

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РЕСПУБЛИКИ БУРЯТИЯ  
ГАПОУ РБ «ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ТЕХНИКУМ»**

# **Рабочая тетрадь по геометрии**

2016г.

**М.Н.Карпова**

Рабочая тетрадь по геометрии: учебное пособие «Общество, 34 страницы.

Рецензент:

О.Н.Кузнецова – преподаватель I категории МАОУ «Каменский лицей имени Кожевина В.Е.

Рассмотрено и одобрено на заседании ПМК №4 «Общеобразовательных дисциплин»

Учебное пособие включает в себя комплекс заданий для проверки приобретенных студентами знаний, умений и навыков, (тесты, схемы, творческие задания) и позволяет лучше усвоить пройденный материал. Учебное пособие предназначено для студентов СПО специальностей 08.02.01 «Строительство и эксплуатация зданий и сооружений», 15.02.01 «Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования» для выполнения самостоятельных работ по дисциплине обществознание.

## Содержание

1. Начала стереометрии.....	2
2. Параллельность прямых в пространстве.....	4
3. Скрещивающиеся прямые.....	6
4. Признак параллельности прямой и плоскости.....	7
5. Параллельность двух плоскостей.....	8
6. Коллинеарные векторы.....	11
7. Параллельное проектирование.....	12
8. Перпендикулярность прямой и плоскости.....	13
9. Перпендикуляр и наклонная.....	14
10. Угол между прямой и плоскостью.....	16
11. Расстояние между точками, прямыми и плоскостями.....	17
12. Двугранный угол.....	19
13. Перпендикулярность плоскостей.....	21
14. Правильные многогранники.....	23
15. Центральное проектирование. Изображение пространственных фигур в центральной проекции.....	25

## НАЧАЛА СТЕРЕОМЕТРИИ

**Аксиома №1.** Через любые три точки, \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ проходит плоскость, и притом \_\_\_\_\_.

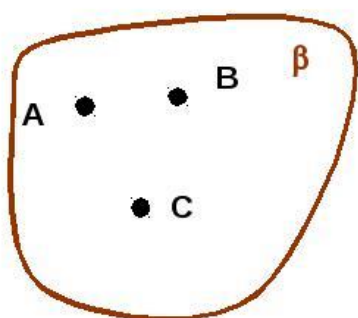
**Аксиома №2.** Если две точки прямой лежат в плоскости, то \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ лежат в этой плоскости.

**Аксиома №3.** Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_, на которой лежат \_\_\_\_\_ этих  
плоскостей.

### Аксиомы стереометрии описывают:

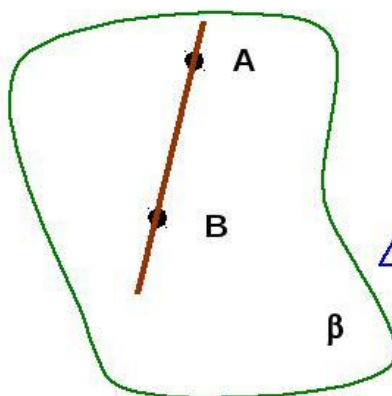
**A1.**

**Способ  
задания  
плоскости.**



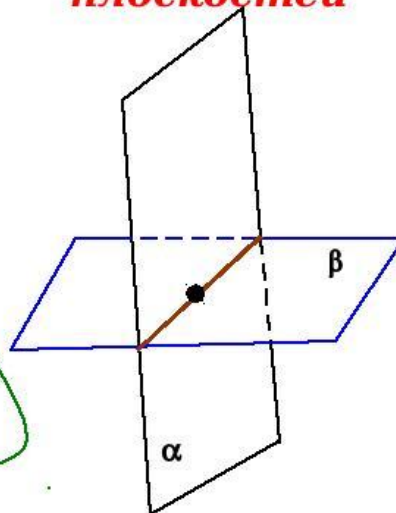
**A2.**

**Взаимное  
расположение  
прямой и  
плоскости**



**A3.**

**Взаимное  
расположение  
плоскостей**



**Теорема №1.** Через прямую и \_\_\_\_\_ точку проходит  
плоскость, и притом \_\_\_\_\_.

**Теорема №2.** Через две \_\_\_\_\_ прямые проходит  
плоскость, и притом \_\_\_\_\_.

### Задание 1

1) Назовите основные понятия стереометрии.

\_\_\_\_\_

2) Почему они вводятся?

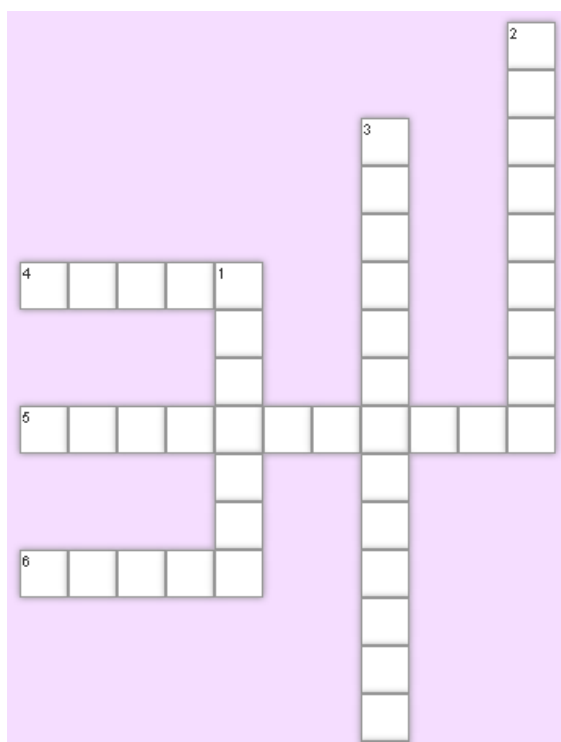
\_\_\_\_\_

- 3) Что идеализирует плоскость? Приведите примеры
- 
- 4) Изобразите и опишите с помощью математических символов следующую пространственную ситуацию: «Прямая  $b$  пересекает плоскость  $\beta$  в точке  $K$ . Прямые  $c$  и  $d$  лежат в плоскости  $\beta$  и пересекаются в точке  $H$ ».
- 
- 5) Могут ли две плоскости иметь только одну общую точку? Ответ обоснуйте.
- 

