушки. Это модели правильных многогранников, сделанные из цветной бумаги. Ведь их форма – это образец совершенства! Совершенство форм, красивые математические закономерности, присущие правильным многогранникам, явились причиной того, что им приписывались различные магические свойства и все пять геометрических тел издавна были обязательными спутниками волшебников и звездочётов. И если потрудиться над их изучением и изготовлением, то наверняка они доставят радость и удовольствие, а возможно принесут и удачу.

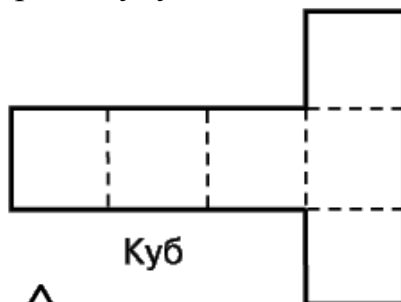
3.2 Развёртки правильных многогранников

Одним из способов изготовления правильных многогранников является способ с использованием так называемых развёрток.

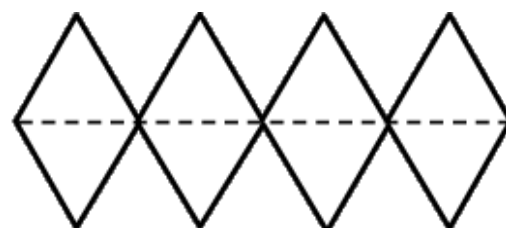
Если модель поверхности многогранника изготовлена из гибкого нерастяжимого материала (бумаги, тонкого картона и т. п.), то эту модель можно разрезать по нескольким рёбрам и развернуть так, что она превратится в модель некоторого многоугольника. Этот многоугольник называют развёрткой поверхности многогранника. Для получения модели многогранника удобно сначала изготовить развёртку его поверхности. При этом необходимыми инструментами являются клей и ножницы. Модели многогранников можно сделать, пользуясь одной разверткой, на которой будут расположены все грани. Однако в этом случае все грани будут одного цвета.



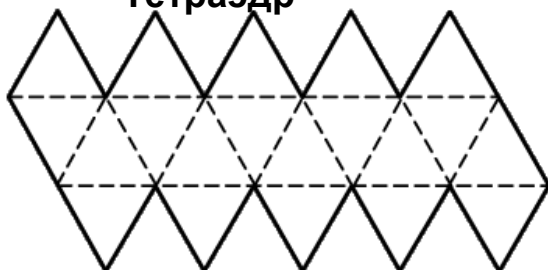
Тетраэдр



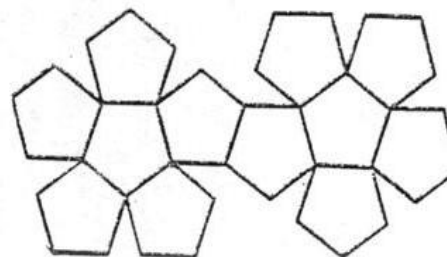
Куб



Октаэдр



Икосаэдр



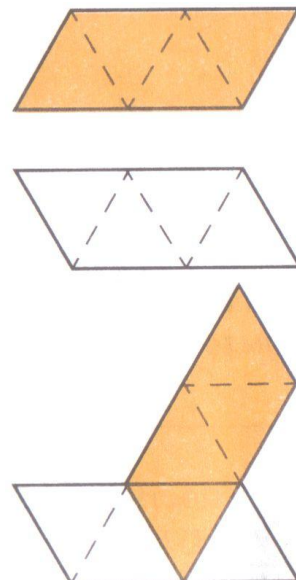
Додекаэдр

3.3 Способ «плетения»

Кроме изготовления многогранников с помощью развёрток есть ещё один способ, при котором они сплетаются из нескольких полосок бумаги. Без применения клея модель приобретает жёсткую структуру после того, как будет заправлен последний кусочек бумаги.

