

Английский язык

Библиотека в школе

Биология

География

Дошкольное образование

Здоровье детей

**Начальная  
школа**

№4/2005

Информатика

Искусство

История

Литература

Математика

Немецкий язык

Русский язык

Спорт в школе

Управление школой

Физика

Французский язык

Химия

Школьный психолог

С.А. ЗАЙЦЕВА, И.И. ЦЕЛИЩЕВА



# Моделирование простых текстовых задач

БИБЛИОТЕЧКА «ПЕРВОГО СЕНТЯБРЯ»

Серия «Начальная школа»

Выпуск 4

**С.А. Зайцева, И.И. Целищева**

# **МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТЫХ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ**

Москва

**Чистые пруды**

2005

## Введение

Что значит решить задачу? Решить задачу – значит раскрыть связи между данными и искомым, раскрыть отношения, заданные условием задачи, на основе чего выбрать, а затем и выполнить арифметические действия и дать ответ на вопрос задачи.

Умение решать текстовые задачи является одним из основных показателей уровня математического развития ребенка, глубины усвоения им учебного материала.

Работа над задачей начинается со знакомства с ее текстом. Уже при этом первичном знакомстве происходит анализ, цель которого – выделение «ведущего» отношения среди множества других, установление связей между тем, что дано, и тем, что требуется найти. На первый взгляд в этом нет ничего сложного, но действительность убеждает в обратном: нередко у учащихся формируется привычка выделения, выхватывания отдельного слова из контекста задачи как опорного, без осознания конкретного содержания, что и приводит к ошибочным решениям. Для устранения этого используются различные методические приемы, способствующие осмыслению текста задачи: представление жизненной ситуации, которая описана в задаче, мысленное участие в ней, разбиение текста задачи на смысловые части, отбрасывание несущественных слов в условии задачи и др. Но, чтобы каждый ученик смог выделить все отношения при первичном анализе задачи, их нужно увидеть.

Поэтому одним из основных приемов в анализе задачи является моделирование, которое помогает ученику не только понять задачу, но и самому найти рациональный способ ее решения.

Что понимается под моделированием текстовой задачи?

Моделирование в широком смысле слова – это замена действий с реальными предметами действиями с их уменьшенными образцами: моделями, муляжами, макетами, а также с их графическими заменителями: рисунками, чертежами, схемами и т.п. В роли моделей выступают не конкретные предметы, о которых идет речь в задаче, а их обобщенные заменители (например, круги, квадраты, отрезки, точки и т.п.). Показывая взаимоотношения величин с помощью отрезков с соблюдением масштаба, мы используем чертеж. Если же взаимосвязи и взаимоотношения передаются приблизительно, без точного соблюдения масштаба, то мы работаем со схематическим чертежом или схемой.

Предметное и графическое моделирование математической ситуации при решении текстовых задач давно применяется в школьной практике, но без должной системы и последовательности, что объясняется неправильным пониманием роли наглядности в обучении и развитии учащихся. До сих пор многие учителя неправильно полагают, что наглядность обязательно должна быть только на начальном этапе обучения, а с развитием абстрактного мышления у детей она свое значение теряет.

А между тем наглядность, особенно графическая, нужна на всем протяжении обучения как важное средство развития более сложных форм конкретного мышления и формирования математических понятий.

## Моделирование при ознакомлении с решением задач на сложение и вычитание

Задачи на нахождение суммы и остатка являются первыми задачами, с которыми встречаются дети, и важно, чтобы каждый ребенок понял, каким действием решается задача и почему.

Работу по освоению детьми моделирования текстовых задач можно условно разбить на три этапа:

**I этап. Обучение детей преобразованию предметных действий в работающую модель.** Задача учителя на данном этапе – показать учащимся стандартные операции с множествами: объединение двух непересекающихся множеств, удаление из множества его подмножества, а так же отношения между множествами: эквивалентность множеств, множество – собственное подмножество (целое – часть).

**II этап. Обучение детей составлению обратных задач к данной на основе работы с моделью,** группировка задач и моделей по видовым группам (известно целое; неизвестна часть).

**III этап. Творческая работа детей над задачей на основе использования модели:** подбор модели к задаче и задачи к модели, модификация сюжета задачи, составление аналогичной задачи с тем, чтобы она решалась по той или иной модели, обоснование правильности решения задачи на основе модели, исключение из текста задачи лишних условий и дополнение содержания задачи недостающими данными.

Рассмотрим подробнее каждый из перечисленных этапов работы над задачей.

### Обучение детей преобразованию предметных действий в работающую модель

Вот как мы организуем работу при знакомстве детей с простейшим предметным моделированием условия задачи на сложение, например:

♦ **У мальчика было 3 красных мяча и 2 синих. Сколько мячей было у мальчика?**

*Ребенок, повторяя условие задачи, берет 3 красных мяча, показывает их детям, кладет в коробку, находит карточку с обозначением числа 3. Затем берет 2 синих мяча и, показав их детям, находит карточку с обозначением числа 2.*

**Учитель.** О чем спрашивается в задаче?

**Дети.** Сколько мячей было у мальчика.

**У.** Что нужно сделать с синими мячами в нашей задаче, чтобы мячи были все вместе?

Д. Их нужно сложить вместе с красными. (*Дети кладут синие мячи в коробку, где лежит 3 красных мяча.*)

У. Сколько красных мячей было в коробке?

Д. Три красных мяча.

У. А теперь мячей в коробке стало больше или меньше?

Д. Стало больше.

У. Почему?

Д. Мы к трем мячам добавили еще два мяча.

У. Как мы это запишем?

Д. Три плюс два ( $3 + 2$ ).

У. Сколько же всего мячей было у мальчика?

Д. У мальчика было пять мячей.

У. Как вы узнали?

Д. К трем прибавили два, получили пять.

У. А как можно узнать по-другому?

Д. К трем прибавить один, будет четыре, и еще один, будет пять.

У. Давайте проверим, правильно ли мы решили задачу: достанем мячи из коробки и пересчитаем.

*Дети вынимают мячи из коробки и пересчитывают их. Они убеждаются, что мячей действительно пять.*

Затем переходим от предметного к графическому моделированию.

У. Давайте запишем задачу и ее решение в тетради. Как можно изобразить в тетради мячи?

Д. Кружками.

У. Сколько красных кружков вы нарисуете?

Д. Три красных кружка.

У. А сколько синих?

Д. Два синих кружка.

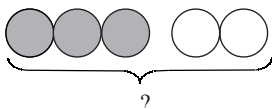
*Дети рисуют 3 красных кружка, а рядом 2 синих.*

У. Что спрашивается в задаче?

Д. Сколько всего мячей?

У. Как мы это покажем? Давайте изобразим это вот такой большой скобкой: как будто две руки собирают все мячи вместе. (*Дети рисуют скобку.*) Но ведь в задаче это еще не известно, а только спрашивается. Напишем под скобкой вопросительный знак.

*В результате у детей в тетради получается графическая модель задачи.*



У. Закройте кружки полоской бумаги. Как узнать, сколько всего кружков, не пересчитывая их? Что нужно сделать?