## Задание 2

- 1) Как переводится термин «аксиома»?
- 
- 2) Зачем нужны аксиомы?
- 
- 3) Что идеализирует прямая в пространстве? Приведите примеры.
- 
- 4) Изобразите и опишите с помощью символов следующую пространственную ситуацию: «Плоскость  $\beta$  пересекается с плоскостью  $\gamma$  по прямой  $l$ . В плоскости  $\beta$  лежит прямая  $m$ , которая пересекает прямую  $l$  в точке  $M$ ».
- 
- 5) Сколько плоскостей проходит через три точки? Ответ обоснуйте.
- 

## Кроссворд



### Вопросы:

- 1) Утверждение, принимаемое на веру без доказательства.
- 2) Наука о свойствах геометрических фигур.
- 3) Рассуждение по определенным правилам, обосновывающее какое-либо утверждение.
- 4) Доказанное утверждение, полезное не само по себе, а для доказательства других утверждений.
- 5) Раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур на плоскости.
- 6) Абстрактный объект в пространстве, не имеющий никаких измеримых характеристик.

### Проверь себя:

- 1) аксиома
- 2) геометрия
- 3) доказательство
- 4) лемма
- 5) планиметрия
- 6) точка

## ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ

**Определение.** Две прямые в пространстве называются параллельными, если \_\_\_\_\_ и не пересекаются.

**Теорема №1.** Через любую точку пространства, \_\_\_\_\_, проходит прямая, \_\_\_\_\_, и притом только одна.

**Теорема №2.** Если две прямые параллельны \_\_\_\_\_, то они \_\_\_\_\_.

**Лемма.** Если одна из двух параллельных прямых \_\_\_\_\_, то и другая \_\_\_\_\_ эту плоскость.

### Задание 1

- 1) Какой многогранник называется параллелепипедом?  
\_\_\_\_\_
- 2) Что идеализирует прямая?  
\_\_\_\_\_
- 3) Дан куб  $A \dots D_1$ . Найдите линию пересечения плоскостей граней  $BB_1C_1C$  и  $DD_1C_1C$ . Сделайте соответствующую запись.

---

4) Докажите, что через прямую  $k$  и не принадлежащую ей точку  $H$  можно провести плоскость.

---

5) Сколько плоскостей можно провести через одну прямую? Почему?

---

## Задание 2

1) Какой многогранник называется пирамидой?

---

2) Что идеализирует плоскость?

---

3) Дан куб  $A...D_1$ . Найдите линию пересечения граней  $AA_1B_1B$  и  $BB_1C_1C$ .  
Сделайте необходимые записи.

---

4) В каком случае через точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  можно провести плоскость? Ответ поясните.

---

5) Сколько плоскостей можно провести через две точки? Почему?

---

Три случая взаимного расположения двух прямых в пространстве:

А) прямые пересекаются, т.е. \_\_\_\_\_

Б) прямые параллельны, т.е. \_\_\_\_\_

В) прямые скрещиваются, т.е. \_\_\_\_\_

## СКРЕЩИВАЮЩИЕСЯ ПРЯМЫЕ

**Определение.** Две прямые называются скрещивающимися, если \_\_\_\_\_ плоскости.

**Теорема №1.** Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, \_\_\_\_\_, то эти прямые скрещивающиеся.

**Теорема №2.** Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, \_\_\_\_\_, и притом только одна.

**Теорема №3.** Если стороны двух углов \_\_\_\_\_, то такие углы равны.

### Задание 1

- 1) В правильной пятиугольной призме  $A \dots E_1$  запишите все ребра, параллельные ребру  $AB$ .

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- 2) В правильной восьмиугольной пирамиде  $SA_1 \dots A_8$  запишите пару параллельных ребер.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- 3) Найдите число диагоналей в параллелепипеде.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

### Тест

- 1) Если две прямые лежат в параллельных плоскостях и при наложении пересекаются, то они называются ...

- А) параллельными
- Б) пересекающимися
- В) скрещивающимися
- Г) не пересекающимися

- 2) Сколько прямых проходит через точку, не лежащую на данных параллельных плоскостях, пересекающих две скрещивающихся прямые?

- А) одна
- Б) ни одной
- В) сколько угодно



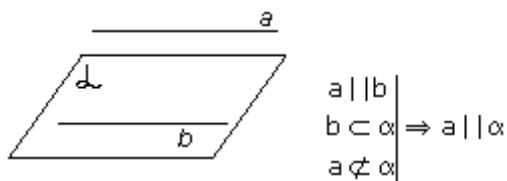
- 3) Сколько общих перпендикуляров имеют две любые скрещивающиеся прямые?
- А) ни одного  
Б) сколько угодно  
В) один
- 4) Сколько плоскостей может проходить через каждую из двух скрещивающихся прямых?
- А) сколько угодно  
Б) одна  
В) ни одной
- 5) Три точки А, В, С принадлежат некоторой плоскости и не лежат на одной прямой. Точка D принадлежит данной плоскости. Сколько пар скрещивающихся прямых определяют данные точки?
- А) одну  
Б) две  
В) три  
Г) четыре

## ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

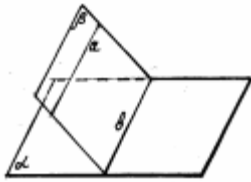
**Определение.** Прямая и плоскость называются \_\_\_\_\_, если они не имеют общих точек ( $a \parallel \alpha$ )

**Признак параллельности прямой и плоскости.**

**Теорема.** Если прямая, не лежащая в данной плоскости, \_\_\_\_\_, лежащей в этой плоскости, то она параллельна самой плоскости.



**Замечания.**



1. Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, \_\_\_\_\_, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой.
2. Если одна из двух параллельных \_\_\_\_\_, а другая прямая \_\_\_\_\_ точку, то эта прямая лежит в данной плоскости.

## Выводы.

Случаи взаимного расположения прямой и плоскости:

- а) прямая лежит в плоскости;
- б) прямая и плоскость имеют только одну общую точку;
- в) прямая и плоскость не имеют ни одной общей точки.

