



*Работа реферативного характера с
элементами самостоятельного поиска*
**«Николай Иванович
Лобачевский»**

Автор работы: Урвин Александр

Класс: 7.

Руководитель: Киселева

Галина Александровна,

учитель математики,

МОУ Смирновская СОШ.

*I Всероссийский Вахтеровский фе-
стиваль-конкурс творческих
работ по математике
«Красота и величие математики»*



У каждого свой исходный постулат, на котором построена его геометрия жизни. Нужно только пристальнее приглядеться к человеку, определить этот исходный постулат и тогда всё станет ясно, все поступки окажутся логически обоснованными. Можно даже наперёд предсказать, как поступит тот или иной человек.

Н. Лобачевский

Введение

В этом учебном году я познакомился с удивительной наукой - геометрией. С первых уроков она увлекла и заинтриговала меня.

Геометрия - это одна из древнейших наук. Исследовать различные пространственные формы издавна побуждало людей их практическая деятельность. Древнегреческий ученый Эдем Родосский в IV веке до нашей эры писал: «Геометрия была открыта египтянами, и возникла при измерении Земли. Это измерение было им необходимо вследствие разлития реки Нил, постоянно смывавшей границы. Нет ничего удивительного, что эта наука, как и другие, возникла из потребности человека».

Многие первоначальные геометрические сведения получили также шумеро-вавилонские, китайские и другие ученые древнейших времен. Устанавливались они сначала только опытным путем, без логических доказательств.

Как наука, геометрия впервые сформировалась в Древней Греции, когда геометрические закономерности и зависимости, найденные ранее опытным путем, были приведены в надлежащую систему и доказаны.

В III веке до нашей эры греческий ученый Евклид привел в систему известные ему геометрические сведения в большом сочинении «Начала». Эта книга более двух тысяч лет служила учебником геометрии во всем мире.

После изучения темы «Параллельные прямые», наша учительница, Киселева Галина Александровна, рассказала, что кроме геометрии, которую изучают в школе, существует еще одна геометрия, геометрия Лобачевского. Она существенно отличается от евклидовой, например, в ней утверждается, что через данную точку можно провести бесконечно много прямых, параллельных данной прямой, что сумма углов треугольника меньше 180° . В геометрии Лобачевского не существует прямоугольников, подобных треугольников и так далее.

Как же это может происходить? Неужели это правда? Эти вопросы не могли дать покоя моему разуму. Поэтому я решил найти ответы на мучившие меня вопросы и побольше узнать о таком великом геометре, как Николай Иванович Лобачевский, ведь теория его геометрии помогает взглянуть по-другому на окружающий нас мир, это интересный, необычный и прогрессивный раздел современной геометрии, он дает материал для размышлений - в нем не все просто, не все ясно с первого взгляда, чтобы его понять, нужно обладать фантазией и пространственным воображением.

Цель работы: знакомство с судьбой и научной деятельностью великого русского математика Н. И. Лобачевского.

Задачи:

- познакомиться с биографией великого математика;
- сравнить теоремы геометрии Евклида с аналогичными теоремами геометрии Лобачевского.

Форма представления результатов: компьютерная презентация - репортаж, буклет.

Источники информации: печатные издания, электронные носители, ресурсы сети Интернет.

Необходимые ресурсы:

1. Техническое оснащение: фотоаппарат, компьютер, принтер, сканер.
2. Программное обеспечение: прикладной пакет Microsoft Word для создания текстовых фрагментов, прикладной пакет Microsoft Visio для создания рисунков, прикладной пакет Microsoft Power Point для создания презентаций.

Жизнь и научная деятельность Н.И. Лобачевского.

Николай Иванович Лобачевский - русский математик, преподаватель, деятель университетского образования и народного просвещения, создатель неевклидовой геометрии.

В истории науки часто бывает так, что истинное значение научного открытия выясняется не только через много лет после того, как это открытие было сделано, но, что особенно интересно, в результате исследований совсем в другой области знаний. Так произошло и с геометрией, предложенной Лобачевским, которая сейчас носит его имя.



Лобачевский Н.И.



Лобачевский И.М.