Д. Нужно сложить числа 3 и 2.

У. Запишем под рисунком решение:  $3 + 2 = 5$  (м.). Сколько всего мячей у мальчика?

Д. У мальчика пять мячей.

Учитель подводит итог: целое определяли по известным частям, целое больше своих частей.

Для разъяснения смысла вычитания мы также используем моделирование и представление детей о соотношении целого и части. Вот как мы работаем, например, с задачей:

♦ **У Маши было 6 яблок. 2 яблока она дала Тане. Сколько яблок осталось у Маши?**

Предметное моделирование задачи выполняется одновременно с ее анализом, так как только в этом случае, как показала практика, оно будет действенным средством, оказывающим реальную помощь в обучении детей самостоятельному решению задач.

У. Сколько яблок было у Маши?

Д. У Маши было шесть яблок.

Учитель или кто-то из детей берет бумажные модели 6 яблок и кладет их в корзину.

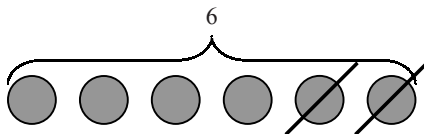
У. Нарисуйте в тетрадях столько же кружков, сколько яблок было у Маши. (Рисует на доске 6 кружков, дети рисуют столько же кружков в тетрадях.) Сколько яблок Маша отдала Тане?

Д. Два яблока.

Ребенок или педагог вынимают из корзины 2 яблока.

У. Как это отметить на рисунке? Зачеркните столько кружков, сколько яблок Маша отдала Тане.

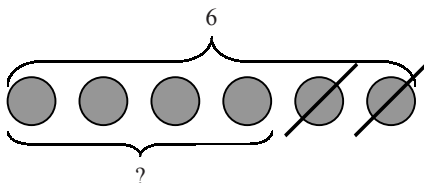
Педагог на доске, а дети в тетрадях выполняют задание. В результате получается графическая модель условия задачи.



У. О чем спрашивается в задаче?

Д. Сколько яблок осталось у Маши.

У. Покажите оставшиеся яблоки на рисунке, обозначьте их скобкой и поставьте под ней знак вопроса.



У (закрывая полоской бумаги оставшиеся яблоки). Как же узнать, сколько яблок осталось у Маши?

Д. Надо из шести вычесть два ( $6 - 2$ ).

Дети под рисунком записывают решение ( $6 - 2 = 4$  (яб.)) и ответ (У Маши осталось 4 яблока.) Вынимают из корзины оставшиеся яблоки и считают их, убеждаясь в правильности ответа. Под руководством педагога дети выясняют, что 6 яблок – это целое, которое состоит из двух частей: яблоки, которые отданы, и яблоки, которые остались.

Практика показала: дети охотно выполняют такие рисунки, объясняют и записывают по ним решение.

Моделирование применялось нами и при ознакомлении детей с решением задач на нахождение неизвестного слагаемого.

Рассмотрим такую задачу:

♦ **Девочка вымыла 3 большие чашки и несколько маленьких. Всего она вымыла 5 чашек. Сколько маленьких чашек вымыла девочка?**

Педагог достает из коробки в произвольном порядке чашки по одной и пересчитывает их вместе с детьми. Они убеждаются, что в коробке всего 5 чашек. Педагог складывает чашки в коробку, затем вынимает 3 большие чашки и ставит их на стол.

У. Я достал большие чашки. Сколько их?

Д. Три большие чашки.

У. Это все чашки или часть?

Д. Это не все чашки. Это часть чашек.

У. Какие еще чашки в коробке?

Д. Маленькие.

У. Мы знаем, сколько их?

Д. Нет, не знаем.

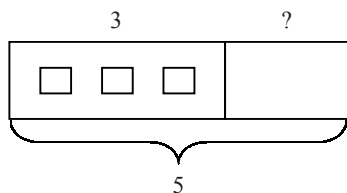
У. Сколько всего было чашек в коробке?

Д. В коробке было пять чашек.

У. Что мы сделали, чтобы остались только маленькие чашки?

Д. Вынули из коробки большие чашки, и в коробке остались только маленькие.

По предложению детей чашки было решено обозначить квадратами, в результате получился схематический рисунок.



У. Как же узнать, сколько маленьких чашек вымыла девочка?

Д. Нужно из пяти вычесть три, получится два, то есть из всех чашек вычесть большие, получим маленькие.

Дети под схемой записывают решение ( $5 - 3 = 2$  (чаш.)) и дают ответ на вопрос задачи.

Как видим, объяснение выбора арифметического действия такое же, как и при решении задач на нахождение остатка.

Покажем, как мы моделировали задачи на нахождение неизвестного уменьшаемого. Рассмотрим это на примере такой задачи:

♦ **Когда с полки сняли 2 книги, там осталось 4. Сколько книг лежало на полке сначала?**

У. Как мы изобразим книги?

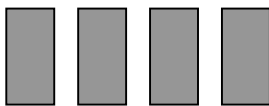
Д. Прямоугольниками.

У. Сколько книг осталось на полке?

Д. Четыре книги.

У. Изобразим их.

Педагог рисует на доске и выставляет в верхней части наборного полотна 4 прямоугольника, дети рисуют их у себя в тетрадях.



У. Раньше книг на полке было больше или меньше? Почему?

Д. Больше. Здесь нет книг, которые сняли с полки.

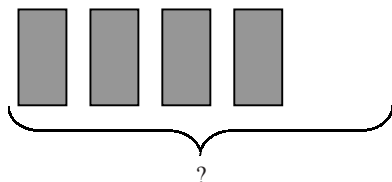
У. Знаем ли мы, сколько книг было на полке сначала?

У. Нет, не знаем.

Д. Покажем это скобкой или дугой и вопросительным знаком.

Педагог изображает на доске, а дети у себя в тетрадях.



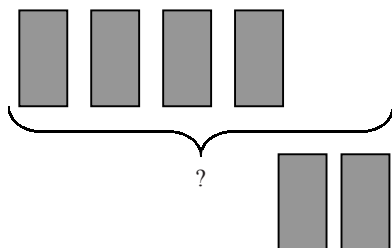


У. Почему книг на полке стало меньше?

Д. С полки сняли две книги.

У. Изобразим две книги внизу, под скобкой.

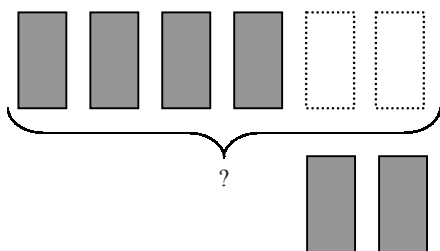
*Педагог выставляет 2 прямоугольника в нижней части наборного полотна и рисует эти же фигуры на доске, а дети в тетрадях.*



– Где были раньше эти книги?

Д. Лежали на полке.

У. Покажем, где они лежали. Изобразим две книги пунктиром рядом с четырьмя прямоугольниками.



– Как же узнать, сколько всего книг было на полке?

Д. Нужно сложить книги, которые остались на полке, и те, которые сняли, то есть к четырем прибавить два ( $4 + 2$ ).