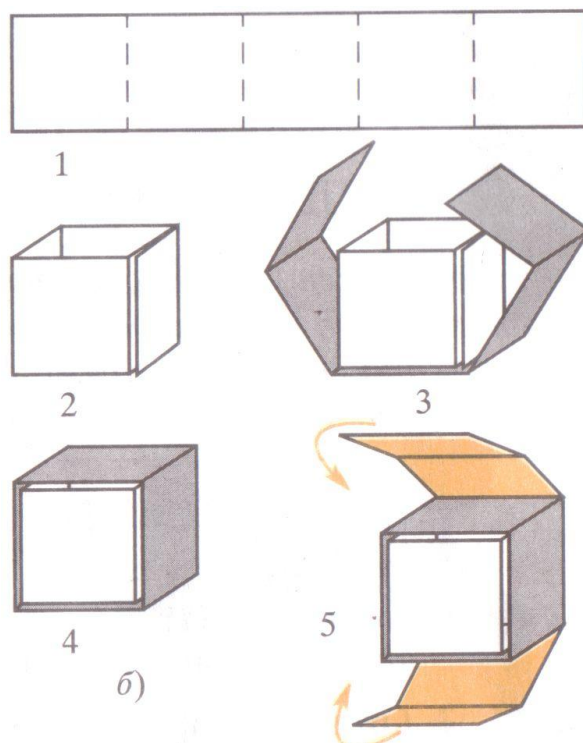
Для того чтобы сплести тетраэдр, нужно:

1. Согните и разогните каждую из полосок по пунктирным линиям, чтобы образовались сгибы – “овраги”.
2. Наложите цветную полоску на белую.
3. Сложите из белой тетраэдр так, чтобы цветной треугольник оказался внутри него, затем оберните цветной полоской две грани тетраэдра и оставшийся треугольник вставьте в щель между двумя белыми треугольниками.



Плетём куб:

1. Вырежьте три полоски: белую, чёрную, красную.
2. Сложите белую полоску.
3. Оберните её чёрной полоской.
4. Получим куб, у которого передняя и задняя грани белые, остальные – чёрные.
5. Третью полоску (красную) пропустите сзади куба в щель между белой и чёрной полосками, согните и конечные квадраты также пропустите в щель между передней белой гранью и чёрной полоской.



то у получившегося куба противоположные грани одинакового цвета. Этот способ интересен тем, что любые две полоски не зацеплены одна с другой, а все три зацеплены.

Возможно, при виде моделей многогранников кто-нибудь спросит: «Какая от них польза?» На это можно ответить так: «А разве всё красивое полезно?»

3.4 Ещё один способ изготовления многогранников

Для изготовления моделей многогранников можно воспользоваться рекомендациями, данными в книге М. Винниджера «Модели многогранников». «Автор этой книги, заражая своим энтузиазмом читателя, даёт ему ясные и четкие указания о том, как изготовить модели различных многогранников. Объяснения проиллюстрированы фотографиями моделей из собрания автора – возможно, наиболее полного в настоящее время. Но фотографии не в состоянии передать всего великолепия самих моделей. Наиболее сложные «курносые» модели не только крайне трудны в изготовлении, но и весьма декоративны. Это ли не превосходный пример родства истины и красоты!» – отмечает в предисловии к книге Г.С.М. Кокстер.

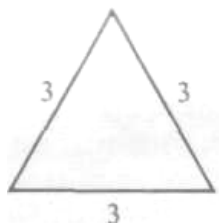
М. Винниджер отмечает: «Время, которое я затратил на изготовление моделей невыпуклых однородных многогранников, в существенной степени зависело от характера модели. Так, на простейшие из них требовалось не более трех-четырех часов, а в среднем же приходилось затрачивать восемьдесят часов, а некоторые сложные модели занимали двадцать-тридцать часов. Две модели отняли у меня свыше сотни часов каждая. Теперь, когда работа завершена, я, пожалуй, соглашусь с тем, что ее объем поразил и меня. Но китайская пословица гласит: «Если ты собираешься пройти тысячу ли, начни с того, что сделай первый шаг». За первым шагом последует другой, и вскоре красота открывшихся взору путника видов заставит его забыть о трудностях пути».

Прежде чем приступить к изготовлению многогранников ниже приведённым способом, необходимо познакомиться с общими рекомендациями.

(Приложение 4).