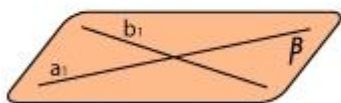
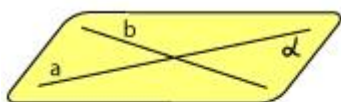
## Задание 1

- 1) Используя признак параллельности прямой и плоскости, укажите параллельные прямые и плоскости, проходящие через вершины правильной шестиугольной призмы  $A...F_1$ .
- 2) Плоскость проходит через середины двух сторон треугольника. Как расположены относительно друг друга третья сторона треугольника и данная плоскость? Ответ обоснуйте.

## ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

**Определение.** Две плоскости параллельны, если они не имеют общих точек.

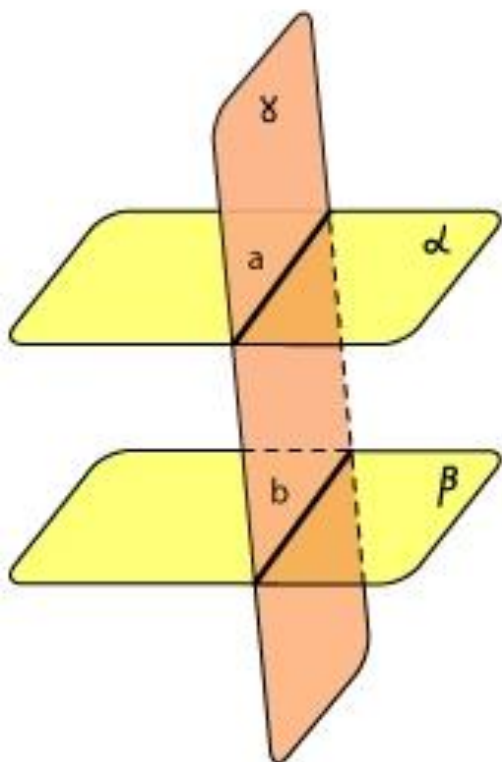
**Теорема.** Плоскости параллельны друг другу, если две пересекающиеся прямые, лежащие в одной плоскости, соответственно параллельны двум пересекающимся прямым, лежащим в другой плоскости.



$$\begin{aligned} a &\parallel a_1 \\ b &\parallel b_1 \end{aligned}$$

### Свойства параллельных плоскостей:

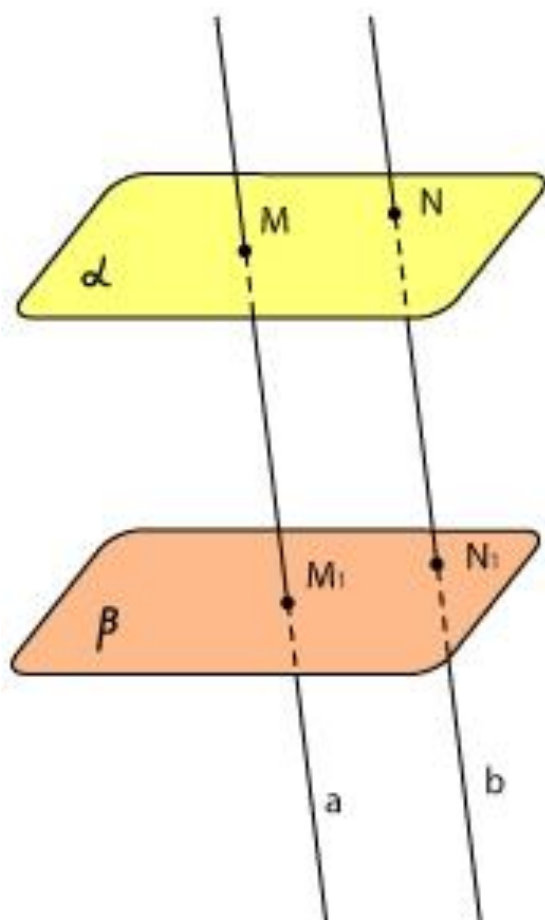
1. Если две плоскости параллельны третьей, то они параллельны друг другу.
2. Линии пересечения двух параллельных плоскостей третьей плоскостью параллельны.



$$\left. \begin{aligned} \gamma \cap \alpha &= a \\ \gamma \cap \beta &= b \\ \alpha &\parallel \beta \end{aligned} \right\} \Rightarrow a \parallel b$$

Линии пересечения  
двух параллельных плоскостей  
третьей плоскостью параллельны

3. Отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями, равны.



$$\left. \begin{array}{l} \alpha \parallel \beta \\ a \parallel b \end{array} \right\} \Rightarrow MM_1 = NN_1$$

Отрезки параллельных  
прямых, заключенные  
между параллельными  
плоскостями, равны

### Задание 1

- 1) Докажите, что в кубе  $A...D_1$  диагональ  $BD$  параллельна грани  $A_1 B_1 C_1 D$

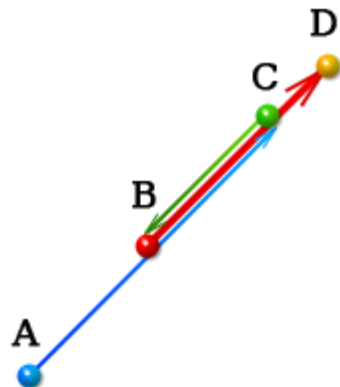
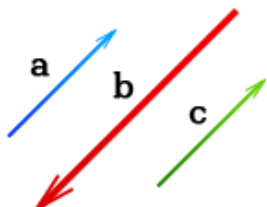
1

- 2) Сторона  $AC$  треугольника  $ABC$  лежит в плоскости  $\alpha$ . Вершина  $B$  не принадлежит этой плоскости. Как расположены прямая, проходящая через середины сторон  $AB$  и  $BC$ , относительно плоскости  $\alpha$ ? Почему?

- \*3) Можно ли построить плоскость, проходящую через данную прямую и параллельную другой данной прямой? Ответ обоснуйте.

## КОЛЛИНЕАРНЫЕ ВЕКТОРЫ

**Определение.** Коллинеарные векторы - это векторы, лежащие \_\_\_\_\_ (или на одной и той же прямой).



Векторы  $a$ ,  $b$ ,  $c$  коллинеарны. Векторы  $AC$ ,  $BD$ , и  $CB$  коллинеарны.