*Педагог переставляет 2 прямоугольника в верхнюю часть наборного полотна. Под рисунком дети записывают решение ( $4 + 2 = 6$  (кн.)) и дают ответ на вопрос задачи.*

В подобных задачах дети при выборе арифметического действия рассуждают так же, как при решении задач на нахождение суммы.

## Обучение детей составлению обратных задач к данной на основе работы с моделью

Моделирование создает большие возможности для организации работы детей по преобразованию задачи из одного вида в другой. При обучении детей составлению обратных задач к данной на основе работы с моделью желательно знакомить их сразу с группой задач, которые разбиваются на три блока.

Первый блок. Основная задача – на конкретный смысл действия сложения; обратные – на нахождение неизвестного слагаемого.

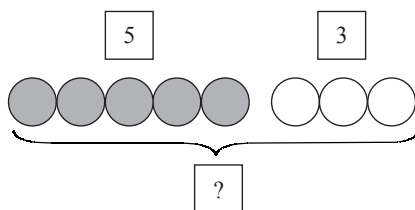
Второй блок. Основная задача – на конкретный смысл действия вычитания; обратные – на нахождение неизвестного уменьшаемого или вычитаемого.

Третий блок. Основная задача – на увеличение числа на несколько единиц в прямой форме; обратные – на уменьшение числа на несколько единиц в косвенной форме и на разностное сравнение.

Рассмотрим работу над основной задачей первого блока – на конкретный смысл действия сложения:

♦ **В вазу положили 5 красных яблок и 3 зеленых яблока. Сколько яблок лежит в вазе?**

Одновременно с разбором задачи один из учеников, вызванный к доске, моделирует задачу на наборном полотне с помощью кругов двух цветов: красного и зеленого. Остальные учащиеся рисуют круги цветными карандашами у себя в тетради. На фланелеграфе получается такая схема.



Под рисунком записывают решение ( $5 + 3 = 8$  (яб.)) и ответ. Далее учитель вместо вопросительного знака ставит цифру 8 и закрывает красные яблоки чистым листом бумаги.

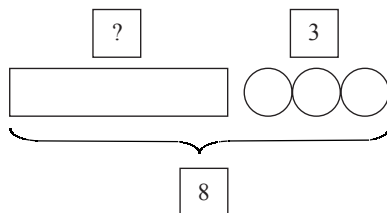
У. Известно ли теперь нам число красных яблок?

Д. Они закрыты. Их не видно. Неизвестно сколько их.

У. Как на модели мы обозначаем неизвестную величину?

Д. Знаком вопроса.

Педагог дополняет модель вопросительным знаком и предлагает детям нарисовать у себя в тетради модель-схему и составить задачу по ней.



*Дети предлагают свои формулировки задач, например:*

♦ **В вазу положили яблоки: красные и зеленые. Красных не знаем сколько. Зеленых – 3. Всего в вазе лежит 8 яблок. Сколько красных яблок положили в вазу?**

♦ **Сколько красных яблок положили в вазу? Зеленых положили 3, а всего положили 8 яблок.**

♦ **Сколько красных яблок положили в вазу, если всего положили 8, а зеленых – 3?**

Как видим, мы получили задачу другого вида – на нахождение неизвестного первого слагаемого. Дети записывают решение задачи и ответ.

У. Какое число мы получили в ответе? Прочитайте ответ.

Д. Пять красных яблок.

У. Это число нам было известно в предыдущей задаче? Кто помнит?

Д. Да. Нам было известно число красных яблок. Их было пять.

У. Значит мы верно решили эту задачу.

Аналогично, преобразуя модель, работаем над задачей на нахождение неизвестного второго слагаемого. В результате такой работы дети получают первые представления о задачах, обратных к данным, о проверке задачи через составление и решение обратной задачи.

Рассмотрим пример основной задачи второго блока:

♦ **В вазе лежало 7 яблок, за обедом съели 3 яблока. Сколько яблок осталось в вазе?**

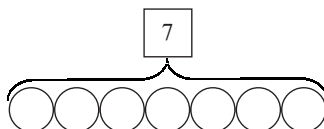
У. Известно ли, какие яблоки лежали в вазе?

Д. Неизвестно. Только известно, что их лежало семь.

У. Как же мы обозначим яблоки?

Д. Можно белыми кругами.

*Совместно с детьми создается модель задачи на наборном полотне или фланелеграфе.*



У. Сколько яблок съели за обедом?

Д. За обедом съели три яблока.

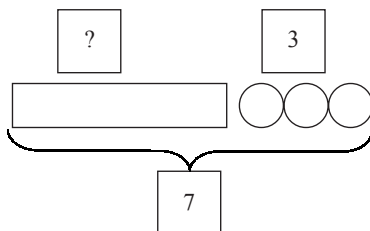
У. Как это показать на модели?

Д. Отодвигаем три яблока вправо.

У. Давайте закроем те яблоки, которые остались в вазе, чтобы нам не было видно их. О чем спрашивается в задаче?

Д. Сколько яблок осталось?

У. Значит, это будем определять, это нам неизвестно. Поставим знак вопроса. (Модель к задаче приобретает следующий вид.)



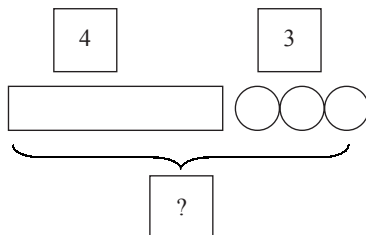
Объяснение выбора действия аналогично предыдущему примеру. Разница в том, что здесь находим не целое, а часть. Под рисунком записывают решение ( $7 - 3 = 4$  (яб.)) и ответ. Далее учитель вместо вопросительного знака ставит цифру 4 и убирает карточку с цифрой 7.

У. Что нам теперь неизвестно?

Д. Неизвестно сколько всего было яблок в вазе.

У. Обозначьте на модели неизвестную величину знаком вопроса.

Дети в тетрадах, а учитель на модели ставит внизу знак вопроса.



Далее по полученной схеме дети составляют задачи:

♦ **В вазе лежало несколько яблок. За обедом съели 3 яблока. После этого в вазе осталось 4 яблока. Сколько яблок лежало в вазе?**

♦ **После того как за обедом съели 3 яблока, в вазе осталось 4 яблока. Сколько яблок было в вазе до обеда?**

♦ **Сколько яблок лежало в вазе, если после обеда там осталось 4 яблока, а за обедом съели 3 яблока?**

Внимание детей обращается на то, что все задачи составлены по одной модели, а значит, они имеют одно и то же решение.

Под рисунком записывают решение ( $3 + 4 = 7$  (яб.)) и ответ.

Как видим, мы получили задачу другого вида – на нахождение неизвестного уменьшаемого.

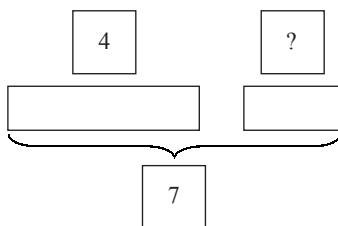
Аналогично, преобразуя модель, составляем задачу на нахождение неизвестного вычитаемого. Для этого учитель вместо вопросительного знака ставит цифру 7 и убирает карточку с цифрой 3, заменяя при этом 3 круга 1 прямоугольником.

