

Проект на тему:

*Свойства функций в пословицах и
поговорках.*

Содержание:

- 1) Введение.
- 2) История возникновения понятия функции.-2-4 стр.
- 3) Свойства функций в пословицах и поговорках. -4-6 стр.
- 4) Заключение.

Введение.

Функция — математическое и общенаучное понятие, отражающее связь между элементами множеств. Можно сказать, что функция - это «закон», по которому каждому элементу одного множества (называемому ***областью определения***) ставится в соответствие некоторый элемент другого множества (называемого ***областью значений***).

Каждая область знаний: физика, химия, биология, социология, лингвистика и т. д. имеет свои объекты изучения, устанавливает свойства и, что особенно важно, взаимосвязи этих объектов.

В различных науках и областях человеческой деятельности возникают количественные соотношения, и математика изучает их в виде свойств чисел. Математика рассматривает абстрактные переменные величины и в отвлеченном виде, изучает различные законы их взаимосвязи.

Например, в соотношении $y = x^2$ геометр или геодезист увидит зависимость площади y квадрата от величины x его стороны. Математика же изучает зависимость $y = x^2$ и ее свойства в отвлеченном виде. Она устанавливает, например, что при зависимости $y = x^2$ увеличение x в 2 раза приводит к четырехкратному увеличению y . И где бы конкретно ни появилась эта зависимость, сделанное абстрактное математическое заключение можно применять в конкретной ситуации к любым конкретным объектам.

История функции.

Идея функциональной зависимости восходит к древности. Ее содержание обнаруживается уже в первых математически выраженных соотношениях между величинами, в первых правилах действий над числами. В первых формулах для нахождения площади и объема тех или иных фигур. Так, вавилонские ученые (4-5 тыс. лет назад) пусть и несознательно, установили, что площадь круга является функцией от его радиуса посредством нахождения грубо приближенной формулы : $S=3 \cdot r^2$. Примерами табличного задания функции могут служить астрономические таблицы вавилонян, древних греков и индийцев, а примерами словесного задания функции – теорема о постоянстве отношения площадей круга и квадрата на его диаметре или античные определения конических сечений

Путь появлению понятия функции заложили в XVII веке французские ученые Франсуа Виет и Рене Декарт; они разработали систему переменных.

В своей “Геометрии” в 1637 году Декарт дает понятие функции, как изменение ординаты точки в зависимости от ее абциссы; он систематически рассматривал лишь те кривые, которые можно точно представить с помощью уравнений, притом преимущественно алгебраических. Постепенно понятие функции стало отождествляться таким образом с понятием аналитического выражения – формулы.

Слово «функция» (от латинского *functio* – совершение, выполнение) Лейбниц употреблял с 1673 г. в смысле роли (величина, выполняющая ту или иную функцию). Как термин в нашем смысле выражение «функция от x » стало употребляться Лейбницем и И. Бернулли.

Явное определение функции было впервые дано в 1718 г. одним из учеников и сотрудников Лейбница, выдающимся швейцарским математиком Бернулли: «Функцией переменной величины называют количество, образованное каким угодно способом из этой переменной величины и постоянных». Оно привело в восхищение престарелого Лейбница, увидевшего, что отход от геометрических образов знаменует новую эпоху в изучении функций. Многие из этих функций нельзя было явно выразить с помощью ранее известных операций. Поэтому один из самых замечательных математиков XVII в. Леонард Эйлер (1707 – 1783), вводя в своём учебнике понятие функции, говорит лишь, что «когда некоторые количества зависят от других таким образом, что при изменении последних и сами они подвергаются изменению, то первые называются функциями вторых».

Леонард Эйлер во «Введении в анализ бесконечных» (1748) примыкает к определению своего учителя И. Бернулли несколько уточняя его. Определение Л. Эйлера гласит: «Функция переменного количества есть аналитическое выражение, составленное каким-либо образом из этого количества и чисел или постоянных количеств». Так понимали функцию на протяжении почти всего XVII в. Даламбер, Лагранж и другие видные математики.

В формировании современного понимания функциональной зависимости приняли участие многие крупные математики. Описание функции, почти совпадающее с современным, встречается уже в учебниках математики начала XIX в. Активным сторонником такого понимания функции был Н.И. Лобачевский.