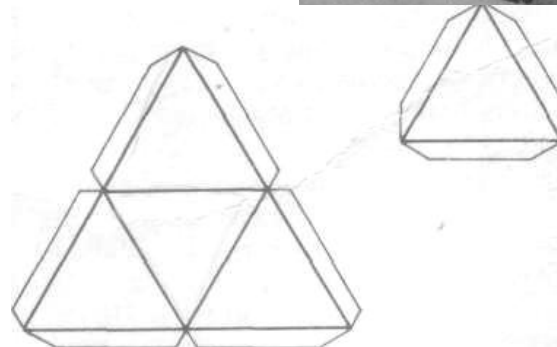
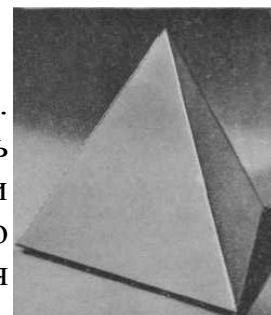
3.4.1 Тетраэдр

Все четыре грани тетраэдра – равносторонние треугольники. Четыре – это наименьшее число граней, отделяющих часть трёхмерного пространства. Тем не менее, тетраэдр обладает многими свойствами, характерными для однородных многогранников. Все его грани суть правильные многоугольники, причём каждая отделяется ребром в точности от одной грани. Все многогранные углы тетраэдра также равны между собой. Если нужно сделать модель тетраэдра разноцветной, следует приготовить развертки для каждого типа грани в виде отдельного многоугольника. Для этого понадобится всего один трафарет в виде равностороннего треугольника.

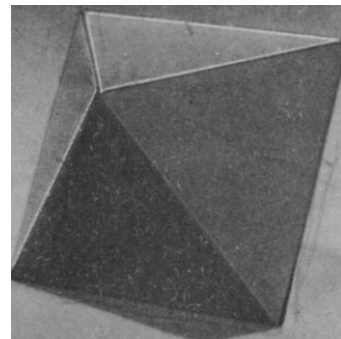


Необходимо сделать четыре заготовки разного цвета – например, Ж, С, О и К. При этом нужно оставить наклейки с каждой стороны, как показано на рисунке.

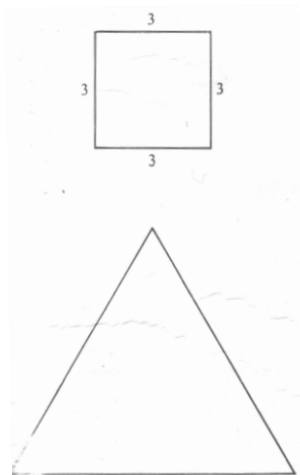
Теперь склеиваем все четыре заготовки вместе, затем соединяем несклеенные боковые грани и склеиваем вначале только две из них между собой. Затем накладываем клей на оставшиеся наклейки и приклеиваем последнюю грань, как бы закрывая коробку.



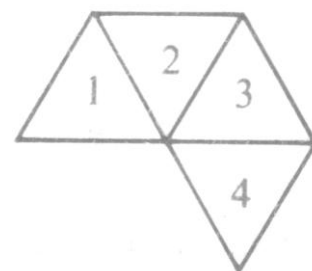
3.4.2 Октаэдр



Так как его противоположные грани октаэдра лежат в параллельных плоскостях, то можно превосходно обойтись всего четырьмя красками. Модель этого многогранника мы начинаем делать, склеивая четыре треугольника. После того как склеим между собой грани 1 и 4, то в наших руках окажется правильная четырехугольная пирамида без квадратного основания. Эта часть составляет ровно половину модели.



1 2 3 4
Ж С О К

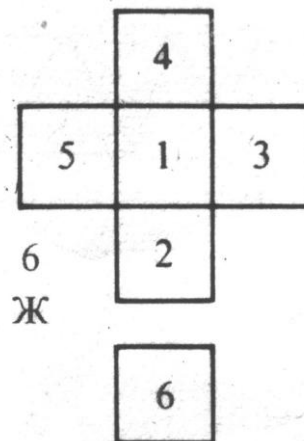
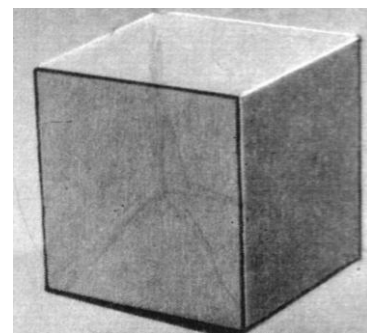
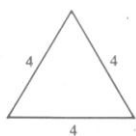


