

Бараниченко Елена Алексеевна
Гимназия №540

Методическое пособие

Пропедевтика геометрии

Санкт-Петербург
2015

Содержание

1. Формирование системных знаний по геометрии	3
2. Систематизация методов, используемых в планиметрии	11
3. Соотношение между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике	12
4. Треугольник 9 класс	13
5. Введение декартовых координат в пространстве	15
6. Правильная пирамида	20

ФОРМИРОВАНИЕ СИСТЕМНЫХ ЗНАНИЙ ПО ГЕОМЕТРИИ

В работе использованы электронные образовательные ресурсы с Федерального портала ФЦИОР, <http://eor.edu.ru/> и с портала «Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов ЦОР, <http://school-collection.edu.ru/>

Изучение курса геометрии начинается в 1-4-х классах на интуитивной основе с привлечением элементов дедуктивных рассуждений. Теоретический материал излагается на наглядно-интуитивном уровне, важнейшие методы и законы формулируются в виде правил.

Учащиеся 1 - 4-х классов должны уметь:

Распознавать и изображать (на клетчатой бумаге с помощью циркуля и линейки) простейшие геометрические фигуры (точка, отрезок, ломаная, окружность, круг, многоугольник);

- измерять длину отрезка, ломаной;
- строить отрезок данной длины;
- вычислять периметр и площадь многоугольника.

Учащиеся 5 — 6-х классов должны знать:

Геометрические фигуры:

- отрезок, прямая, луч, угол, треугольник, многоугольник, окружность, круг;
 - перпендикуляр к прямой;
 - прямой угол;
 - параллельные прямые;
-
- куб, прямоугольный параллелепипед, шар.

Примеры величин:

- длина, площадь, объем, градусная мера угла.
- единицы измерения длин, площадей, объемов и углов;
- масштаб;
- измерение отрезков и углов;
- площадь прямоугольника;
- объем прямоугольного параллелепипеда;
- формулы длины окружности и площади круга.

Инструменты: линейка, угольник, транспортир, циркуль.

Построение отрезков и углов заданной величины. Построение перпендикуляра к прямой и параллельных прямых с помощью угольника и линейки.

Таким образом, к началу изучения систематического школьного курса геометрии учащиеся, усвоившие программный материал, на наглядно-интуитивном уровне, *знают* целый ряд геометрических фигур и *умеют* их *распознавать и изображать*.

В частности, умеют строить отрезки и углы заданной величины перпендикуляр к прямой, параллельные прямые; измерять отрезки углы; *вычислять* длину окружности, площадь и периметр прямоугольника, площадь круга, объем прямоугольного параллелепипеда.

Курс геометрии 7 - 9-х классов предусматривает систематическое изучение свойств геометрических фигур на плоскости, формирование пространственных представлений учащихся, развитие их логического мышления и подготовку к изучению стереометрии, а также смежных дисциплин (физика, черчение и др.).

Усиливается теоретическая значимость изучаемого материала: расширяются внутренние логические связи курса; повышается роль дедукции, степень абстрактности изучаемого материала. Учащиеся овладевают приемами аналитико-синтетической деятельности при доказательстве теорем и решении задач, развивается их логическое мышление. Систематическое изложение курса позволяет начать работу по формированию представлений учащихся о строении математической теории. Прикладная направленность курса обеспечивается постоянным обращением к наглядности, в частности к рисункам и чертежам на всех этапах обучения и развитием на этой основе геометрической интуиции учащихся.

Систематическое обращение к примерам из практики развивает у них умение вычленять геометрические формы и отношения в предметах и явлениях действительности, использовать язык геометрии для их описания.

Практическая направленность курса обеспечивается систематическим применением геометрического аппарата для решения задач на вычисление значений геометрических величин, доказательство и построение.

При изучении планиметрии учащиеся получают систематические сведения об основных фигурах на плоскости и их свойствах; знакомятся с геометрическими величинами, характеризующими плоские фигуры, и учатся выполнять соответствующие вычисления; знакомятся с применением аналитического аппарата (элементы тригонометрии и алгебры, векторы и координаты) к решению геометрических задач.

В результате изучения курса планиметрии **все** учащиеся должны овладеть следующими **умениями** (обязательный минимум):

- изображать геометрические фигуры, указанные в условиях теорем и задач, и выделять известные фигуры на чертежах и моделях;
- решать типовые задачи на вычисление, доказательство и построение, опираясь на теоретические сведения, полученные в курсе;
- проводить доказательные рассуждения в ходе решения типичных задач;
- вычислять значения геометрических величин (длин, углов, площадей), применяя изученные свойства и формулы;
- выполнять основные построения циркулем и линейкой;
- решать несложные комбинированные задачи, сводящиеся к выполнению основных построений;
- применять аппарат алгебры и тригонометрии в ходе решения геометрических задач;
- использовать векторы и координаты для решения стандартных задач (вычисления длин и углов, сложение векторов и умножение вектора на число).