У. Что нам теперь неизвестно?

Д. Неизвестно, сколько яблок из вазы съели за обедом.

У. Обозначьте на модели неизвестную величину знаком вопроса.

Дети в тетрадях, а учитель на модели ставит знак вопроса сверху над прямоугольником, обозначающим съеденные яблоки.



По полученной схеме дети вновь составляют задачи:

♦ **В вазе лежало 7 яблок, за обедом сколько-то яблок съели. Сколько яблок съели, если после этого там осталось 4 яблока?**

♦ **За обедом съели несколько яблок, после этого в вазе осталось еще 4 яблока. Всего в вазе лежало 7 яблок. Сколько яблок из вазы съели за обедом?**

♦ **Сколько яблок из вазы съели за обедом, если их там осталось 4, а всего было 7 яблок?**

Под рисунком записывают решение ( $7 - 4 = 3$  (яб.)) и ответ.

По окончании описанной работы с моделями второго блока желательно иметь их все перед глазами для того, чтобы провести сравнение моделей и закрепить объяснение выбора арифметического действия к каждой задаче.

У (показывая на одну из моделей). Каким действием решалась задача и почему?

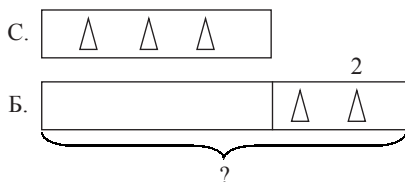
Д. На модели мы видим, что нам неизвестна часть. Чтобы найти часть, нужно из целого вычесть другую часть. Задачу решаем вычитанием. На модели мы видим, что нам неизвестно целое. Чтобы найти целое нужно сложить части – решаем задачу сложением.

Рассмотрим пример основной задачи третьего блока – на увеличение числа на несколько единиц:

♦ **Сестра посадила 3 куста смородины, а брат на 2 куста больше, чем сестра. Сколько кустов смородины посадил брат?**

- У. Как изобразим кусты?  
 Д. Треугольниками.  
 У. Сколько кустов посадила сестра?  
 Д. Три куста.  
 У. Нарисуйте три треугольника. А что сказано про кусты брата?  
 Д. Их на два больше, чем посадила сестра.  
 У. Что значит на два больше?  
 Д. Значит, столько же, да еще два.  
 У. А известно ли, сколько всего кустов посадил брат?  
 Д. Нет. Это нужно найти.

*Совместно с детьми на доске создается модель задачи.*



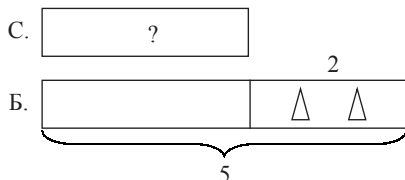
- У. Как же узнать, сколько кустов посадил брат?  
 Д. Нужно к трем прибавить два.

*Под моделью записывается решение ( $3 + 2 = 5$  (кус.)) и ответ.*

*Далее учитель вместо вопросительного знака ставит цифру 5 и убирает (стирает) треугольники из первого прямоугольника модели.*

- У. Что нам теперь неизвестно?  
 Д. Неизвестно, сколько кустов посадила сестра.  
 У. Обозначьте на модели неизвестную величину знаком вопроса.

*Дети в тетрадях, а учитель на модели ставит в прямоугольнике знак вопроса.*



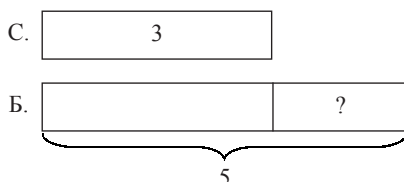
*По полученной схеме дети предлагают формулировки задач:*

♦ **Сестра посадила несколько кустов смородины, а брат посадил 5 кустов, что на 2 куста больше, чем сестра. Сколько кустов смородины посадила сестра?**

♦ **Сколько кустов смородины посадила сестра, если брат посадил 5 кустов, что на 2 куста больше, чем сестра?**

♦ **Брат посадил 5 кустов смородины. Сколько кустов смородины посадила сестра, если брат посадил больше ее на 2 куста?**

Под рисунком записывают решение ( $5 - 2 = 3$  (кус.)) и ответ. Так мы познакомили детей с задачами, выраженными в косвенной форме. Чтобы перейти к третьему виду задач данного блока учитель вместо знака вопроса записывает цифру 3 и убирает оставшиеся треугольники, заменяя при этом цифру 2 на знак вопроса. Получаем следующую модель обратной задачи.



Дети предлагают следующие формулировки задач по полученной модели:

- ♦ **Сестра посадила 3 куста смородины, а брат на несколько кустов больше, чем сестра. На сколько кустов смородины брат посадил больше сестры, если он посадил 5 кустов?**
- ♦ **Сестра посадила 3 куста смородины, а брат 5 кустов. На сколько кустов смородины брат посадил больше сестры?**
- ♦ **На сколько кустов смородины брат посадил больше сестры, если он посадил 5 кустов, а сестра 3?**

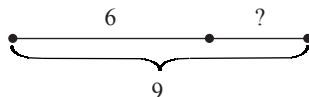
Под моделью записывается решение задачи ( $5 - 3 = 2$  (кус.)) и ответ.

Таким образом мы познакомили детей с задачами на разностное сравнение.

### Творческая работа детей над задачей на основе использования модели

Мы не только используем моделирование для объяснения выбора действия, но и предлагаем детям по готовой модели составить задачу, определить, соответствует ли данная модель прочитанной задаче, выбрать из предложенных моделей ту, которая соответствует данной задаче, найти ошибки в рисунках и т. п.

Так, например, педагог предлагает детям внимательно рассмотреть модель, изображенную на рисунке, и составить по ней задачу.



Дети на первых этапах выполнения данного вида заданий предлагают следующие формулировки задач на конкретный смысл действия вычитания:

- ♦ **В коробке лежало 9 конфет. Маша взяла из коробки 6 конфет. Сколько конфет осталось в коробке?**

♦ Во дворе играли 9 ребят. 6 из них ушли домой. Сколько ребят осталось во дворе?

♦ На ветке сидело 9 птиц. 6 из них улетели. Сколько птиц осталось?

Педагогу требуется стимулировать желание детей составить непохожую (трудную) задачу по предложенной схеме. Дети тренируются составлять задачи разных видов. По предложенной схеме можно составить и другие задачи, например, на нахождение неизвестного вычитаемого:

♦ В коробке лежало 9 конфет. После того как Маша взяла из коробки несколько конфет, в ней осталось 6. Сколько конфет Маша взяла из коробки?