Вторая половина энантиоморфна первой. Тем не менее, проще продолжить работу в такой последовательности: сначала приклеить наклейки четырех оставшихся треугольников к соответствующим наклейкам на сторонах квадратного основания. Нужно проследить, чтобы противоположные грани октаэдра имели один и тот же цвет. Затем последовательно склеить наклейки соседних граней, снова закрывая модель последним треугольником, как крышкой. Теперь можно заметить, что квадрат, только что послуживший основанием первой половины модели, на самом деле всего лишь один из трёх квадратов такого рода, которые можно видеть на полной модели. При этом ребра квадратов лежат в трёх взаимно перпендикулярных плоскостях.

3.4.3 Гексаэдр (куб)

Несомненно, **куб**, или, как его иногда называют математики, **гексаэдр** – самый общеизвестный и широко используемый многогранник. Все шесть его граней – квадраты, сходящиеся по два вдоль каждого ребра и по три в каждой вершине. Можно начать постройку модели куба, выбрав один квадрат и

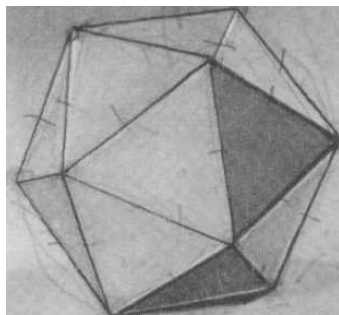
присоединив к нему четыре других, как показано на рисунке. Затем нужно склеить наклейки соседних боковых граней, причём склеенные попарно наклейки вновь образуют как бы жесткий скелет многогранника. Остается добавить последнюю грань, и это действие уже с полным правом можно будет уподобить закрыванию ящика крышкой.



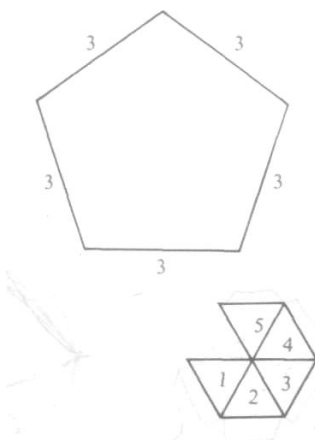
1 2 3 4 5 6
Ж С О С О Ж

Возможно, что в своей простоте куб не самый привлекательный многогранник. Но он обладает несколькими удивительными свойствами в отношении других Платоновых и некоторых архимедовых тел. А объединение пяти кубов можно поместить в додекаэдр, и при этом получается очень красивая модель.

3.4.4 Икосаэдр



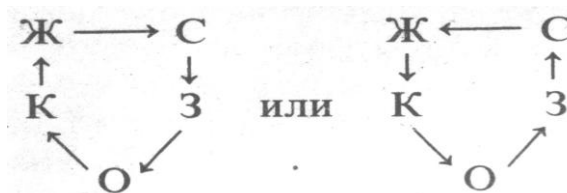
Икосаэдр – одно из пяти платоновых тел, по простоте следующее за тетраэдром и октаэдром. Их объединяет то обстоятельство, что гранями каждого являются равносторонние треугольники. При изготовлении модели икосаэдра можно выбрать любую из двух эффектных возможностей распределения пяти цветов. Во-



первых, икосаэдр может быть раскрашен так, что у каждой вершины встретятся все пять цветов (правда, в таком случае противоположные грани не будут окрашены одинаково). Другой способ обеспечивает противоположным граням

одинаковые цвета, зато у каждой вершины, за исключением двух полярных, будет повторяться по кругу один цвет. Обе раскраски очень интересны. Обе модели можно строить, исходя из одного и того же начального расположения пяти равносторонних треугольников. Они образуют невысокую пятиугольную пирамиду без основания. К сторонам её основания нужно приклеить следующие пять треугольников, руководствуясь той или иной таблицей раскраски. Между ними приклеивается по одному треугольнику – это сделать несложно, если обратить внимание на то, что в каждой вершине сходятся пять граней. Завершая модель, приклеивают последние пять треугольников. Чтобы облегчить пользование таблицами раскраски, нужно запомнить: первая строка любой таблицы задает раскраску пяти треугольников, окружающих «северную полярную» вершину икосаэдра. Последующие две строки указывают раскраску «экваториального» кольца из десяти чередующихся равносторонних треугольников. Наконец, четвертая строка показывает раскраску граней у, «южного полюса» икосаэдра.