Цель курса геометрии 10-11-х классов - систематическое изучение свойств геометрических тел в пространстве, развитие пространственных представлений и дальнейшее развитие логического мышления учащихся, усвоение ими способов вычисления практически важных геометрических величин.

Курсу присущ систематизирующий, обобщающий характер изложения, направленность на закрепление и развитие умений и навыков, полученных в неполной средней школе.

При доказательстве теорем и решении задач активно используются изученные в курсе планиметрии свойства геометрических фигур, применяются геометрические преобразования, векторы и координаты. Довольно высокий уровень абстрактности изучаемого материала, логическая строгость изложения сочетается со значительной степенью наглядности.

Прикладная направленность обучения обеспечивается применением наглядности на всех этапах учебного процесса, постоянным обращением к опыту учащихся. Важными в практическом плане являются умения изображать известные геометрические тела, вычислять их объемы и площади поверхностей.

При изучении стереометрии учащиеся приобретают систематические сведения об основных видах пространственных тел и

их свойствах, знакомятся с теоретическим обоснованием методов изображения пространственных тел на плоскости, овладевают умениями вычислять значения геометрических величин.

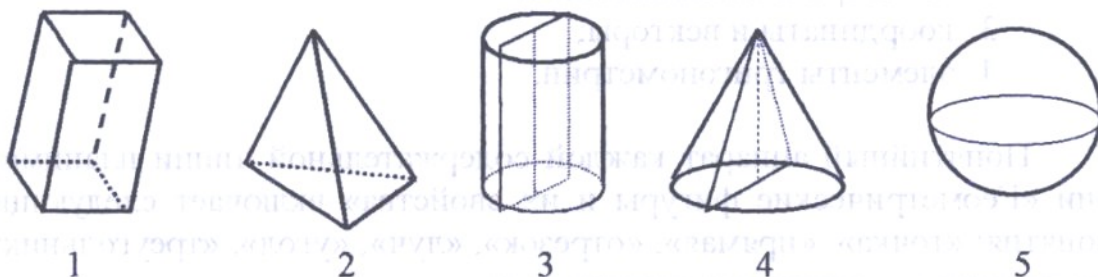
В результате изучения курса стереометрии все учащиеся должны овладеть следующими умениями (обязательный минимум):

- изображать пространственные геометрические тела, указанные в условиях задач и теорем, и выделять известные тела на чертежах и моделях;
- решать типичные задачи на вычисление и доказательство, опираясь на полученные теоретические сведения;
- проводить доказательные рассуждения в ходе решения типичных задач, используя теоретические сведения, полученные при изучении планиметрии и стереометрии;
- вычислять значения геометрических величин (длин, углов, площадей и объемов), применять изученные в курсах планиметрии и стереометрии формулы и теоремы;
- применять аппарат алгебры, начал анализа и тригонометрии в ходе решения геометрических задач;
- использовать координаты и векторы для решения простейших стандартных задач.

Приведем наглядную схему, раскрывающую программные требования к подготовке учащихся по геометрии на каждой ступени обучения.

Учащиеся 10 – 11-х классов

знают изображения, выделяют на рисунках и моделях геометрические фигуры, изученных в 7 – 9- классах, и следующие геометрические тела:



решают типичные задачи (с доказательными рассуждениями в ходе решения):



Применяют аппарат алгебры и начал анализа, геометрии.

Схема иллюстрирует структурные особенности каждой ступени обучения геометрии в отдельности и всего курса в целом, подчеркивает преемственность в его построении и помогает усматривать перспективы обучения.

Систематическое обращение к ней помогает учителю соблюдать одно из важнейших условий успешности его работы: четко предусматривать результаты, ожидаемые на каждой ступени обучения.

Кроме того, учителю математики необходимо *отвлекаясь от места конкретной темы в курсе, оценить её значение по отношению к соответствующей содержательной линии*, правильно определить и расставить акценты в обучении организовать итоговое повторение материала. Это означает, что для успешной работы учителю математики следует углубленно проанализировать тематику того или

иногo учебногo курсa, выделив его *основные содержательные линии*.

В частности, в курсе геометрии можно выделить *четыре основных содержательных линии*:

1. геометрические фигуры на плоскости;
2. геометрические величины;
3. координаты и векторы;
4. элементы тригонометрии.

Понятийный аппарат каждой содержательной линии планиметрии «Геометрические фигуры и их свойства» включает следующие понятия: «точка», «прямая», «отрезок», «луч», «угол», «треугольник», «окружность», «параллелограмм» и др.

Блок знаний каждого конкретного понятия формируется в течение целого ряда уроков, прерываясь, возобновляясь, продолжаясь и снова прерываясь и т.д.

Но несмотря ни на что, результат обучения содержательной линии планиметрии «Геометрические фигуры и их свойства» - вполне определяет знания и умения на уровне «владеть» и должен быть достигнут непременно.

Структурная схема

Мы не говорим о том, что должны знать и уметь учащиеся к началу изучения стереометрии.