Николай Иванович Лобачевский родился в 1792 году в Макарьевском уезде Нижегородской губернии.

Отец его занимал место уездного архитектора и принадлежал к числу мелких чиновников, получавших скудное содержание.

Бедность, окружавшая его в первые дни жизни, перешла в нищету, когда в 1797 году умер отец и мать, в

возрасте двадцати пяти лет, осталась одна с детьми без всяких средств к существованию.

К счастью, Прасковья Ивановна Лобачевская была женщиной энергичной: она переехала в Казань и определила на казенный счет в гимназию всех трех сыновей.

В 1802 году она привезла троих сыновей в Казань и определила их в Казанскую гимназию.



Лобачевская П.А.



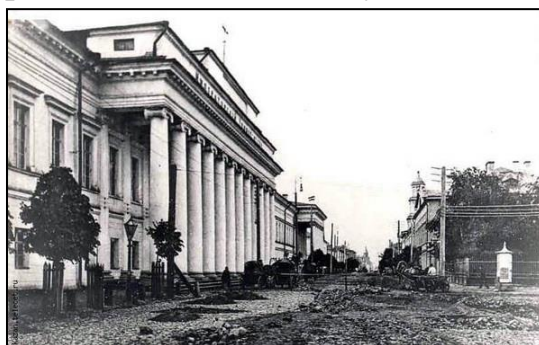
Императорская Казанская гимназия. Требуется времени для наполнения бассейна, если все четыре трубы открыты одновременно? Коля мгновенно решил задачу в уме! Таким образом, феноменальные способности ее среднего сына быстро замечены очень быстро.

На вступительном экзамене Коле предложили решить такую задачу: бассейн получает воду из 4-х труб; первая наполняет его за 1 час, вторая – за 2 часа, третья – за 3 часа, а четвертая – за 4 часа. Сколько по-

В гимназии Лобачевский пробыл пять лет и в 1807 году поступил во вновь открытый Казанский университет. Первыми профессорами Казанского университета стали преподаватели высших классов гимназии из питомцев Московского университета; старинная библиотека гимназии, коллекции и учебные пособия послужили основанием для библиотеки, музеев и кабинетов университета. Всего выбранных студентов было 33, из которых 26 – казенных. Студенты были помещены отдельно от учеников гимназии; их одели иначе и даже кормили иначе, чем гимназистов.

Влечение к математике явилось у будущего геометра только после приезда иностранных профессоров.

Лекции по астрономии читал профессор Литрофф. Лекции по математике он слушал у профессора Бартельса, воспитанника такого крупного ученого, как Карл Фридрих Гаусс. Именно Бартельс помог Лобачевскому выбрать в качестве сферы научных интересов геометрию.



Казанский императорский университет 1807г.



*Фотография преподавателей
Казанского университета.
1810г.*

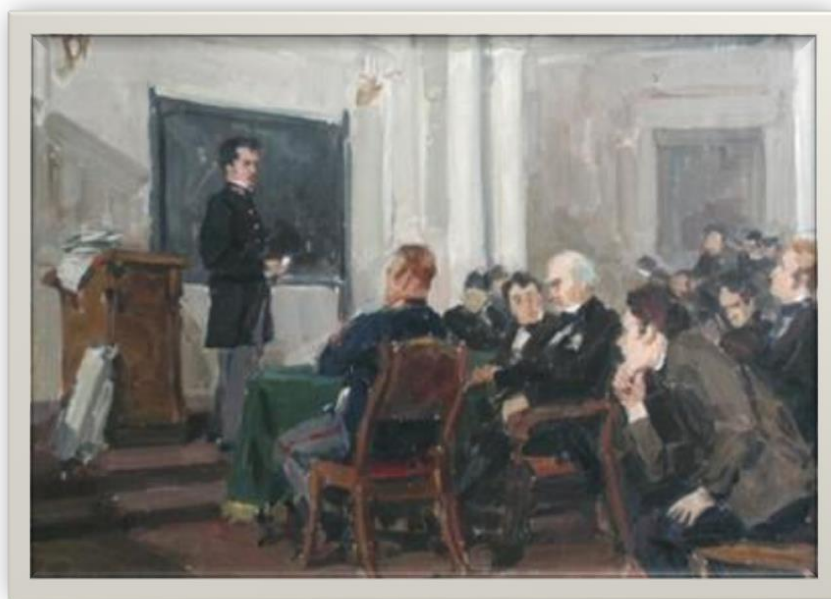
Учился юноша блестяще, но в молодости Николай отличался чрезвычайно живым и веселым характером, всегда был душой студенческого кружка. Однако преподавателями его поведение отмечалось как неудовлетворительное, не нравилось «мечтательное о себе самомнение, излишнее упорство, вольнодумствие».