Коллинеарные векторы могут иметь одно и то же направление ( \_\_\_\_\_ векторы) или противоположные.

Так, векторы  $a$  и  $c$  равнонаправлены, векторы  $a$  и  $b$  (а также  $b$  и  $c$ ) противоположно направлены. Векторы  $AC$  и  $BD$  равнонаправлены, векторы  $AC$  и  $CB$  противоположно направлены.

### Задание 1

- 1) Векторы  $m$  и  $n$  коллинеарны. Векторы  $k$  и  $l$  тоже коллинеарны. Будут ли коллинеарны векторы  $m$  и  $k$ ,  $n$  и  $l$ .

---

- 2) Векторы  $a$  и  $b$  коллинеарны. Будут ли коллинеарны векторы:  
а)  $a$  и  $a + b$  ; б)  $b$  и  $a - b$  ?

---

**Составь вопросы к кроссворду**

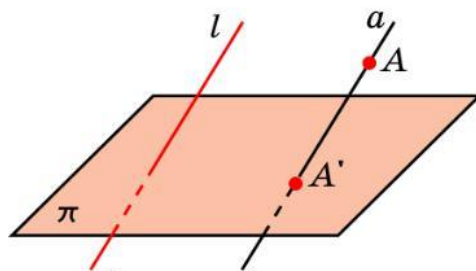
## Кроссворд



## ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

### Параллельное проектирование

Пусть  $\pi$  - некоторая плоскость,  $l$  - пересекающая ее прямая. Через произвольную точку  $A$ , не принадлежащую прямой  $l$ , проведем прямую, параллельную прямой  $l$ . Точка пересечения этой прямой с плоскостью  $\pi$  называется параллельной проекцией точки  $A$  на плоскость  $\pi$  в направлении прямой  $l$ . Обозначим ее  $A'$ . Если точка  $A$  принадлежит прямой  $l$ , то параллельной проекцией  $A$  на плоскость  $\pi$  считается точка пересечения прямой  $l$  с плоскостью  $\pi$ .



Таким образом, каждой точке  $A$  пространства сопоставляется ее проекция  $A'$  на плоскость  $\pi$ . Это соответствие называется **параллельным проектированием** на плоскость  $\pi$  в направлении прямой  $l$ .

### Задание 1

- 1) Можно ли по параллельной проекции точки на плоскость определить положение точки в пространстве?  
\_\_\_\_\_
- 2) В каком случае положение прямой в пространстве определяется заданием ее параллельной проекции на плоскость?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- 3) Сохраняются ли при параллельном проектировании углы?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

## Задание 2

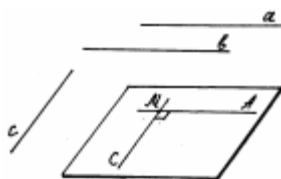
- 1) Верно ли утверждение: «Параллельная проекция прямой есть прямая?»  
\_\_\_\_\_
- 2) Может ли проекция прямой быть параллельной самой прямой, данной в пространстве?  
\_\_\_\_\_
- 3) В какую фигуру может проектироваться ромб?  
\_\_\_\_\_

## Задание 3

- 1) Справедливо ли утверждение: «Параллельные прямые проектируются в параллельные прямые или в одну прямую?»  
\_\_\_\_\_
- 2) При каком условии квадрат проектируется в квадрат?  
\_\_\_\_\_
- 3) В какую фигуру может проектироваться трапеция?  
\_\_\_\_\_

## ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

**Определение.** Две прямые в пространстве называются \_\_\_\_\_, если угол между ними \_\_\_\_\_.

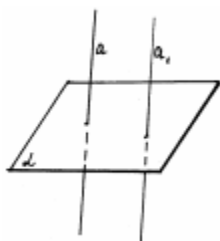


Перпендикулярные прямые могут \_\_\_\_\_ и могут быть скрещивающимися.

**Лемма.** Если одна из двух параллельных прямых \_\_\_\_\_, то и другая прямая \_\_\_\_\_ к этой прямой.

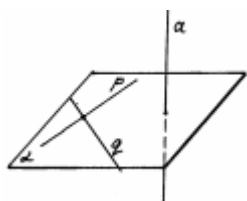
**Определение.** Прямая называется \_\_\_\_\_ к плоскости, если она перпендикулярна к \_\_\_\_\_ прямой, лежащей в плоскости.

**Связь между параллельностью прямых и их перпендикулярностью к плоскости.**



1. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.
2. Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.

### Признак перпендикулярности прямой и плоскости.



**Теорема.** Если прямая перпендикулярна к двум \_\_\_\_\_ прямым, лежащим в одной плоскости, то она \_\_\_\_\_ к этой плоскости.

#### Задание 1

- 1) В кубе  $A...D_1$  найдите угол между прямыми  $AB_1$  и  $D_1B_1$ .
- 2) Через точку, не принадлежащую прямой, проведите перпендикулярную ей прямую. Сколько таких прямых можно провести?
- 3) Даны плоскость и параллельная ей прямая. Сколько прямых, перпендикулярных этой прямой, можно провести в данной плоскости?

#### Задание 2

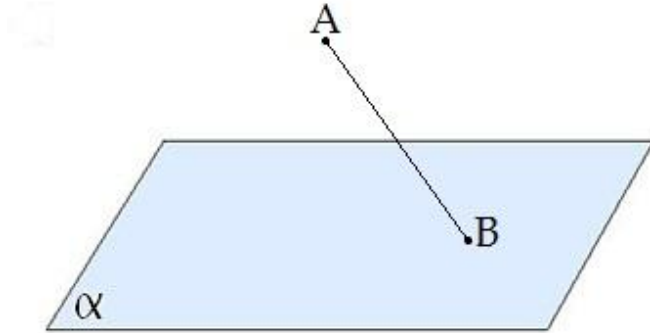
- 1) В кубе  $A...D_1$  докажите перпендикулярность  $BD_1$  и  $AC$ .
- 2) В правильном тетраэдре  $ABCD$  проведите плоскость, перпендикулярную ребру  $AB$ .