И вновь подошли к этому вопросу, но уже на более высоком уровне: кроме геометрических фигур и их свойств, представленных в той последовательности, в которой они изучаются, выделены и методы геометрии соответствующими блоками знаний, а также основные специфические геометрические линии (равенства фигур, построения и измерения, существования фигур).

Курс геометрии 1 - 6-х классов дал учащимся умение узнавать и изображать 9 фигур, строить и измерять отрезки и углы, вычислять площади и периметр прямоугольника и круга, длину окружности, объем прямоугольного параллелепипеда.

Первый урок по программе 7-го класса продолжил эту систему знаний и умений открытием геометрии как науки, её аксиоматической основы и дедуктивного построения. Далее работу по обобщению и систематизации проводим, составляя:

тематические вкладыши: «Система аксиом»;

понятийные вкладыши: «Точка», «Прямая», «Отрезок», «Луч», «Угол», «Треугольник», «Окружность»;

содержательные вкладыши: «Геометрические фигуры и их свойства», «Геометрические величины»;

тематические: «Методы геометрии», «Геометрические построения».

В 8-ом классе продолжаем содержательные блоки «Геометрические фигуры и их свойства», «Геометрические величины» и составляем блоки «Элементы тригонометрии», «Координаты и векторы», продолжаем тематический блок «Методы геометрии» и составляем блоки «Четырехугольники», «Преобразования фигур», «Декартовы координаты на плоскости», продолжаем все понятийные блоки 7-го класса.

В 9-ом классе продолжаем все содержательные блоки, завершая блок «Элементы тригонометрии» и в аспекте плоскости блоки «Геометрические фигуры и их свойства», «Координаты и векторы», составляем тематический блок «Многоугольники» и продолжаем блок «Четырехугольники», а также все понятийные блоки 8-го класса.

Итак, планиметрия завершена. Имеем:

3 понятийных блока: «Угол», «Треугольник», «Окружность».

6 тематических блоков: «Аксиомы», «Геометрические построения», «Четырехугольники», «Преобразования фигур», «Многоугольники», «Методы геометрии».

4 содержательных блока: «Геометрические фигуры и их свойства», «Геометрические величины», «Элементы тригонометрии», «Координаты и векторы».

Еще два года целенаправленного изучения стереометрии - и школьный курс геометрии завершен.

В 10-ом классе завершаем обобщение и систематизацию темы «Аксиомы геометрии», на более высоком уровне рассматриваем вопрос об аксиоматической основе геометрии, о геометрии как науке. Составляем тематический вкладыш знаний и умений «Параллельность и перпендикулярность».

Продолжаем важнейшую содержательную линию курса геометрии - «Геометрические фигуры и их свойства», устанавливая взаимосвязи основных фигур в пространстве.

Продолжаем обобщение и систематизацию содержательной линии «Геометрические величины» и завершаем содержательную линию «Координаты и векторы».

В 11-ом классе проводим обобщение и систематизацию темы «Геометрические тела», завершая содержательную линию «Геометрические фигуры и их свойства», «Геометрические величины», а также тематический блок «Преобразование фигур».

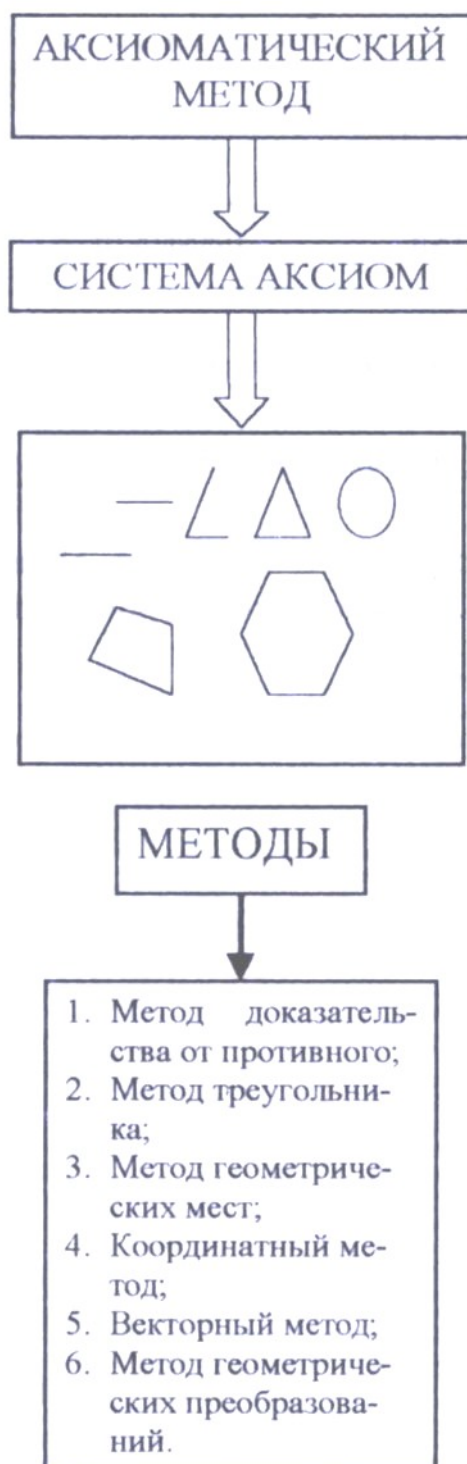
Итак, к началу обобщающего повторения курса геометрии имеем вкладыши (блоки знаний и умений):

Содержательные: «Геометрические фигуры и их свойства», «Геометрические величины», «Координаты и векторы», «Элементы тригонометрии».