По настоянию Бартесья и других профессоров Лобачевский получил степень кандидата, а в 1811 году - степень магистра, и его оставили в университете для

подготовки к профессорскому званию. Николай был тронут оказанным ему снисхождением и искренне обещал исправиться. И можно сказать, что он вполне сдержал свое обещание и со всей страстью отдался науке.

Свою педагогическую деятельность Лобачевский начал рано: он впервые вступил на поприще преподавателя в 1812 году; в это время ему было поручено чтение публичного курса арифметики и геометрии для чиновников.

В 1814 году Лобачевский получил звание адъюнкта чистой математики, а в 1816 году был удостоен профессорского звания. В это время Николай главным образом занимался наукой, но в 1818 году он был избран членом училищного комитета, который должен был, по уставу, управлять всеми делами, касавшимися гимназий и училищ округа, подведомственных тогда не непосредственно попечителю, но университету. С 1819 года Лобачевский преподавал астрономию, заменяя отправившегося в кругосветное плавание преподавателя.



Лобачевский в казанском университете, 1817г

Административная деятельность Лобачевского началась с 1820 года, когда он был избран деканом.

К сожалению, университетом руководил тогда Магницкий, мягко говоря, не способствовавший развитию науки. Николай Лобачевский решает до поры до времени молчать.

Но безмолвие Николая Лобачевского доходило до того, что он во времена Магницкого не печатал своих исследований по воображаемой геометрии, хотя, как достоверно известно, он занимался ими в этот период. Похоже, Лобачевский сознательно избегал бесполезной борьбы с Магницким и берег свои силы для будущей деятельности, когда на смену ночи придет заря. Такой зарей и явился Мусин-Пушкин, при его появлении все преподаватели и учащиеся в Казани ожили и зашевелились, вышли из состояния оцепенения, которое продолжалось около семи лет... Права университетского совета были восстановлены, профессора подняли свои низко опущенные головы и смело высказали свое доверие Лобачевскому. Закипела работа, потому что все чувствовали, что наконец появился спрос на людей, преданных науке и делу образования в России.

12 февраля 1826 года Лобачевский делает доклад «Сжатое изложение начал геометрии». Этот день считается днем рождения неевклидовой геометрии.

3 мая 1827 года совет университета избрал Лобачевского ректором, хотя он и был молод - ему было в то время тридцать три.

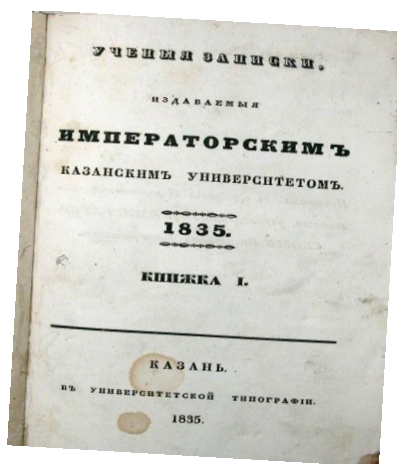
Лобачевский был умным, рассудительным и сдержанным ректором. Он не тяготился начальством и сам не угнетал подчиненных ему лиц.

В 1834 году по инициативе Лобачевского вместо «Казанского вестника» начинается издание «Учёных записок Казанского университета», где, бросая

вызов своим противникам, он публикует свои новые открытия.