В школьном учебнике математики дается следующее определение функции: Зависимость переменной y от переменной x называется **функцией**, если каждому значению x соответствует единственное значение y . Перемен-

ную x называют независимой переменной или *аргументом*, а переменную y – зависимой переменной. Значение y , соответствующее заданному значению x , называют значением функции.

Все значения, которые принимает независимая переменная, образуют *область определения функции*.

Все значения, которые принимает функция $f(x)$ (при x , принадлежащих области ее определения), образуют *область значений функции*.

Может возникнуть вопрос: почему мы обозначаем функцию символом f , и когда он появился. Этот символ изобрел в 1733 г. французский математик Клеро. А появился этот символ, когда формировался общий подход к понятию функции, когда потребовалось обозначение «функции вообще».

Свойства функции в пословицах и поговорках.

Функции – это математические портреты устойчивых закономерностей, познаваемых человеком. Чтобы проиллюстрировать характерные свойства функций обратимся к пословицам и поговоркам. Ведь пословицы – это тоже отражение устойчивых закономерностей, выверенное многовековым опытом народа.

1. Возрастание функции.

Определение: Функция $y = f(x)$ называется *возрастающей* на промежутке X , если для любых x_1 и x_2 из X , таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство $f(x_1) < f(x_2)$ (короче: $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$).

Иными словами, функция возрастает на промежутке X , если, какие бы два значения аргумента, принадлежащие этому промежутку, ни взять, окажется, что большему значению аргумента соответствует большее значение функции.

Слайды презентации №7 и №8

2. Неубывающая функция.

Определение: Если для любых x_1 и x_2 из множества X таких, что $x_1 < x_2$, справедливо неравенство $f(x_1) \leq f(x_2)$, то функцию $f(x)$ называют *неубывающей* на множестве X .

3. Убывающая функция.

Определение: Функция $y = f(x)$ называется *убывающей* на промежутке X , если для любых x_1 и x_2 из X , таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство $f(x_1) > f(x_2)$ (короче: $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$).

Иными словами, функция убывает на промежутке X , если, какие бы два значения аргумента, принадлежащие этому промежутку, ни взять, окажется, что большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.

Слайд презентации №11

4. Ограниченные функции.

Определение: Функция f , определённая на множестве X , называется *ограниченной* на множестве $X_1 \subseteq X$, если $f(x_1)$, т.е. множество её значений на множестве X_1 , ограничено, т.е. если существуют постоянные m и M такие, что для всех значений x из X_1 выполняется неравенство

$$m \leq f(x) \leq M.$$

В противном случае функция называется неограниченной.

Функция $y = f(x)$ называется *ограниченной сверху (снизу)* на промежутке X , если существует такое число k , что для всех $x \in X$ выполняется неравенство $f(x) \leq k$ ($f(x) \geq k$).

Функция *ограничена снизу*, если весь ее график расположен выше некоторой горизонтальной прямой $y = m$;

Функция *ограничена сверху*, если весь ее график расположен ниже некоторой горизонтальной прямой $y = M$.

Слайд презентации №13

6. Вогнутость и выпуклость функции.

Слайды презентации №18 и №19

7. Периодичность функции.

Определение: Функция $y = f(x)$ называется *периодической*, если существует такое отличное от нуля число T , что для любого x из области определения функции справедливо равенство $f(x + T) = f(x) = f(x - T)$.

Число T называется периодом функции $y = f(x)$.

Слайд презентации №15

8. Максимум и минимум функции.

Максимум – это наибольшее значение функции по сравнению с ее значениями во всех соседних точках.

Минимум – это наименьшее значение функции по сравнению с ее значениями во всех соседних точках.

Слайд презентации №17

Заключение:

Современная математика знает множество функций, и у каждой свой неповторимый облик, как неповторим облик каждого из миллиардов людей, живущих на Земле.

Однако при всей непохожести одного человека на другого у каждого есть руки и голова, уши и рот.

Точно также облик каждой функции можно представить сложением из набора характерных деталей. В них проявляются основные свойства функций.

Выводы:

Характерные свойства функций проиллюстрировали с помощью пословиц и выяснили, что это способствует лучшему усвоению основных свойств функций и глубокого понимания богатства смысла и краткости народного языка.