Тематические: «Аксиомы геометрии», «Методы геометрии», «Геометрические построения», «Преобразование фигур», «Многоугольники» (четырёхугольники), «Параллельность и перпендикулярность», «Геометрические тела».

Понятийные: «Угол», «Треугольник», «Круг-окружность».

СИСТЕМАТИЗАЦИЯ МЕТОДОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПЛАНИМЕТРИИ



В работе использованы электронные образовательные ресурсы с Федерального портала ФЦИОР, <http://eor.edu.ru/> и с портала «Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов ЦОР, <http://school-collection.edu.ru/>.

СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

В работе использованы электронные образовательные ресурсы с Федерального портала ФЦИОР, <http://eor.edu.ru/> и с портала «Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов ЦОР, <http://school-collection.edu.ru/>

ЦЕЛЬ:

- **Обучающая:** закрепить усвоение новых понятий \sin , \cos , \tg угла, значения тригонометрических функций углов в 30° , 45° , 60° ; взаимосвязь между ними; развивать умение решать треугольники, используя значения функций углов.
- **Развивающая:** развивать умение выделять главное, сравнивать, обобщать изучаемые факты, логически излагать свои мысли.
- **Воспитывающая:** воспитывать интерес учащихся к тригонометрии, чувство товарищества, взаимопонимания, ответственности.

Оборудование: плакат, записи на доске, геометрические инструменты, карточки.

Образовательные технологии:

- Проблемное обучение
- Разноуровневое обучение
- Технология критического мышления
- Здоровьесберегающие технологии

ХОД УРОКА

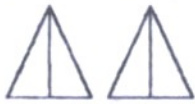
I. Сообщение темы и целей урока, этапов урока.

Этапы:

- I. Устная работа + проверка домашнего задания.
- II. Фронтальный опрос учащихся.
- III. Решение задач.
- IV. Самостоятельная работа.
- V. Ученик у доски выполняет домашнее задание.

ТРЕУГОЛЬНИК, 9-й КЛАСС

Равнобедренный треугольник



Равносторонний треугольник



$$R = 2r = \frac{a\sqrt{3}}{3}; h = \frac{a\sqrt{3}}{2}; S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Определения



Равенство треугольников

Признаки



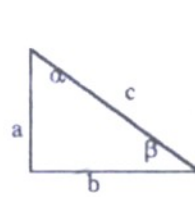
1)

2)

3)



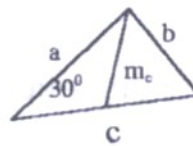
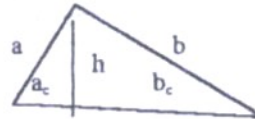
Прямоугольный треугольник



$$\alpha + \beta = 90^\circ; a < c; b < c; \\ a^2 + b^2 = c^2; \\ b = c \sin \beta = c \cos \alpha = a \operatorname{tg} \beta;$$

$$c = \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{a}{\cos \beta};$$

$$h^2 = a_c b_c; b^2 = c b_c;$$



$$C = 2b; c = 2R = 2 m_c; m_c = R;$$

$$S = \frac{1}{2} ab.$$

Подобия треугольников

Определения



Признаки

1)

2)

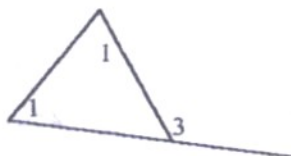
3)

Отношения сторон!

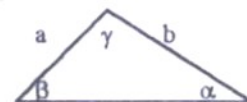
Свойства углов и сторон



$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$



$$\angle 3 = \angle 1 + \angle 2$$



$$a + b < c$$

Теорема синусов

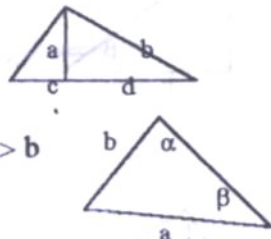
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma};$$

Следствия

$$1) \frac{a}{\sin \alpha} = 2R;$$

$$2) \frac{a}{b} = \frac{c}{d};$$

3) если $\alpha > \beta$, то $a > b$



Теорема косинусов

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

Следствия

$$1) \quad a^2 < b^2 + c^2$$

$$2) \quad a^2 > b^2 + c^2;$$

$$3) \quad 2(a^2 + b^2) = d_1^2 + d_2^2$$

Решение треугольников

1) $a, \beta, \gamma; \alpha = 180^\circ - (\beta + \gamma);$

$$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{a}{\sin \alpha}; c = \frac{a \sin \gamma}{\sin \alpha};$$