Благодаря Николаю Ивановича в том же 1834 году как в гимназиях, так и в университете были введены гимнастика и преподавание искусств. Лобачевский всегда думал,

что молодым людям, особенно детям, для развития и поддержания здоровья, кроме умственных занятий, необходимы и телесные упражнения.



Разносторонняя деятельность Лобачевского не мешала административной, в которой он проявлял большую энергию. Именно Николаю Ивановичу университет обязан красотой и прочностью построек астрономической обсерватории, библиотеки, анатомического театра, физического кабинета, лаборатории и клиники.



Библиотека Казанского университета.



Анатомический театр

Но в 1842 году пожар уничтожил астрономическую обсерваторию. Средства университета, да и средства города, были не в состоянии покрыть ущерб от этого бедствия. Тогда сгорело более половины Казани. Лобачевскому, однако, удалось сохранить здание библиотеки и всего находящегося там имущества, а также инструментов обсерватории.

Несмотря на изнурительную практическую деятельность, не оставлявшую ни минуты отдыха, Николай Лобачевский никогда не прекращал своих научных занятий, и во время своего ректорства напечатал в «Ученых записках Казанского университета» лучшие свои сочинения.

Размышляя о постулатах Евклидовой геометрии, Николай Лобачевский пришел к выводу, что по крайней мере один из них может быть пересмотрен. Очевидно, что краеугольный камень геометрии Лобачевского — это отрицание постулата Евклида, без которого геометрия около двух тысяч лет, казалось, не могла жить.

Основываясь на утверждении, что при определенных условиях прямые, которые кажутся нам параллельными, могут пересекаться, Лобачевский пришел к выводу о возможности создания новой, непротиворечивой геометрии. Поскольку ее существование было невозможно представить в реальном мире, ученый назвал ее «воображаемой геометрией».

Первое сочинение Лобачевского, относящееся к этому предмету, представлено было физико-математическому факультету в Казани в 1826 году; оно вышло в свет в 1829 году, а в 1832 году появилось собрание трудов венгерских ученых, отца и сына Болиай, по неевклидовой геометрии. Болиай - отец был другом Гаусса, и, бесспорно, тот делился с ним мыслями о новой геометрии. Между тем право гражданства получила в Западной Европе именно геометрия Лоба-

чевского. Хотя оба ученых за это открытие были избраны членами Ганноверской академии наук.

Так в ученых занятиях и в заботах об университете и шла жизнь Лобачевского. В 1836 году Николай I лично наградил Лобачевского орденом Анны II степени, после этого ему было пожаловано дворянство и дан герб.



Герб Лобачевского

Щит разделен на две части, из коих в верхней в красном поле изображены шестиугольная из двух золотых треугольников составленная звезда и летящая вверх пчела, а в нижней в голубом поле стрела и серебряная подкова, шипами вверх обращаются. Щит увенчан дворянским клеймом и короною с тремя на одной страусовыми перьями. Намёт на щите голубой, подложенный золотом.

Геральдические пчела, стрела и подкова означают, соответственно, — трудолюбие и целеустремлённость, приведшая к успеху. При этом, символы в верхних углах герба Лобачевского дают основание предполагать, что он состоял в масонском обществе, но упоминания его в масонских списках не обнаружены.

Женился Николай Лобачевский поздно, в сорок четыре года, на богатой



оренбургско-казанской помещице Варваре Алексеевне Моисеевой. В приданое за женой он получил небольшую деревню Полянки в Спасском уезде Казанской губернии. Впоследствии он купил еще имение Слободку, на самом берегу Волги, в той же губернии.

Семейная жизнь Лобачевского вполне соответствовала его общему настроению и его деятельности. Занимаясь поиском истины в науке, он в жизни выше всего ставил правду. В девушке, которую он решил назвать своей женой, он глав-

В.А. Лобачевская

ным образом ценил честность, правдивость и искренность. Рассказывают, что перед свадьбой жених и невеста дали друг другу честное слово быть искренними и сдержали его. По характеру жена Лобачевского представляла резкую противоположность мужу: Варвара Алексеевна была необыкновенно живой и вспыльчивой.