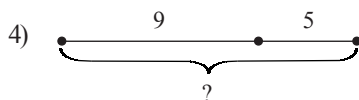
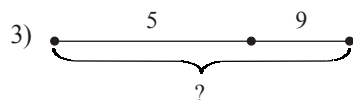
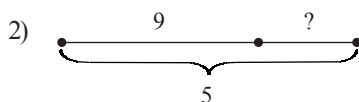
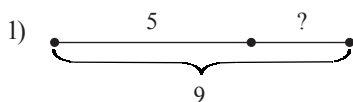
♦ После того как Маша взяла из коробки несколько конфет, то в ней осталось 6. Сколько конфет Маша взяла из коробки, если вначале их было 9?

♦ В коробке оставалось несколько конфет после того, как Маша взяла оттуда 6. Сколько оставалось в коробке конфет, если первоначально их было 9?

Задания на выбор модели из предложенного набора к данной задаче, или наоборот, выбор задачи, подходящей к заданной модели, могут служить тестом на понимание детьми условия задачи. Как правило, если дети справляются с данным видом задания, то у них не возникает проблемы в решении текстовых задач. Например, детям предлагается следующая задача.

♦ На ветке сидело несколько птиц. После того как 5 птиц улетело, их осталось 9. Сколько птиц сидело на ветке?

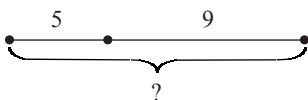
Требуется выбрать для нее подходящую модель из списка предложенных.



С логической точки зрения, если не принимать во внимание отношение больше – меньше при сравнении отрезков, изображающих слагаемые 9 и 5, правильными являются две последние модели. Однако мы считаем целесообразным обращать внимание детей на эти отношения слагаемых, и поэтому к данной задаче подходит только четвертая модель.



Чтобы подчеркнуть возможность перестановки слагаемых в нахождении суммы, мы предлагаем детям в дальнейшем и пятую модель, которая так же, как и четвертая, полностью соответствует условию задачи.



Наш опыт показывает, что обучение с применением творческих заданий по моделированию повышает активность мыслительной деятельности учащихся, помогает понять задачу, осознать выбор арифметического действия, найти самостоятельно рациональный путь решения, определить условия, при которых задача имеет или не имеет решения.

## Моделирование при ознакомлении с решением задач на умножение и деление

### Задачи, раскрывающие конкретный смысл действий умножения и деления

К задачам, раскрывающим конкретный смысл действий умножения и деления относятся задачи на:

- нахождение суммы одинаковых слагаемых;
- деление по содержанию;
- деление на равные части.

Задачи на нахождение суммы одинаковых слагаемых являются средством раскрытия конкретного смысла действия умножения. Подготовительная работа к введению этих задач начинается в 1-м классе при изучении сложения и вычитания и может проходить в следующем порядке:

#### 1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА НАХОЖДЕНИЕ СУММЫ ОДИНАКОВЫХ СЛАГАЕМЫХ.

**У.** Положите по два квадрата три раза. Сколько всего квадратов положили? Как получили?

$$\begin{array}{ccc} \square\square & \square\square & \square\square \\ 2 & + & 2 & + & 2 & = & 6 \end{array}$$

**У.** Что можно сказать о слагаемых этой суммы?

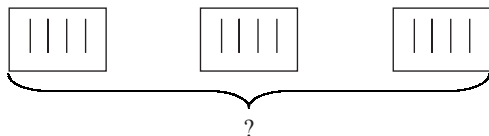
**Д.** Слагаемые одинаковые.

**У.** Сколько в этой сумме одинаковых слагаемых?

#### 2. РЕШЕНИЕ СЮЖЕТНЫХ ЗАДАЧ.

- ♦ **В 3 коробках по 4 карандаша. Сколько всего карандашей?**

Дети под руководством учителя моделируют задачу.



У. Сколько всего карандашей в трех коробках?

Д. Двенадцать ( $4 + 4 + 4 = 12$ ).

У. Что можно сказать о слагаемых суммы?

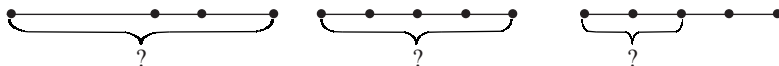
Д. Они одинаковые.

У. Сколько слагаемых?

Д. Три.

3. **ВЫБОР МОДЕЛИ, СООТВЕТСТВУЮЩЕЙ УСЛОВИЮ ЗАДАЧИ.**

♦ **Оля, Вера, Таня и Лена собирали грибы. Оля нашла столько же грибов, сколько Вера; Таня столько же, сколько Оля; Лена столько же, сколько Таня. Сколько всего грибов нашли девочки?**



У. Найдите ту модель, которая отражает содержание этой задачи.

При ознакомлении с решением задач на нахождение произведения учащиеся усваивают то, что если мы при решении задачи получаем сумму одинаковых слагаемых, то задачу можно решить умножением. И здесь моделирование поможет им понять выбор действия. Например, предлагается задача:

♦ **4 ученика сделали по 2 кубика каждый. Сколько кубиков сделали ученики?**

Задача иллюстрируется предметным моделированием: вызванный к доске ученик берет по 2 кубика 4 раза и складывает в коробку, сопровождая свои действия словами: «Эти кубики сделал первый ученик, эти кубики сделал второй ученик...»

Учитель с классом проводит беседу, задавая следующие вопросы для обсуждения:

У. По сколько кубиков он брал за один раз?

Д. По два.

У. Сколько раз он брал по два кубика?

Д. Четыре раза.

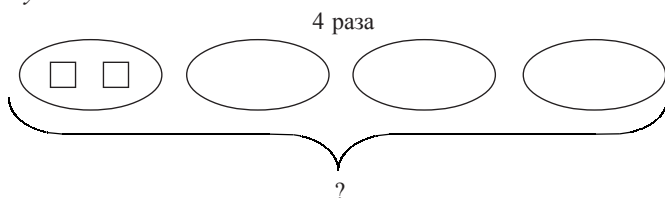
У. Как мы изобразим кубики в тетради?

Д. Квадратами.

У. Нарисуйте два квадрата и обведите их. Эти кубики он взял первый раз.

У. Он брал еще три раза по столько же. Мы не будем рисовать еще три раза все квадраты, а покажем овалом, что он брал по столько же, а сверху напишем, что он брал четыре раза. Внизу изобразим скобку и вопросительный знак, так как в задаче спрашивается, сколько кубиков сделали ребята.

*В результате в тетрадях получается модель задачи в виде схематического рисунка.*



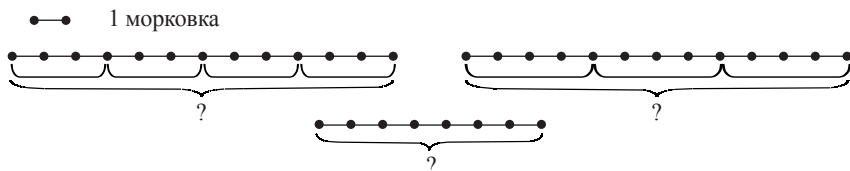
На вопрос учителя, «Как можно решить эту задачу?», дети рассуждают: «Чтобы узнать, сколько всего кубиков, надо к двум прибавить два, еще прибавить два и еще прибавить два, получится восемь. Но здесь четыре одинаковых слагаемых, значит, задачу можно решить умножением: по два взять четыре раза, или два умножить на четыре; получится восемь».