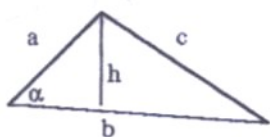
2) $a, b, \gamma; c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma;$

3) $a, b, \alpha;$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta};$$

4) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

Формулы площади



$$S = \frac{1}{2} ah; S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha;$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

Комбинация с окружностью



$$S = \frac{abc}{4R}$$



$$S = \frac{1}{2} pr$$

В работе использованы электронные образовательные ресурсы с Федерального портала ФЦИОР, <http://eor.edu.ru/> и с портала «Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов ЦОР, <http://school-collection.edu.ru/>

ВВЕДЕНИЕ ДЕКАРТОВЫХ КООРДИНАТ В ПРОСТРАНСТВЕ

В работе использованы электронные образовательные ресурсы с Федерального портала ФЦИОР, <http://eor.edu.ru/> и с портала «Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов ЦОР, <http://school-collection.edu.ru/>

Цель: усвоить понятие «декартово пространство», «координаты точки» и их определения; приобрести умение строить перпендикуляр из данной точки к координатной оси и координатной плоскости, находить координаты, развивать умения выделять главное, сравнивать, обобщать изучаемые факты, логически излагать свои мысли.

Оборудование: записи на доске, кодоскопе, кодопленке, стереоящик.

ХОД УРОКА

Сообщение темы, цели и задач урока. Мотивация.

На доске записаны тема, цели и задачи урока.

Проводим беседу с учащимися.

Мы начинаем изучение темы «Декартовы координаты и векторы в пространстве».

План её изучения (он записан на доске) таков:

1. декартовы координаты;
2. преобразования;
3. углы;
4. ортогональная проекция;
5. векторы;
6. уравнение и плоскости.

И, как обычно в математике, каждый вопрос предопределяет и облегчает изучение следующего вопроса: мы не сможем изучить параллельный перенос, не владея координатами, не сможем определить углы, не исследуя параллельный перенос, и т.д.

Сегодня на уроке: «Введение декартовых координат в пространстве». Вопрос «декартовы координаты» необходим для приобретения новых знаний, измерения расстояния использования координатного метода и т.д.

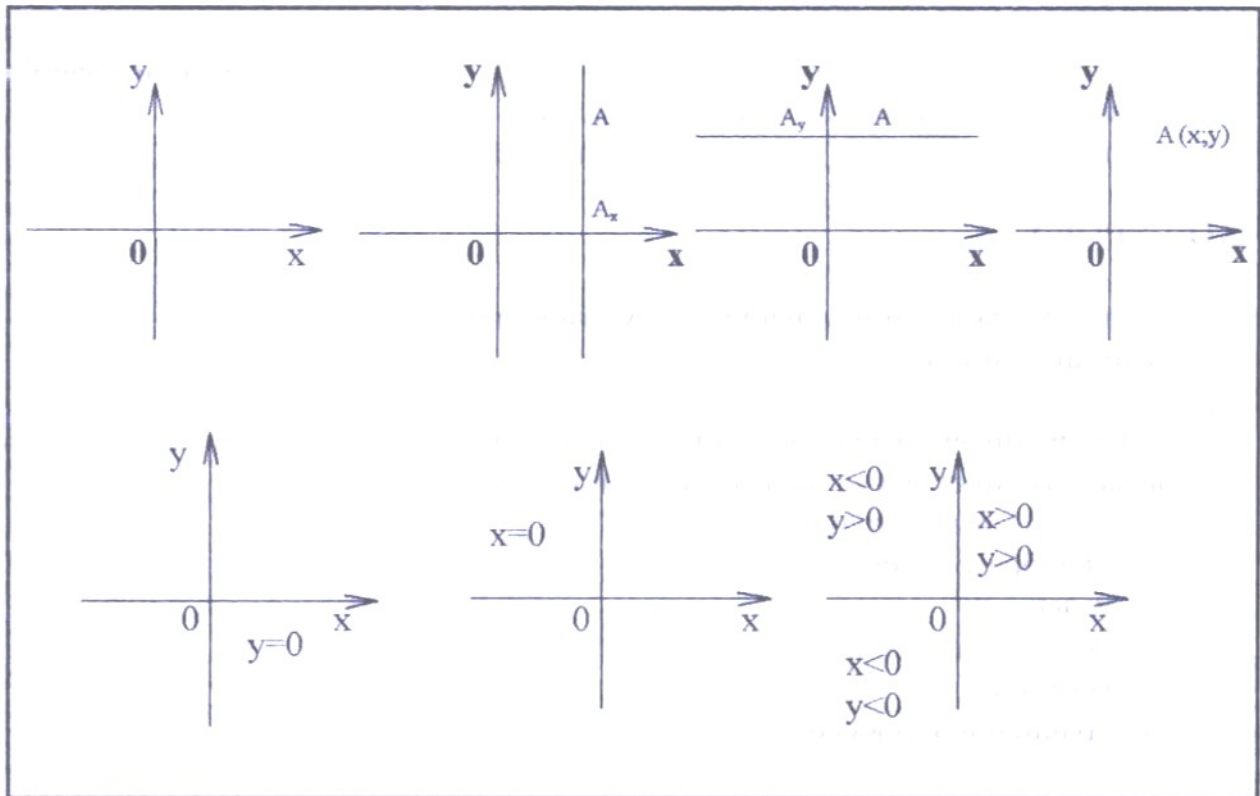
Наши задачи:

- усвоить понятия и определения координатного пространства, координат точки;
- усвоить умение строить перпендикуляр из данной точки к координатной плоскости и координатной оси;
- находить координаты точки.

База для изучения есть, ибо мы изучили вопрос на плоскости, знаем отношения параллельности и перпендикулярности в пространстве.

АКТУАЛИЗАЦИЯ ОПОРНЫХ ЗНАНИЙ

На экран проецируется кодопленка №1



Кодопленка 1

Вспоминаем:

- координатную плоскость,
- определение координат точки на плоскости,
- где лежат точки плоскости, абсциссы (ординаты) которых равны нулю,
- обе координаты которых имеют одинаковые (разные) знаки;
- определение и признаки перпендикулярности прямой и плоскости,
- перпендикулярности плоскостей,
- свойство плоскости, перпендикулярной одной из двух параллельных прямых,
- свойство прямой, перпендикулярной одной из двух параллельных плоскостей,
- аксиому C_3 .

УСВОЕНИЕ НОВЫХ ЗНАНИЙ

(по схеме - первичное восприятие, осознание, осмысление)

Изложение нового материала - проблемное, работа идет по аналогии. Моделируем три взаимно перпендикулярные прямые x , y , z , пересекающиеся в т. О. По аксиоме C_3 имеем три плоскости; по теореме 16.2 - каждая из трех прямых перпендикулярна плоскости, определяемой двумя другими прямыми; каждая плоскость перпендикулярна каждой из двух других плоскостей (т. 16.6)

На доске (учащиеся в тетради) выполняется рисунок:

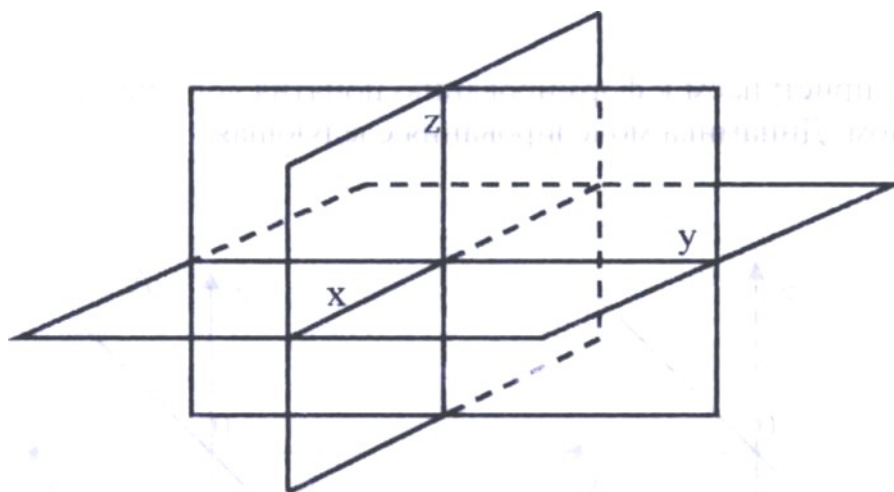


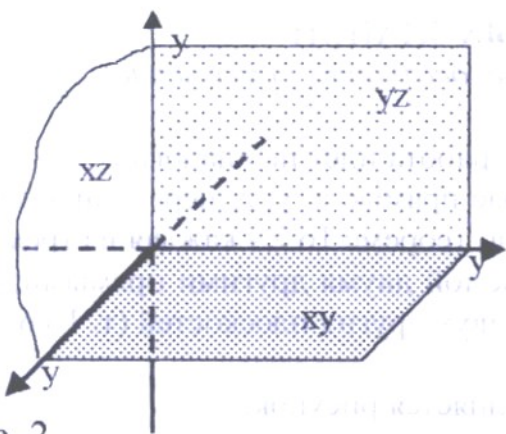
Рис. 1

Итак, имеем т.О. и

- 3 взаимно перпендикулярные прямые;
- 3 взаимно перпендикулярные плоскости;
- каждая прямая перпендикулярна плоскости;
- каждая плоскость перпендикулярна прямой.

Вводим начало координат и единицу отсчета, координатные оси, координатные плоскости, пространство.

Выполняем рисунок, вводим обозначения, называем введенные понятия. Повторяем на модели. Пишем вывод (что определили, что должны знать).