У Николая Ивановича Лобачевского было четыре сына и две дочери. Старший сын, Алексей, любимец отца, очень напоминал его лицом, ростом и телосложением; младший сын страдал какой-то мозговой болезнью, он едва мог говорить и умер на седьмом году. Семейная жизнь Лобачевского принесла ему много горя. Он любил своих детей, глубоко и серьезно о них заботился, но умел сдерживать, свои печали в пределах и не выходил из равновесия. Летом он отдавал свободное время детям и сам учил их математике. В этих занятиях искал он отдохновения.



Дом Лобачевских в Казани.

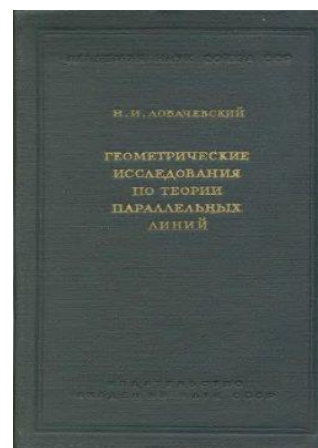


Он наслаждался природой и с большим удовольствием занимался сельским хозяйством. В имении своем, Беловолжской Слободке, он развел прекрасный сад и рощу, уцелевшую до сих пор. Сажая кедры, Лобачевский с грустью говорил своим близким, что не дождется их плодов. Предчувствие это сбылось: первые кедровые орехи были сняты в год смерти Лобачевского, когда его уже не было на свете.

В 1837 году труды Лобачевского печатаются на французском языке. В 1840

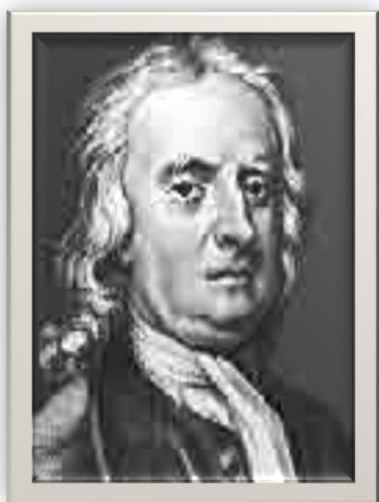


году он издал на немецком языке свою теорию параллельных, заслужившую признание великого Гаусса. В России же Лобачевский не видел оценки своих научных трудов. Очевидно, исследования Лобачевского находились за пределами понимания его современников. Одни игнорировали его, другие встречали его труды грубыми насмешками и даже бранью.



Совершенно правильно один геометр назвал геометрию Лобачевского звездной геометрией. О бесконечных же расстояниях можно составить себе понятие, если вспомнить, что существуют звезды, от которых свет доходит до Земли тысячи лет. Итак, геометрия Лобачевского включает в себя геометрию Евклида не как частный, а как особый случай. В этом смысле первую можно назвать обобщением геометрии нам известной.

В последние годы жизни Лобачевского преследовали всякого рода огорчения. Старший сын его, имевший большое сходство с отцом, умер студентом



*Лобачевский Н.И.
1854г*

университета; в нем проявились те же необузданные порывы, которыми отличался в ранней молодости и отец.

Состояние Лобачевских, по словам сына, расстроилось от не совсем удачной покупки имения. Лобачевский купил последнее, рассчитывая на капитал жены, находившийся в руках ее брата, страстного игрока, театрала и поэта. Деньги сестры брат проиграл в карты вместе со своими собственными. И Лобачевский, несмотря на всю свою ненависть к долгам, принужден был занимать; дом в Казани был также заложен. Оставшиеся в живых дети Лобачевского приносили ему мало утешения.

В 1845 году Риман был единогласно избран ректором университета на новое четырехлетие, а в 1846 году,

7 мая, кончился срок пятилетия его службы как заслуженного профессора. Совет Казанского университета снова вошел с прошением об оставлении Лобачевского в должности профессора еще на пять лет. Несмотря на это, вследствие какой-то темной интриги от министерства последовал отказ.

Вдобавок ко всему Лобачевский потерял и в материальном отношении. Лишаясь профессорского звания, он должен был довольствоваться пенсией, которая при старом уставе составляла 1 тысячу 142 рубля и 800 рублей столовых. Свои обязанности ректора Лобачевский продолжал исполнять, не получая никакого вознаграждения.