### ПЕРПЕНДИКУЛЯР И НАКЛОННАЯ



**Определение.** Наклонной, проведенной из \_\_\_\_\_ к данной плоскости, называется любой отрезок, \_\_\_\_\_ данную точку с точкой плоскости, не являющийся \_\_\_\_\_ к плоскости.

Конец отрезка, \_\_\_\_\_ в плоскости, называется **основанием наклонной**.

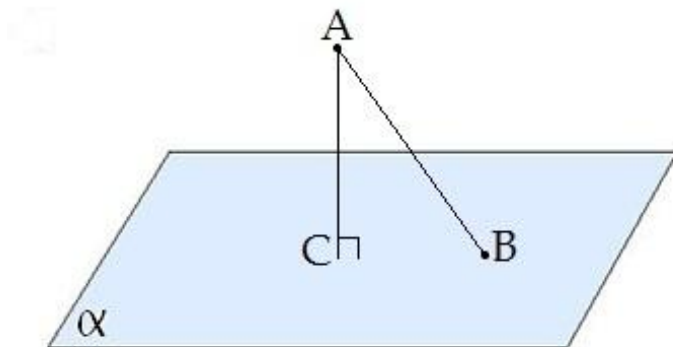


AB - наклонная.

B - основание наклонной.

Перпендикуляром, проведенным из данной точки к данной плоскости, называется отрезок, \_\_\_\_\_ данную точку с точкой плоскости и \_\_\_\_\_, перпендикулярной плоскости.

Конец этого отрезка, лежащий в плоскости, называется **основанием перпендикуляра**.

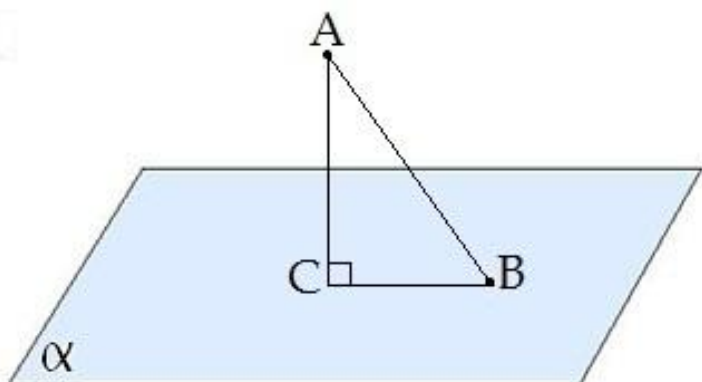


AC - перпендикуляр.

C - основание перпендикуляра.

Расстоянием от \_\_\_\_\_ называется **длина перпендикуляра**, проведенного из этой точки к \_\_\_\_\_.

Отрезок, соединяющий основания \_\_\_\_\_ и наклонной, проведенных из \_\_\_\_\_ точки, называется **проекцией наклонной**.



СВ - проекция наклонной АВ на плоскость  $\alpha$ .  
Треугольник ABC прямоугольный.

Углом между наклонной и плоскостью называется угол между этой \_\_\_\_\_ и её \_\_\_\_\_ на плоскость.

### Задание 1

- Из точки А к данной плоскости проведены перпендикуляр и наклонная, пересекающие плоскость соответственно в точках В и С. Найдите отрезок АС, если  $AB = 6$  см,  $\angle BAC = 60^\circ$ .

---



---

- В кубе  $A \dots D_1$  проведите из точки  $D_1$  перпендикуляр на плоскость  $ACB_1$ .

---



---



---



---



---



---

### Тест

- Верно ли утверждение?

а) Длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на плоскость, называется расстоянием от точки до плоскости;

б) Конец наклонной, лежащий вне данной плоскости, называется основанием наклонной;

в) Если прямая параллельна плоскости, то все ее точки находятся на одинаковом расстоянии;

г) Если к плоскости проведены две наклонные, то их проекции на плоскость равны.

2. Продолжи предложение.

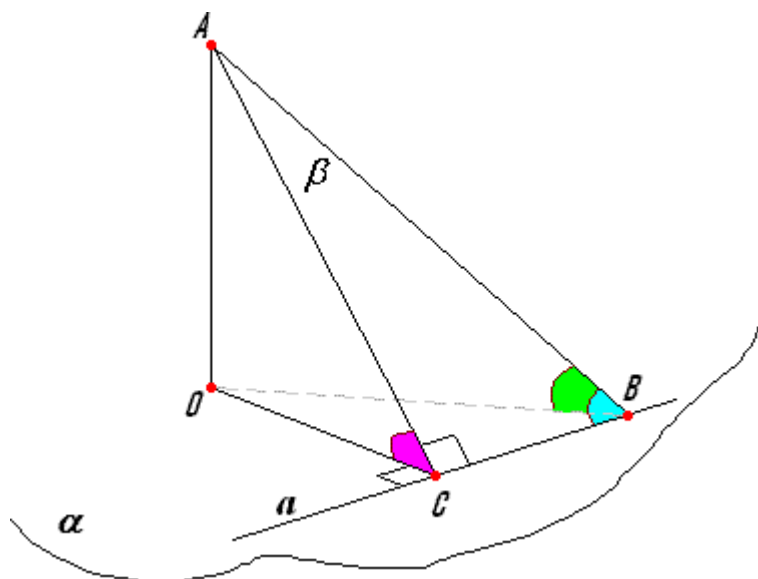
а) Угол между прямой  $BC$  и плоскостью  $\alpha$  равен  $40^\circ$ . Найдите угол между прямой  $BC$  и прямой  $BD$ , перпендикулярной к плоскости  $\alpha$ . Угол равен ...

б) Отрезок  $BD$  – перпендикуляр к плоскости равнобедренного треугольника  $ABC$ ,  $M$  – середина основания  $AC$ . Тогда  $\angle CDM = \dots$

## УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТЬЮ

**Определение 1.** Угол между прямой, лежащей в \_\_\_\_\_ с другой плоскостью, есть угол между \_\_\_\_\_ на эту плоскость.