Итак, ввели: O - начало координат;
 Координатные оси - x, y, z .
 Координатные плоскости - xy, yz, xz .
 Координатное пространство.

Рис. 2

Наконец, приступаем к формированию понятия «ордината» точки. Работаем с кодоскопом. Динамика моделирования следующая:

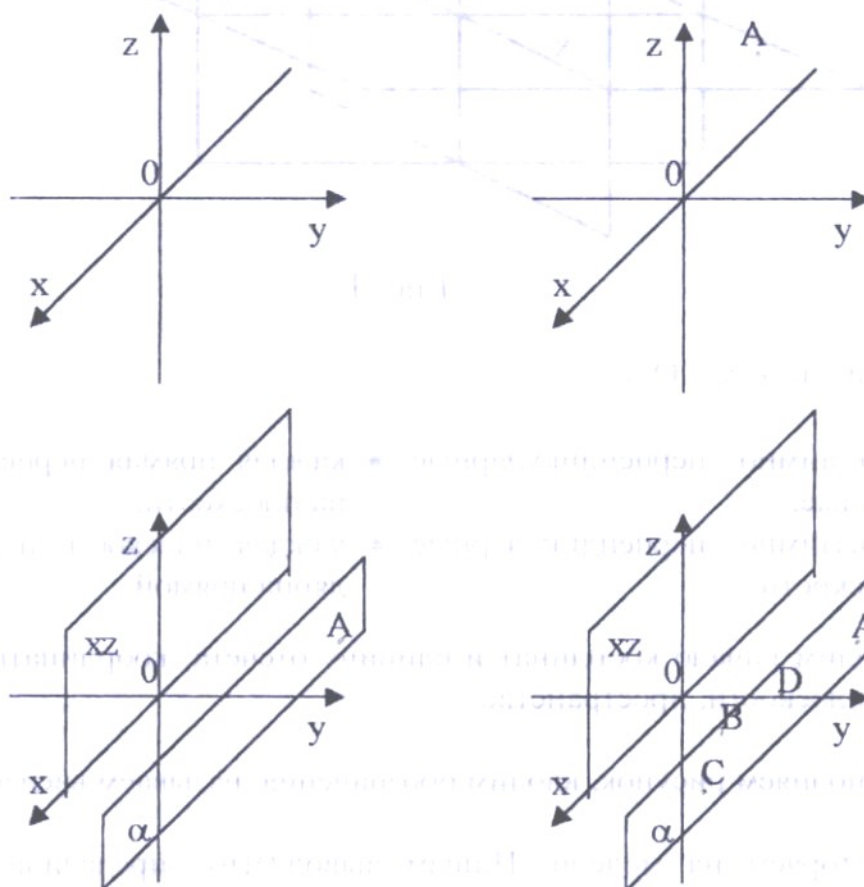


Рис.3

Повторяем вопросы определения и нахождения координат точки, обращаем внимание учащихся на знак числа в зависимости от расположения точки, на расположение точки, когда $x=0$ ($y=0$, $z=0$), когда $y=x=0$ ($x=z=0$, $y=z=0$). И, наконец, выясняем роль отрезков AA_{xy} , AA_{yz} , AA_{xz} , AA_{xx} и AA_x , AA_y , AA_z в нахождении расстояния от точки до координат плоскости и координатной оси.

Выполняем Рис. 7. Подводим итоги.

- Итак, введены понятия:
- координаты точки,
- расстояние до оси,
- расстояние до плоскости.

ОБОБЩЕНИЕ И СИСТЕМАТИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ

Вскрываем связи:

- от трех взаимно перпендикулярных прямых, имеющих общую точку, к трем взаимно перпендикулярным плоскостям, имеющим общую точку;
- вводим систему отсчета и получаем координатное пространство, в котором и определяем координаты точки через плоскость, параллельную координатной плоскости.

Тема урока: «Правильная пирамида»

В работе использованы электронные образовательные ресурсы с Федерального портала ФЦИОР, <http://eor.edu.ru/> и с портала «Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов ЦОР, <http://school-collection.edu.ru/>

Класс: 10.

Предмет: стереометрия.

Цели урока:

- *Образовательные*
 - введение понятия правильной пирамиды;
 - рассмотрение свойств правильной пирамиды;
 - введение понятия апофема;
 - рассмотрение задач на нахождение элементов правильной пирамиды.
- *Развивающие*
 - развитие графической культуры;
 - развитие пространственного мышления;
 - расширение математической терминологии.
- *Воспитательные*
 - формирование интереса к предмету.

План урока:

1. Организационный момент

2. Подготовка к изучению новой темы

1.1. Актуализация знаний по теме: «Пирамида». Проверка усвоения теоретического материала.

Вопросы к учащимся:

- Сформулируйте определение пирамиды. Покажите на модели (чертеже) ее элементы.
- Сформулируйте определение высоты пирамиды.
- Сколько граней, перпендикулярных к плоскости основания, может иметь пирамида?
- Существует ли четырехугольная пирамида, у которой противоположные боковые грани перпендикулярны к основанию?
- Могут ли все грани треугольной пирамиды быть прямоугольными треугольниками?