Интересен порядок раскраски не только вблизи «полюсов», но и у других десяти вершин, то по этим таблицам его тоже легко найти. Надо совершить круговой обход по таблице по следующему правилу: начиная с двух соседних цветов в крайней строке, опуститься (или подняться) на следующую строку, затем еще на одну и после этого вернуться на исходные. Например:



Первая таблица раскраски

1	2	3	4	5
Ж	С	О	К	З
К	З	Ж	С	О
	О	К	З	Ж
	Ж	С	О	К

Вторая таблица раскраски

1	2	3	4	5
Ж	С	О	К	З
С	О	К	З	Ж
	З	Ж	С	О
	К	З	Ж	С

Это наводит на мысль о том, что таблицы раскраски можно задавать совершенно по-иному – нумеруя вершины и выписывая порядок чередования цветов у каждой из них. Правда, это приведёт к тому, что каждая треугольная грань икосаэдра будет поименована в такой таблице трижды, но все же таблицы удобны: с их помощью легче последовательно «обклеивать» вершину.

Для
икосаэдра
таблицы этого
типа выглядят так:

Первая таблица раскраски

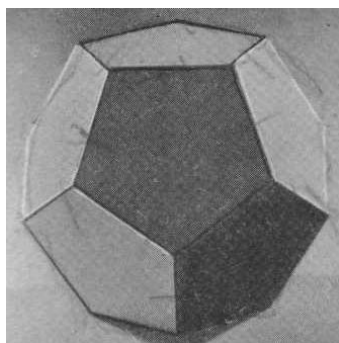
(0) Ж С О К З
(1) С Ж К О З
(2) О С З К Ж
(3) К О Ж З С
(4) З К С Ж О
(5) Ж З О С К

Вторая таблица раскраски

(0) Ж С О К З
(1) Ж С З О С
(2) С О Ж К О
(3) О К С З К
(4) К З О Ж З
(5) З Ж К С Ж

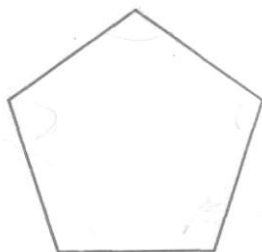
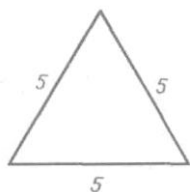
Здесь указаны раскраски только шести вершин, причем вершина (0) – снова «северный полюс» икосаэдра. Для обеих моделей вершины, противоположные этим, имеют энантиоморфную раскраску. Её можно получить, читая соответствующую строку в обратном порядке, то есть справа налево.

3.4.5 Додекаэдр



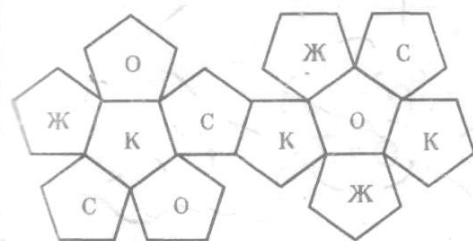
В известном смысле додекаэдр представляет наибольшую привлекательность среди Платоновых тел, соперничая с икосаэдром, который почти ему не уступает (а быть может, в чём-то и превосходит). Пожалуй, пальму первенства додекаэдр получает за свои три звездчатые формы, описываемые ниже.

Модель этого многогранника можно сделать четырёхцветной двумя способами; если же воспользоваться для раскраски шестью цветами, то противоположные грани легко сделать одноцветными. Такую раскраску хорошо перенести на упомянутые выше звездчатые формы додекаэдра. Приводим описание.



Построение модели начинается с приклеивания пяти разноцветных пятиугольников – скажем, Ж, С, О, К, З – к одному центральному пятиугольнику, например белого цвета (Б). После этого следует склеить цветные пятиугольники между собой – и половина дела сделана. Остаётся подклеить остальные грани додекаэдра к уже сделанной половине таким образом, чтобы противоположные грани были одноцветными.