Решение задач на первых порах следует записывать сложением и умножением, чтобы учащиеся лучше усвоили смысл каждого компонента. Переходить к записи решения только умножением следует тогда, когда сами дети будут сразу предлагать ее, минуя запись в виде суммы.

С целью предупреждения ошибок на перестановку множителей в записи решения задачи, можно предложить задания: составить модель задачи по выражению  $3 \times 4$ .

Выбери схему к задаче и реши ее:

♦ **В 4 кучках по 3 морковки. Сколько всего морковок?**



Подготовительная работа к решению задач на деление по содержанию начинается в 1-м классе. На этом этапе можно применить практическое выполнение упражнений вида:

а) Возьмите 8 кружков и разложите их по 2. Сколько раз по 2 кружка получилось?

б) 12 карандашей разложили в коробки по 6 карандашей в каждую. Сколько потребовалось коробок?

Учащиеся выполняют соответствующие операции и находят результат, сосчитав, сколько раз по 2 кружка получилось или сколько потребовалось коробок. При этом следует обратить внимание детей, что карандашей в коробках получается поровну.

Во 2-м классе посредством решения таких задач происходит знакомство с действием деления, и учащиеся знакомятся с арифметическим методом решения этих задач.

Проследим процесс построения схематических рисунков на примерах задач:

♦ **12 морковок связали в пучки, по 4 морковки в каждом. Сколько пучков получилось?**

У. Сколько всего морковок нужно связать в пучки?

Д. Двенадцать.

У. Нарисуем их в виде треугольников.

*Дети выполняют рисунок.*



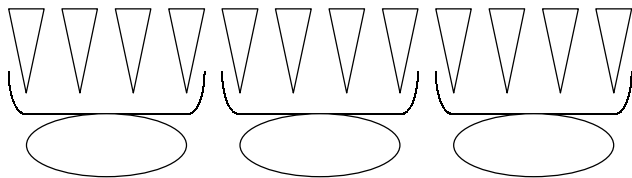
У. По сколько морковок брали в один пучок?

Д. По четыре.

У. Давайте отделим четыре морковки и покажем овалом пучок.

У. Отделим следующие четыре морковки и т.д.

*Дети дополняют рисунок.*



Такая модель дает возможность детям уяснить путем конкретного действия смысл деления по содержанию, когда заранее неизвестно число частей (кучек, пучков и т.д.), которые должны получиться в результате деления.

Отделяя по 4 морковки в каждый пучок, дети убеждаются, что получают три таких пучка, и записывают решение ( $12 : 4 = 3$  (п.)) и ответ (3 пучка).

Подготовкой к решению задач на деление на равные части будет практическое выполнение, начиная с 1-го класса, упражнений вида:

- а) 6 кружков разложите в 2 ряда поровну. Сколько кружков в каждом ряду?  
б) Юра разложил 12 карандашей в 2 коробки поровну. Сколько карандашей в каждой коробке?

*Работой руководит учитель:*

У. Сколько надо взять кружков, чтобы положить в каждый ряд по одному кружку?

Д. Два.

У. Почему надо взять два кружка?

Д. Потому что рядов два.

У. Возьмите два кружка и положите в каждый ряд по одному.

Возьмите еще столько кружков, чтобы положить в каждый ряд по одному и разложите их. Все ли кружки разложили?

Д. Нет.

У. Возьмите еще столько же кружков, чтобы положить в каждый ряд по одному, и разложите их. Все ли кружки разложили?

Д. Да.

У. По сколько кружков в каждом ряду?

Д. Шесть кружков разделили на две равные части и получили по три кружка в каждой части.

При таком оперировании предметами явно выступает связь между делением на равные части и делением по содержанию: в каждой части будет столько кружков, сколько раз по 2 кружка содержится в 6 кружках. Деление предметов дети выполняют на данном этапе практически без записи решения, а результат находят с помощью счета.

Во 2-м классе вводится арифметический способ решения задач на деление на равные части. Методические особенности этой работы те же, что и для задач деления по содержанию:

**1. Выполнение решения путем предметного моделирования, после чего записывается решение.**

Например, задача:

♦ **12 карандашей раздали 3 ученикам поровну. Сколько карандашей у каждого?**

Рассуждение ученика: «Беру столько карандашей, чтобы каждому ученику дать по одному. Беру три карандаша и даю по одному. Беру еще три карандаша и даю по одному каждому. Беру еще три карандаша и даю по одному каждому. У меня осталось три карандаша, даю каждому по одному. Всего каждый получил по четыре карандаша».

*Решение:*  $12 : 3 = 4$  (кар.) (12 карандашей разделили на 3 равные части).

*Ответ:* 4 карандаша.

## 2. Работа над задачей с помощью схематического моделирования.

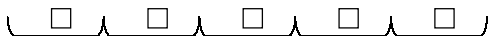
Например, задача:

♦ **10 тетрадей раздали 5 ученикам поровну. Сколько тетрадей получил каждый?**

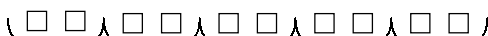
У. На сколько равных частей будем делить тетради? Почему?



– Сколько возьмем тетрадей? По сколько тетрадей дадим каждому?



– Сколько еще возьмем тетрадей? Раздайте каждому по одной.



– Все ли тетради раздали? По сколько тетрадей получил каждый?

Д. Каждый получил по две тетради.

Рассмотрим переход от предметного к графическому моделированию на основе решения следующей задачи:

♦ **Мама раздала 6 груш 3 детям поровну. Сколько груш получил каждый ребенок?**

На наборном полотне выставляются 6 контурных фигур груш.



К доске вызывается одна девочка и три мальчика. Девочке поручается роль мамы. Она будет брать фигурки груш и раздавать 3 детям поровну.

У. По сколько груш нужно раздать сначала?

Д. По одной.

У. Сколько груш ты возьмешь с полки?

Д. Три груши.

У. Сколько еще осталось?

Д. Три груши.

У. Можно ли еще по одной груше раздать всем поровну?

Д. Можно.

У. Раздайте.

У. По сколько груш получил каждый?

Д. По две.

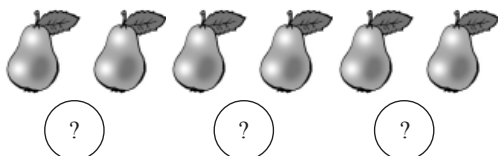
У. Покажите классу, что вы получили по две груши. (Дети показывают.)

У. Изобразим нашу задачу и ее решение в тетради. Нарисуем шесть груш, а троих детей изобразим кружочками, ведь надо делить на три части или на три кучки, на три тарелки и т.п.

О чем спрашивается в задаче?

Д. По сколько груш получил каждый ребенок.

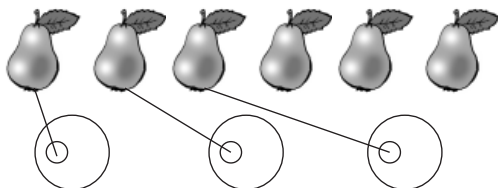
У. Поставим в кружочках три вопроса. Это нам неизвестно.