Деятельность Лобачевского в последнее десятилетие его жизни по своей интенсивности представляла только тень прошлого.

За роковыми этими годами наступили для Лобачевского годы увядания; он начал слепнуть.

Конечно, ничто не в состоянии дать счастья в годы разрушения сил, но лучшие условия могут смягчить и это горе. Не видя вокруг себя людей, проникнутых его идеями, Лобачевский думал, что эти идеи погибнут вместе с ним.

Мир окрестный, геометр, ты больше не видишь.

О, как тьму бессердечную ты ненавидишь!

Жизнь – на ощупь: вот книга, вот стол, вот перо,

Вот подсвечник – чеканное серебро.

Прежде всех ты почуял – сквозь стылую млечность

Параллели, сливаясь, спешат в бесконечность.

Слишком рано... Других убедить ты не в силе.

И тебя осмеяли, при жизни забыли.

Просто видел ты дальше, чем видит иной.

Просто видел ты больше, чем видит любой.

...Всё труднее шаги, всё короче дыханье.

Паралич... И в простор отлетает душа.

В тот простор, где звезды путеводной мерцанья

Где бегут параллели, столкнуться спеша...

Его не стало 12 февраля 1856 года.

Умирая, Николай Лобачевский произнес с горечью: «И человек родился, чтобы умереть».

Это было 12 февраля 1856 года.



На Арском кладбище в Казани.

Ему было 63 года. Он скончался в тот самый день, в который тридцатью годами ранее впервые обнародовал свою версию неевклидовой геометрии.

Лобачевский похоронен на Арском кладбище в городе Казань.

В 1892 году России и в других странах широко отметили 100-летний юбилей Лобачевского, в 1895 была учреждена международная премия имени Николая Ивановича Лобачевского, в 1896 в Казани открыт памятник ученому.



*Памятник Н. И. Лобачевскому
в Казани, скульптор Мария Диллон.*

200-летие Лобачевского отмечалось в 1992 году. Банком России была выпущена памятная монета в серии «Выдающиеся Личности России».



Медаль к премии Лобачевского, 1991 год

10 июня 2004 года в городе Козловка (Чувашия) состоялось открытие дома-музея Лобачевского.

В честь Лобачевского названы:

- Малая планета № 1858.
- Кратер на обратной стороне Луны
- Научная библиотека Казанского университета.
- Улицы в Москве, Киеве, Казани, Липецке и др. городах.
- Один из самолётов Аэрофлота.
- Лицей им. Н. И. Лобачевского при Казанском государственном университете.
- 20 марта 1956 года вышел указ Президиума Верховного Совета СССР о присвоении Горьковскому университету имени Н. И. Лобачевского¹.



*г. Козловка (Чувашия),
дом - музей Лобачевского.*

Высокий лоб, нахмуренные брови,
В холодной бронзе — отраженный луч...
Но даже неподвижный и суровый
Он, как живой, — спокоен и могуч.
Когда-то здесь, на площади широкой,
На этой вот казанской мостовой,
Задумчивый, неторопливый, строгий,
Он шел на лекции — великий и живой.
Пусть новых линий не начертят руки,
Он здесь стоит, взнесенный высоко,
Как утверждение бессмертья своего,
Как вечный символ торжества науки².



*Памятник Н. И. Лобачевскому
в Казани, скульптор Мария
Диллон.*

-
1. Васильев А.В. Николай Иванович Лобачевский. - М.: Наука. 1992.
 2. Лаптев Б.Л. Николай Иванович Лобачевский. 1792 - 1856. - В сб.: Люди русской науки. Москва. 1981.

Сравнительный анализ геометрии Евклида и Лобачевского.

Геометрия Лобачевского и геометрия Евклида имеют как сходства, так и различия. Например, Евклид утверждает, *что от всякой точки до всякой точки можно провести прямую; ограниченную прямую можно непрерывно продолжать по прямой; из всякого центра всяким раствором может быть описан круг; все прямые углы равны между собой*. Лобачевский говорит, *что через две точки можно провести одну и только одну прямую; прямая продолжается бесконечно; из любого центра можно провести окружность любым радиусом; все прямые углы равны между собой; на плоскости через точку*¹.