**Теорема 1.** Синус угла между прямой, лежащей в \_\_\_\_\_ с другой плоскостью, равен произведению синуса угла между этими плоскостями на синус угла между прямой и \_\_\_\_\_, образованного этими плоскостями.



### Задание 1

1) В прямоугольном параллелепипеде  $A \dots D_1$  найдите углы между  $BD_1$  и плоскостями граней: а)  $ABCD$ ; б)  $AA_1B_1B$ , если  $AB = a$ ,  $BC = b$ ,  $BB_1 = c$ .

---

---

2) Докажите, что две параллельные наклонные прямые к одной плоскости образуют с ней равные углы.

---

---

\*3) Сформулируйте утверждение, обратное утверждению предыдущей задачи 2. Верно ли оно?

---

---

---

## РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ТОЧКАМИ, ПРЯМЫМИ И ПЛОСКОСТЯМИ

### 1. Расстояние между параллельными плоскостями.

**Определение.** Расстоянием между параллельными плоскостями называют \_\_\_\_\_, опущенного из любой точки одной плоскости на другую. В самом деле, все перпендикуляры между двумя параллельными плоскостями равны, потому что \_\_\_\_\_, заключенные между параллельными плоскостями, равны.

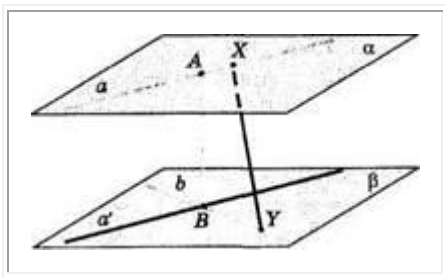
Примером расстояния между параллельными плоскостями может служить высота призмы, высота потолка в комнате и т.д.

### 2. Расстояние между плоскостью и параллельной ей прямой.

**Определение.** Расстоянием между плоскостью и параллельной ей прямой называется \_\_\_\_\_, проведенного из любой точки прямой к плоскости.

### 3. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Сначала дадим понятие общего перпендикуляра скрещивающихся прямых.

**Определение.** Общим перпендикуляром двух скрещивающихся прямых называется отрезок с концами на \_\_\_\_\_ и перпендикулярный к \_\_\_\_\_ из них.



### Задание 1

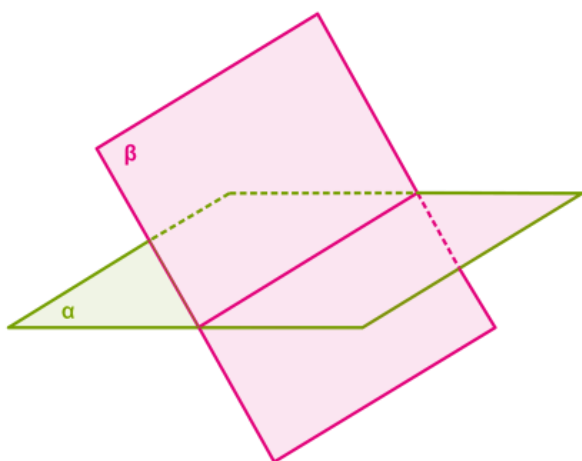
- 1) В кубе  $A...D_1$  с ребром  $b$  найдите расстояние между скрещивающимися прямыми  $BC$  и  $A_1C_1$  и их общий перпендикуляр.

---

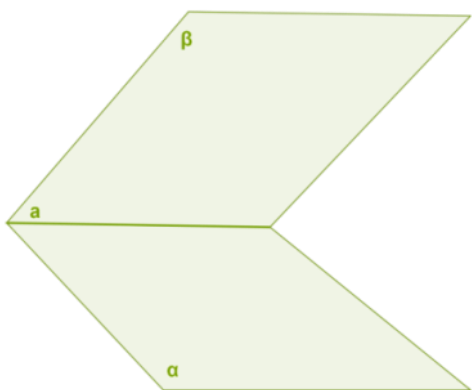
- 
- 
- 2) Ребро правильного тетраэдра равно 1. Найдите расстояние между его скрещивающимися ребрами.
- 
- 
- 

## ДВУГРАННЫЙ УГОЛ

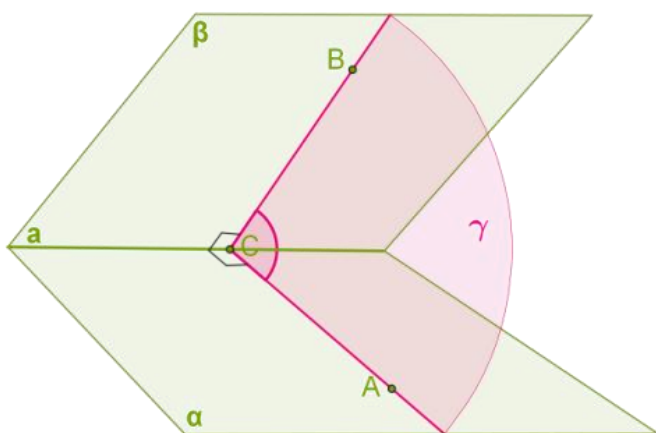
**Определение.** Двугранный угол - это часть пространства, заключённая между \_\_\_\_\_, имеющими одну общую границу.



Если в пространстве пересекаются две плоскости, получаются \_\_\_\_\_ (аналогично как при пересечении \_\_\_\_\_ получаются четыре угла).



Полуплоскости  $\alpha$  и  $\beta$ , образующие двугранный угол, называются \_\_\_\_\_.  
Общая прямая  $a$  этих граней называется **ребром** двугранного угла.



Линии пересечения  $AC$  и  $BC$  полуплоскостей  $\alpha$  и  $\beta$  с плоскостью  $\gamma$  образуют некоторый угол  $\angle ACB$ . Этот угол называется \_\_\_\_\_ **углом** двугранного угла. Величина линейного угла не зависит от выбора точки  $C$  на ребре  $a$ .

Обрати внимание!

Величина двугранного угла  $0^\circ < \angle ACB < \_\_\_\circ$ .

Если плоскости \_\_\_\_\_, то угол между ними равен  $0^\circ$  по определению.

Если при пересечении плоскостей один из двугранных углов  $90^\circ$ , то \_\_\_\_\_  $90^\circ$ . Эти плоскости называют перпендикулярными.