на 3 части поровну

– А теперь будем раздавать груши поровну на каждую тарелку. Сначала раздадим по сколько?

Д. По одной.

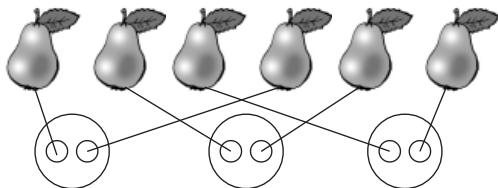


У. Остались еще груши?

Д. Да.

У. Раздадим еще по одной. Хватит?

Д. Да.



У. По сколько же груш получил каждый?

Д. По две.

У. Как же мы узнали, по сколько груш получил каждый?

Д. Мы узнали, сколько раз по три содержится в шести, по столько груш и получил каждый.

Такие рисунки можно использовать и при коллективном, и при самостоятельном решении задач на деление.

Далее надо осуществлять переход от использования схематических рисунков к изображению условий таких задач в отрезках.

Рассмотрим задачу:

♦ **Из 12 м ткани в мастерской сшили платья, расходуя на каждое по 3 м ткани. Сколько платьев получилось из этого кус-ка ткани?**

Построим по ней чертеж, изображая 1 м ткани с помощью отрезка, длина которого равна длине одной клетки ученической тетради. Тогда, чтобы изобразить графически 12 м ткани, надо отложить на прямой отрезок, по длине равный 12 клеткам тетради, отделяя при этом единичные отрезки небольшими черточками.

Затем проводятся примерно такие рассуждения: «Отмечу на построенном отрезке черточкой (размером чуть побольше тех черточек, которые отделяют единичные отрезки) сначала 3 м, потом еще 3 м, затем еще 3 м и, наконец, еще 3 м».

Выполняется рисунок.



Задача решается графически, так как чертеж наглядно иллюстрирует и решение, и ответ задачи:  $12 : 3 = 4$  (пл.).

Приведенный выше материал показывает, что рисунки и чертежи используются не только для иллюстрации условия задачи, но и как средство их графического решения.

Необходимость в таком использовании рисунков и чертежей отпадает тогда, когда дети смогут решать задачи по представлению. В дальнейшем графический способ решения таких задач может выступать как средство преодоления затруднений, с которыми встречаются некоторые ученики, как средство проверки правильности решения задачи арифметическим способом.

Учащиеся допускают ошибки, смешивая деление по содержанию и деление на равные части. С целью их предупреждения полезно, начиная с проведения подготовительных упражнений, перемежать упражнения: одно упражнение на деление по содержанию, другое – на деление на равные части.

Следует требовать *развернутой формулировки ответа*, например: «Каждый ученик получил по две тетради» или «Карандаши получили четыре ученика».

## **Задачи, раскрывающие понятие кратного отношения**

Рассмотрим задачу на увеличение числа в несколько раз:

♦ **У Вовы было 4 простых карандаша, а цветных в 3 раза больше. Сколько цветных карандашей было у Вовы?**

У. Как изобразим карандаши?

Д. Вертикальными отрезками.



У. Сколько простых карандашей у Вовы?

Д. Четыре.

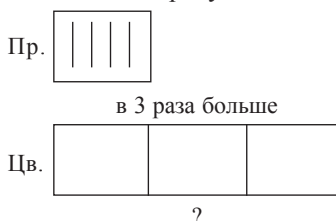
У. А что сказано про цветные карандаши?

Д. Их в три раза больше.

У. А что значит в три раза больше?

Д. Их три раза по столько, сколько простых.

У. Изобразим это схематическим рисунком.



У. Каким же действием решим задачу?

Д. Умножением.

Задачи на уменьшение числа в несколько раз вводятся после того, как дети приобретут умение решать задачи на деление на части, усвоят двоякий смысл отношения: если первое число больше второго в несколько раз, то второе меньше первого во столько же раз. Это соотношение дети должны узнать в процессе работы над задачами на увеличение числа в несколько раз.

Рассмотрим задачу:

♦ **Дети вырастили 10 цыплят, а утят в 5 раз меньше, чем цыплят. Сколько утят вырастили дети?**

У. Условимся обозначать цыплят кружочками. Сколько мы нарисуем кружочков?

Д. Десять.

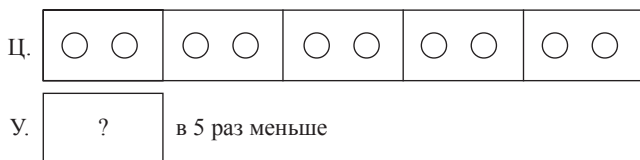
У. А что сказано про утят?

Д. Их в пять раз меньше.

У. Как же их обозначить? Что для этого нужно сделать?

Д. Надо десять кружков разделить на пять равных частей. А утят будет столько, сколько цыплят в одной такой части.

У. Покажем это на схеме.



Решение:  $10 : 5 = 2$  (ут).

Ответ: дети вырастили двух утят.

Моделирование при решении задач на кратное сравнение помогает детям уяснить смысл кратного отношения, выраженного словами «во столько-то раз меньше». Рассмотрим задачу:

♦ **У брата 3 художественные открытки, а у сестры – 12. Во сколько раз больше открыток у сестры, чем у брата?**

У. Сколько открыток у брата?

Д. Три.

У. Как изобразим открытки?

Д. Прямоугольниками.

У. Сколько прямоугольников нужно, чтобы изобразить открытки сестры?

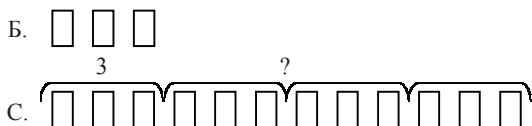
Д. Двенадцать.

У. Что спрашивается в задаче?

Д. Во сколько раз у сестры открыток больше, чем у брата.

У. Покажите это скобкой с вопросительным знаком.

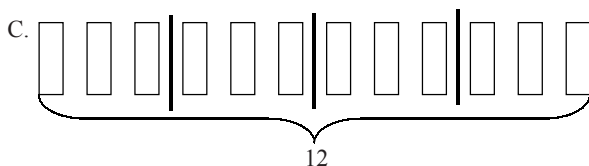
*Получается примерно такая схема.*



У. Как же узнать, во сколько раз у сестры открыток больше, чем у брата?

Д. Нужно 12 открыток разделить по три открытки и посмотреть, сколько раз будет в 12 по три.

У. Разделите на схеме 12 прямоугольников по три вертикальной чертой.



У. Сколько же раз содержится в 12 по три?

Д. Четыре раза.

У. Каким же действием решается задача?

Д. Делением.