А вот самое большое противоречие в пятом постулате. Пятый постулат геометрии Евклида гласит:

Если две прямые, лежащие в одной плоскости, пересечены третьей и если сумма внутренних односторонних углов меньше двух прямых, то эти прямые пересекутся с той стороны, где это имеет место.

Николай Иванович Лобачевский предположил, что данное утверждение может быть и неверным, т.е. что прямые могут и не пересечься. Попытки найти противоречие в этом предположении, сделанные Лобачевским, результатов не дали, так было положено начало первой геометрии, отличной от геометрии Евклида, называемой ныне геометрией Лобачевского².

Рассмотрим ключевые моменты геометрии Лобачевского, что позволит нам на этой основе подойти к основной задаче публикации.

Итак, имеем две прямые a и b лежащие в одной плоскости, пересеченные третьей прямой c (рис. 1). Углы при точках пересечения O и P данных прямых равны 90 градусам. Соответственно, сумма внутренних односторонних углов равна 180 градусам. Абсолютная геометрия, т.е. геометрия, не использующая пятый постулат Евклида в своих доказательствах, утверждает, что такие прямые не пересекутся.

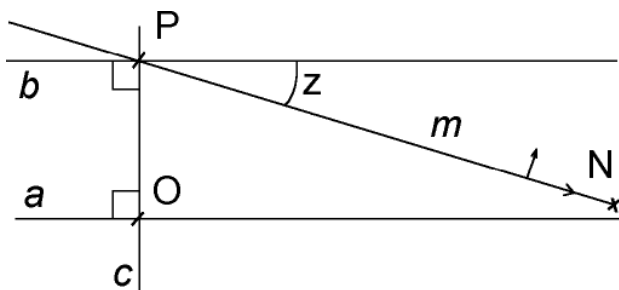


рис.1

Теперь построим прямую m проходящую через точку P и образующую с прямой b некоторый, сколь угодно малый, угол z . Таким образом, мы получили две прямые a и m , пересеченные третьей прямой c , причем сумма одной из пар внутренних односторонних углов меньше 180 градусов на величину z . Лобачевский допустил, что существует некоторая величина z такая, что прямая m не пересечет прямую a , будучи как угодно далеко продленной.

существует некоторая величина z такая, что прямая m не пересечет прямую a , будучи как угодно далеко продленной.

1. Норден А.П. Об изложении основных теорем геометрии Лобачевского. - В сб.: Сто двадцать пять лет неевклидовой геометрии Лобачевского. - М.: Гостехиздат. 1972.
2. Норден А.П. Элементарное введение в геометрию Лобачевского. - М.: Гостехиздат, 1953.

Действительно, если поставить воображаемый эксперимент по продлению прямой m в направлении сближения с прямой a , можно заметить что, как только “отслеживаемая точка” N , движущаяся в воображении по прямой m , приблизиться к прямой a , мы всегда можем уменьшить величину угла z , и продолжить движение не пересекая прямую a . И так “до бесконечности”.

Приведенный выше способ позволяет установить, момент пересечения прямых в конкретной точке, но Лобачевский исходил из несколько других предположений. А именно из того, что пятый постулат Евклида ни откуда не следует и является лишь нашим “ощущением” того, как должны вести себя прямые в случае пятого постулата. Соответственно Лобачевский не пытался объяснить, как прямые не пересекаются, а выдвинул утверждение, в ранге аксиомы, что существуют такие прямые, которые не пересекаются.

Однако весь опыт человечества подсказывает, что должны существовать и пересекающиеся прямые, упомянутые в пятом постулате Евклида. Соответственно должен существовать случай, когда прямая m из не пересекающей прямую a , превращается в пересекающую данную прямую.

Если поворачивать прямую m по часовой стрелке вокруг точки P (рис. 2), угол z будет возрастать, что неминуемо приведет к такой ситуации, когда прямая m “в последний раз” не пересечет прямую a .