### Задание 1

- 1) Найдите угол между диагональю  $AC_1$  единичного куба  $A \dots D_1$  и плоскостью грани  $ABB_1A_1$ .

---

- 
- 
- 2) Дан куб  $A...D_1$  с ребром  $a$ . Найдите угол между плоскостью  $AB_1D_1$  и плоскостью диагонального сечения грани  $BDD_1B_1$ .
- 
- 
- 

### Синквейн

Угол

Двугранный, \_\_\_\_\_

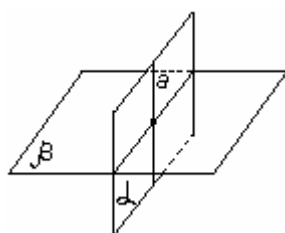
\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

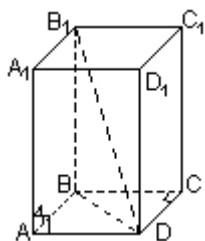
\_\_\_\_\_

## ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

### Признак перпендикулярности двух плоскостей.



Если одна из двух плоскостей ( $\alpha$ ) проходит через прямую ( $a$ ), \_\_\_\_\_ другой плоскости ( $\beta$ ), то такие плоскости перпендикулярны.



**Прямоугольный параллелепипед.** Параллелепипед называется прямоугольным, если его боковые ребра \_\_\_\_\_ к основаниям, а основания представляют собой прямоугольники.

### Задание 1

- 1) Докажите, что пересекающиеся грани прямоугольного параллелепипеда перпендикулярны.

---

---

---

---

---

---

---

---

- 2) Докажите, что плоскости диагональных сечений  $AB_1C_1D$  и  $BA_1D_1C$  куба  $A...D_1$  перпендикулярны.

---

---

---

---

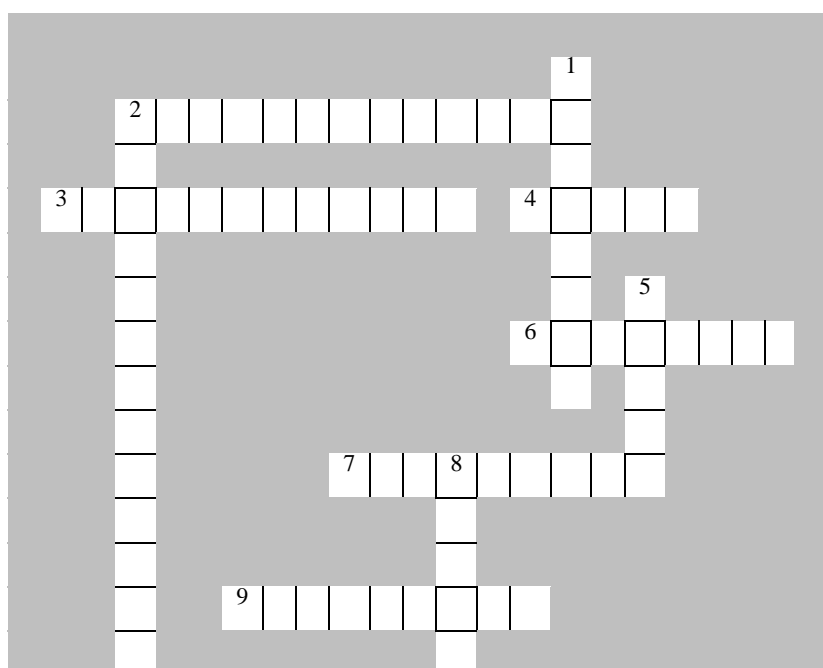
---

---

---

---

### Кроссворд



#### Вопросы

1. К чему ещё перпендикулярна прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной и перпендикулярно к ней.

2. (по горизонтали) Расстояние от точки до плоскости

2. (по вертикали) К каким двум прямым плоскости должна быть перпендикулярна третья прямая, чтобы сделать вывод о том, что она перпендикулярна к этой плоскости?

3. Какие две прямые перпендикулярны к плоскости?



- 4.«Вершина» двугранного угла  
5. Количество граней прямоугольного параллелепипеда  
6. Градусная мера этого угла является градусной мерой и двугранного угла  
7. Она равна сумме квадратов трёх измерений прямоугольного параллелепипеда

8.«Сторона» двугранного угла

9. Прямая, проведённая в плоскости через ... наклонной перпендикулярно к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной

### Проверь себя

1. Проекция
2. Перпендикуляр (по гориз.), пересекающиеся (по вертик.)
3. Параллельные
4. Ребро
5. Шесть
6. Линейный
7. Диагональ
8. Грань
9. Основание

## ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

**Выпуклый многогранник называется правильным, если:**

1. Все его грани \_\_\_\_\_ многоугольники;
2. В каждой его вершине сходится \_\_\_\_\_ число рёбер.

Все рёбра правильного многогранника равны, а также равны все двугранные углы, содержащие две грани с общим ребром.

Не существует правильного \_\_\_\_\_, гранями которого являются правильные многоугольники, если число их сторон  $b$  или больше, то есть правильные  $n$ -угольники, если  $n \geq b$ .

1. У правильного  $n$ -угольника, если  $n \geq 6$ , углы не меньше  $120^\circ$ .
2. В каждой вершине \_\_\_\_\_ должно быть не меньше трёх углов.
3. Даже при трёх углах сумма всех углов уже достигает  $360^\circ$ .
4. Сумма всех плоских углов при \_\_\_\_\_ выпуклого многогранника меньше  $360^\circ$ .

Следовательно, не существует \_\_\_\_\_, гранями которого являлись бы правильные  $n$ -угольники, если  $n \geq 6$ .

Только правильные треугольники, четырехугольники (квадраты) и пятиугольники могут быть гранями правильного многогранника.