- Что называется площадью боковой поверхности пирамиды, площадью полной поверхности пирамиды?

1.2. Проверка домашнего задания.

На предыдущем уроке учащиеся получили домашнее задание по вариантам:

Вариант I Вариант II

№ 243, 247 а № 243, 249 а

Проводится визуальная проверка наличия выполненного домашнего задания.

Проводится обсуждение решения задач № 247а и № 249а. Учащиеся комментируют решение с использованием готовых чертежей.

№ 247а

Двугранные углы при основании пирамиды равны. Докажите, что высота пирамиды проходит через центр окружности, вписанной в основания.

Вопросы к учащимся:

- Какая окружность называется вписанной в многоугольник?
- Сформулируйте определение двугранного угла.
- Как построить линейный угол двугранного угла?
- Сформулируйте теорему о трех перпендикулярах.

№ 249а

В пирамиде все боковые ребра равны между собой. Докажите, что высота пирамиды проходит через центр окружности, описанной около основания.

Вопросы к учащимся:

- Какая окружность называется описанной около многоугольника?
- Как построить угол между боковым ребром и плоскостью пирамиды?

1.3. Актуализация знаний по планиметрии.

Определение правильного многоугольника:

Правильный многоугольнике – выпуклый многоугольник, у которого все углы равны и все стороны равны.

Определение центра правильного многоугольника:

В правильном многоугольнике центры вписанной и описанной окружностей совпадают. Это точка – центр правильного многоугольника.

Формулы для вычисления элементов правильного многоугольника:

3. Объявление темы и целей урока

Тема урока: «Правильная пирамида».

Цели урока:

- познакомиться с понятием правильной пирамиды, ее элементами и свойствами;
- научиться строить правильную пирамиду и ее элементы;
- рассмотреть задачи на нахождение элементов правильной пирамиды.

4. Изучение теоретического материала

4.1. Определение правильной пирамиды. Изображение правильных пирамид на чертежах.

Пирамида называется правильной, если

- 1) ее основание – правильный многоугольник;
- 2) ее высота – отрезок, соединяющий вершину пирамиды с ее центром.

Одним из примеров правильной пирамиды являются египетские пирамиды. Это четырехугольные пирамиды.

Внимание учащихся обращается также на изображение правильных треугольной и шестиугольной пирамид.

Задание для учащихся:

- Выполнить в тетради чертеж правильной шестиугольной пирамиды.

4.2. Свойства правильной пирамиды.

Все боковые ребра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются равными равнобедренными треугольниками.

Доказательство данных фактов проводится устно:

1. Любое боковое ребро представляет собой гипотенузу прямоугольного треугольника, одним катетом которого служит высота пирамиды, а другим – радиус описанной около основания окружности. Эти прямоугольные треугольники равны. Следовательно, равны их гипотенузы.

2. Так как боковые ребра правильной пирамиды равны, то ее боковые грани - равнобедренные треугольники. Так как $A_1A_2\dots A_n$ – правильный многоугольник, то основания этих треугольников также равны друг другу. Значит, боковые грани равны (по трем сторонам).

4.3. Апофема.

Апофема – высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины.

Данный термин употребляется для правильной пирамиды, хотя у неправильной пирамиды также могут быть равны высоты боковых граней.

Вопросы к учащимся:

- Сколько апофем в правильной пирамиде?
- Равны ли апофемы правильной пирамиды друг другу? Почему?
- Сколько высот в пирамиде?

Задание для учащихся:

- Провести апофему правильной шестиугольной пирамиды.

5. Закрепление нового материала

- Решение задачи на построение.

В правильной четырехугольной пирамиде построить:

- а) угол между боковым ребром и плоскостью основания;
- б) линейный угол двугранного угла при основании;
- в) линейный угол двугранного угла между боковыми гранями.

Комментируется ход построения (с применением готового чертежа).

Учащиеся выполняют построения в тетради.

- Решение задачи на нахождение элементов правильной пирамиды.

№ 255

В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 8 см, а плоский угол при вершине основания φ . Найдите высоту этой пирамиды.

Решение проводится учеником у доски.

6. Подведение итогов урока

Вопросы к учащимся:

- Какая пирамида называется правильной?
- Являются ли равными боковые ребра правильной пирамиды?
- Чем являются боковые грани правильной пирамиды?
- Что называется апофемой?
- Сколько высот в пирамиде? Сколько апофем в пирамиде?

Выставление оценок за работу на уроке.

7. Домашнее задание

§ 2 п.29 № 256 (а, в, г)

Список литературы:

1. Геометрия: Учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – 6-е изд. – М.: Просвещение; ОАО «Московские учебники», 2006.
2. Изучение геометрии в 10-11 классах: Метод. рекомендации к учеб.: Кн. для учителя / С.М. Саакян, В.Ф. Бутузов. – М.: Просвещение, 2001.