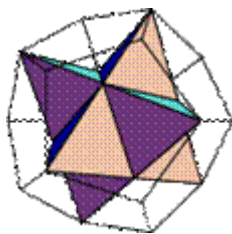
На рисунке показана четырёхцветная раскраска додекаэдра. Можно воспользоваться и энантиоморфным порядком цветов. Иногда удобнее обращаться именно к такой раскраске – особенно для моделей, имеющих симметрию додекаэдра.



3.4.6 Двойной кристалл

Два тетраэдра, прошедших один сквозь другой, образуют восьмигранник. **Иоганн Кеплер** присвоил этой фигуре имя «стелла октангула» - «восьмиугольная звезда».

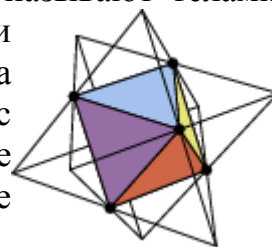
Она встречается и в природе: это так называемый **двойной кристалл**. Мы вынуждены признать «стеллу октангулу» правильным многогранником: ведь все ее грани - правильные треугольники одинакового размера и все углы между ними равны! Что же это - шестое Платоново тело?! Нет, просто удавшаяся провокация.



В определении правильного многогранника сознательно - в расчете наказуемая очевидность - не было подчеркнуто слово «выпуклый». А оно означает дополнительное

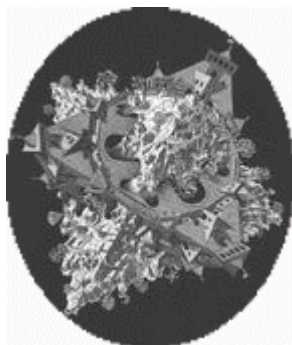
требование: «и все грани, которого лежат по одну

сторону от плоскости, проходящей через любую из них». Если же отказаться от такого ограничения, то к Платоновым телам, кроме «продленного октаэдра», придется добавить еще четыре многогранника (их называют телами Кеплера - Пуансо), каждый из которых будет «почти правильным». Все они получаются «озвездыванием» Платонова тела, то есть продлением его граней до пересечения друг с другом, и потому называются звездчатыми. Куб и тетраэдр не порождают новых фигур - грани их, сколько ни продолжай, не пересекаются.



Многогранники в искусстве

На гравюре Маурица Эшера "Порядок и хаос" звездчатый додекаэдр, символ математической красоты и порядка, окружен прозрачной сферой. В ней отражена бессмысленная коллекция бесполезных вещей. Красота звездчатых фигур находит на удивление мало места в нашей жизни: разве что светильники, да и то очень редко. Даже изготовители елочных украшений не додумались сделать трехмерные звезды, а ими как раз и оказались бы эти многогранники.



В эпоху Возрождения большой интерес к формам правильных многогранников проявили скульпторы. Знаменитый художник, увлекавшийся геометрией Альбрехт Дюрер (1471- 1528) , в известной гравюре "Меланхолия " на переднем плане изобразил додекаэдр



Заключение

В результате выполненной работы я познакомился с интереснейшим, красивейшим, загадочным миром многогранников. Подробно рассмотрел такие правильные многогранники, как икосаэдр и октаэдр, выявили их связь с природой. Выполнил модели некоторых звездчатых форм икосаэдра и октаэдра.

Можно, конечно спросить: «Какая от них польза?». На что позволительно ответить: «А разве все красивое полезно?». В очередной раз мы убедились, что математика – наука, вовсе не оторванная от реального мира.

Список литературы

1. Венниджер «Модели многогранников»
2. А.И. Азевич «Двадцать уроков гармонии. Гуманитарно-математический курс». Москва, «Школа-пресс», 1998.
3. Е.С. Смирнова, Н.А. Леонидова «Математическое путешествие в мир гармонии» (устный журнал). Москва, «Школа-Пресс».
4. Журнал «Математика в школе» №3, 1993.
5. Энциклопедия для детей «Математика». Том11, «Аванта+», 1999
6. Я.И. Перельман «Занимательная геометрия», «Астрель», 2003.
7. А.В. Волошинов «Математика и искусство», Москва, «Просвещение», 2000.
8. Ресурсы сети Интернет.