### Тест

**1. Сколько существует видов правильных многогранников?**

- ☐ 13
- ☐ 5
- ☐ 4
- ☐ Много

**2. Какие правильные многогранники имеют по 15 осей симметрии и 15 плоскостей симметрии?**

- ☐ Тетраэдр
- ☐ Икосаэдр
- ☐ Додекаэдр
- ☐ Октаэдр

**3. Какой из математиков установил соотношения между числом вершин, ребер и граней выпуклого многогранника?**

- ☐ Платон
- ☐ Архимед
- ☐ Эйлер
- ☐ Кеплер

**4. Согласно теории о связи структуры Земли с правильными многогранниками, проекции каких вписанных в земной шар фигур проступают в земной коре?**

- ☐ Икосаэдр
- ☐ Гексаэдр
- ☐ Додекаэдр
- ☐ Октаэдр

**5. Кто автор философской картины мира, где главную роль играют правильные многогранники?**

- ☐ Эйлер
- ☐ Кеплер
- ☐ Архимед

### Задание 1

- 1) Найдите высоту правильной четырехугольной пирамиды, все ребра которой равны  $a$ .

---

---

---

---

- 2) Будет ли правильная пирамида, представленная в предыдущей задаче, правильным многогранником? Почему?

---

---

---

- 3) Найдите в этой правильной пирамиде угол наклона бокового ребра к плоскости основания.

---

---

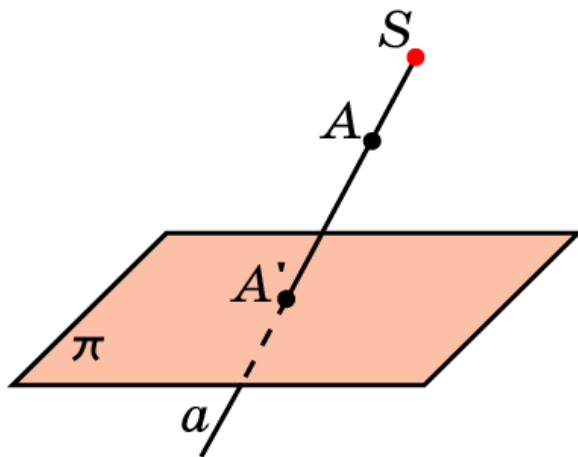
---

---

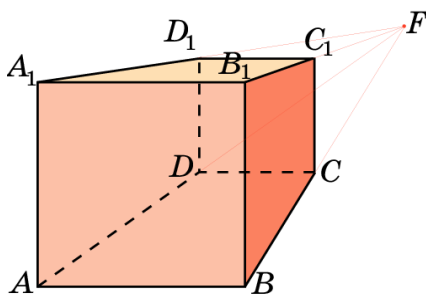
---

### ЦЕНТРАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ. ИЗОБРАЖЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФИГУР В ЦЕНТРАЛЬНОЙ ПРОЕКЦИИ.

**Определение.** Соответствие, при котором точкам \_\_\_\_\_ сопоставляются их центральные \_\_\_\_\_, называется центральным проектированием или \_\_\_\_\_.



Центральное проектирование куба на плоскость, параллельную плоскости грани куба.



### Задание 1

- 1) Что называется центральной проекцией точки пространства?  
\_\_\_\_\_
- 2) При каких условиях центральное проектирование дает неперевернутое изображение?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- 3) Для всех ли точек пространства определена центральная проекция?  
Ответ поясните.  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- 4) Какой фигурой является сечение  $n$ -угольной пирамиды плоскостью, параллельной ее основанию?  
\_\_\_\_\_

### Задание 2

- 1) Что называется центральным проектированием?  
\_\_\_\_\_
- 2) При каких условиях центральное проектирование дает перевернутое изображение?

- 
- 
- 3) Для каких точек пространства не определена центральная проекция на плоскость  $\pi$  с центром проектирования  $S$ ?
- 
- 
- 4) Какой фигурой является сечение конуса плоскостью, параллельной ее основанию?
- 
- 

## ТЕОРЕМА ЭЙЛЕРА

### Теорема Эйлера



*Леонард Эйлер  
(1707 – 1783 гг.)  
немецкий математик, физик и  
астроном*

#### *Теорема:*

Для любого выпуклого многогранника число вершин (**В**), число рёбер (**Р**) и граней (**Г**), связаны формулой:

$$\underline{B - P + G = 2}$$

## Задание 1

- 1) Дан многогранник с «дырой» или «окном». Будет ли он выпуклым многогранником? Почему?

---

---

- 2) Докажите, что любой выпуклый многогранник моно разбить на конечное число тетраэдров.

---

---

---

---

---

---

### Закончи предложение

1. Теорема Эйлера заключается в том, что ... .
2. Для доказательства теоремы Эйлера поверхность многогранника ... .
3. Выпуклыми многогранниками с пятью вершинами являются ... .
4. Если в призме 42 ребра, то в ее основании лежит ...-угольник.
5. В  $n$ -угольной пирамиде  $V = \dots$  ,  $P = \dots$  ,  $G = \dots$  ( $V$  — число вершин,  $P$  — ребер,  $G$  — граней многогранника.).

### Синквейн

#### Теорема

Эйлера, \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



МАОУ «Каменский лицей имени Кожевина В. Е

Рецензия

Учебное пособие «Рабочая тетрадь по геометрии»

Преподавателя Карповой М. Н

Рабочая тетрадь предназначена для закрепления навыков обучающихся в учреждениях начального среднего профессионального образования.

Рабочая тетрадь поможет лучше изучить, осмыслить, повторить, запомнить материал, позволит ориентироваться в системе понятий, развить навыки самостоятельной учебной работы. Рабочая тетрадь состоит из упражнений, контрольных вопросов, тестов, кроссвордов, синквейна, логических схем, которые помогут учащимся овладеть знаниями по составу и структуре программного обеспечения.

Рабочая тетрадь может быть использована при организации закреплении и повторения учебного материала, контроля знаний, умений учащихся, а также в качестве заданий для самостоятельной работы. Представленные задания учат систематизировать и анализировать, сравнивать и обобщать материал, выдвигать предположения и проверять, корректировать их в процессе обсуждения. Работа с такой тетрадью значительно облегчает выполнение самостоятельных заданий разной степени сложности и усвоение основополагающих понятий курса.

Рабочая тетрадь по геометрии может быть использована в образовательном процессе для обеспечения программы подготовки специалистов среднего звена.

Рецензент преподаватель I категории О. Н Кузнецова



Дата