Теперь если повернуть прямую m на сколь угодно малую величину w , пря-

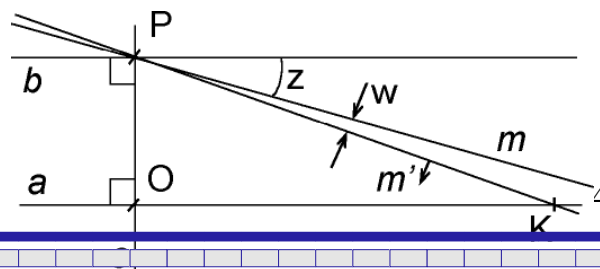


рис.2

мая m перейдет в прямую m' . Эта прямая пересечет прямую a , в некоторой точке K .

Таким образом, имеется прямая L , являющаяся “пограничной” прямой, отделяющей прямые, которые пересекут прямую a , от прямых которые не пересекут данную прямую (рис. 3). Сама прямая L не пересекает прямую a .

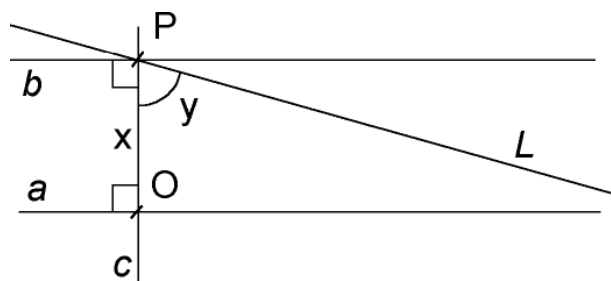


рис.3

Не трудно заметить, что угол y зависит от длины отрезка OP - чем отрезок короче, тем больше должен быть угол и наоборот. Обозначив длину отрезка OP через x , Лобачевский вводит специальную функцию для угла $y = \Pi(x)$, определяющую зависимость угла от длины отрезка, а сам угол называет “углом параллельности” отрезка данной длины.

При изменении x от 0 до ∞ , угол y стремится от 90 к 0 градусов.

Заключение

Заканчивая свою работу, я пришёл к выводу, что жизнь Николая Ивановича Лобачевского может служить примером того, как добиваться поставленной цели. Современники не поняли и не приняли его идей. Оставшись в одиночестве он не отступил, продолжал свои исследования. Впоследствии его геометрия затронула умы многих учёных, было совершено много открытий. Геометрия Лобачевского способствовала и способствует более глубокому пониманию окружающего нас материального мира. Изучение космического пространства, исследования в области высоких энергий и многое другое было бы невозможно без применения геометрии Лобачевского.

В результате работы над темой, я систематизировал и обобщил знания о евклидовой и неевклидовой геометрии. Выводы исследования можно сформулировать так:

несмотря на все кажущиеся странности, геометрия Лобачевского является настоящей геометрией нашего мира, а геометрия Евклида является её составной частью, но в пределах ежедневных измерений евклидова геометрия дает ничтожно малые ошибки, и мы пользуемся именно ею.

Мне бы хотелось, чтобы геометрию Лобачевского изучали в школе. Решение задач, выполнение практических работ, я думаю, вполне по силам школьнику.

Список литературы

1. Васильев А.В. Николай Иванович Лобачевский. - М.: Наука. 1992.
2. Норден А.П. Об изложении основных теорем геометрии Лобачевского. – М.: Гостехиздат, 1972.
3. Норден А.П. Элементарное введение в геометрию Лобачевского. - М.: Гостехиздат, 1953.
4. Лаптев Б.Л. Николай Иванович Лобачевский. 1792 - 1856. - В сб.: Люди русской науки. Матем., мех., М., 1961.
5. Лаптев Б.Л. Великий русский математик (к 175-летию со дня рождения Н.И.Лобачевского). - Вестник высшей школы, 1981.
6. Александров П.С. Николай Иванович Лобачевский. "Квант". 1976. N2.

Ресурсы сети Интернет

1. <http://www.iro.yar.ru/resource/distant/ma>
2. <http://www.uztest.ru/abstracts/?idabstract=511902>
3. <http://festival.1september.ru/articles/411156/>