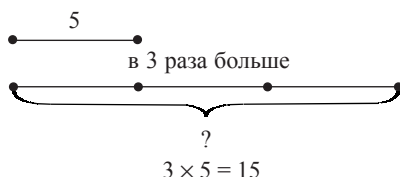
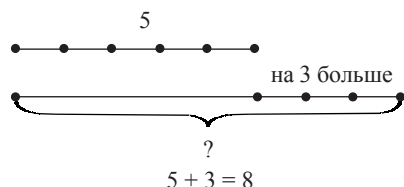
В процессе упражнения дети все время должны встречаться с задачами различных видов. Это исключит возможность выработки вредных штампов: дети с самого начала будут поставлены перед необходимостью каждый раз производить основательный анализ задачи, прежде чем выбрать

то или иное действие для ее решения. При этом необходимо проводить сравнение задач в целях выяснения сходства или различия в их условиях, в моделях этих задач и способах их решения. Для осознания сходства задач в том или ином отношении, а также для разграничения близких понятий большую пользу может принести предметное или графическое моделирование. Например:

♦ **Два мальчика расчищали дорожки. Один мальчик расчистил 5 м, а другой – на 3 м больше. Какой длины дорожку расчистил другой мальчик?**

♦ **Один мальчик расчистил 5 м дорожки, а другой в 3 раза больше. Какой длины дорожку расчистил другой мальчик?**

В задачах дан сходный сюжет, одни и те же числа. Составляя графические модели этой пары задач, дети легко заметят, чем вызваны различия в их решении.



Надо отметить, что нельзя изображать числовые данные в задачах на кратное и разностное сравнение чисел в виде двух отрезков произвольной длины. Однако при иллюстрации задач на кратное сравнение оказывается полезным следующий прием построения схематического чертежа: меньшее из сравниваемых чисел изображается отрезком произвольной длины (над ним записывается соответствующее число), для изображения большего из сравниваемых чисел на параллельной прямой последовательно откладываются отрезки, равные меньшему. Откладывая каждый новый отрезок, ученик должен всякий раз подсчитывать, какое число изображает весь полученный отрезок.

### Творческая работа детей над задачей на основе использования модели

После того как дети осмысливают решение простых задач и научатся иллюстрировать их, можно предлагать им и задания творческого характера.

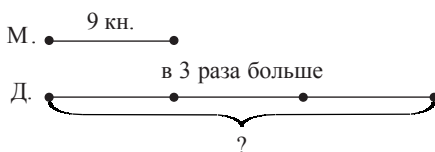
Пусть, например, ученикам предложена для решения задача на увеличение числа в несколько раз:

♦ **Мальчики собрали 9 книг, а девочки в 3 раза больше. Сколько книг собрали девочки?**

Ученики иллюстрируют ее с помощью схематического чертежа.

Решение:

$$9 \times 3 = 27 \text{ (кн.)}$$



После решения задачи учитель последовательно вносит изменения в модель, а учащимся предлагается составить по измененной модели текст задачи.

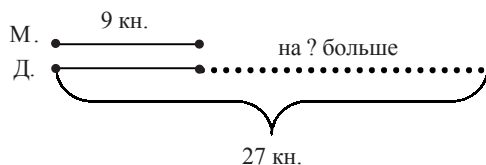


Рис. 1

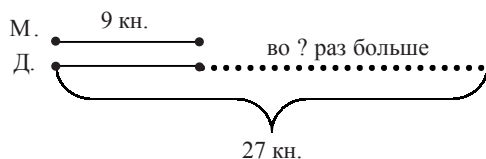


Рис. 2

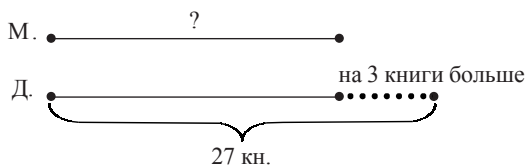


Рис. 3

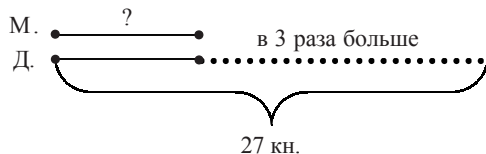


Рис. 4

*В соответствии с новыми схематическими чертежами ученики составляют задачи:*

- ♦ **Мальчики собрали 9 книг, а девочки 27 книг. На сколько больше книг собрали девочки, чем мальчики?** (Рис. 1)
- ♦ **Мальчики собрали 9 книг, а девочки 27 книг. Во сколько раз больше книг собрали девочки, чем мальчики?** (Рис. 2)
- ♦ **Сколько книг собрали мальчики, если девочки собрали больше на 3 книги? А всего девочки собрали 27 книг.** (Рис. 3)
- ♦ **Девочки собрали 27 книг, что на 3 книги больше, чем собрали мальчики. Сколько книг собрали мальчики?** (Рис. 3)
- ♦ **Сколько книг собрали мальчики, если девочки собрали книг больше в 3 раза? А всего девочки собрали 27 книг.** (Рис. 4)
- ♦ **Девочки собрали 27 книг, что в 3 раза больше, чем собрали мальчики. Сколько книг собрали мальчики?** (Рис. 4)

После решения этих задач открывается большой простор для выявления сходства и различия между ними, выбор действия становится более осознанным для каждого ученика.

Описанную работу по преобразованию и сравнению задач можно провести и по-другому: после решения исходной задачи учитель изменяет знак арифметического действия в ее решении ( $9 - 3$ ;  $9 + 3$ ;  $9 : 3$ ), а учащимся предлагает внести соответствующие изменения в условие и графическую модель задачи. Затем задачи сравниваются.

Научив детей правильно выбирать действие в задаче, учитель может начать работу и по подведению детей к обобщению, выявляя при этом, какие задачи решаются данным способом.

Аналогичным образом графические модели могут быть использованы и при обобщении простых задач, решаемых другими действиями.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Введение .....</b>	<b>3</b>
<b>Моделирование при ознакомлении с решением задач</b>	
<b>на сложение и вычитание .....</b>	<b>4</b>
Обучение детей преобразованию предметных действий в работающую модель .....	4
Обучение детей составлению обратных задач к данной на основе работы с моделью .....	10
Творческая работа детей над задачей на основе использования модели .....	15
<b>Моделирование при ознакомлении</b>	
<b>с решением задач на умножение и деление .....</b>	<b>17</b>
Задачи, раскрывающие конкретный смысл действий умножения и деления .....	17
Задачи, раскрывающие понятие кратного отношения .....	24
Творческая работа детей над задачей на основе использования модели .....	27

УДК 372.851  
ББК 74.262.21  
3 17

Общая редакция серии «Начальная школа» *М.В. Соловейчик*

**Зайцева С.А. , Целищева И.И.**

3 17 Моделирование простых текстовых задач / С.А. Зайцева, И.И. Целищева : – М. : Чистые пруды, 2005. – 32 с. (Библиотечка «Первого сентября», серия «Начальная школа»).

ISBN 5-9667-0075-3

Пособие помогает педагогу научить детей грамотно решать простые текстовые задачи, используя прием моделирования – замену действий с реальными предметами действиями с их графическими заменителями: рисунками, чертежами, схемами и т.д.

УДК 372.851  
ББК 74.262.21

*Учебное издание*

ЗАЙЦЕВА Светлана Анатольевна,  
ЦЕЛИЩЕВА Ира Ивановна

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТЫХ  
ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ**

Редактор *Е.М. Тихомирова*  
Корректор *Л.А. Громова*

Компьютерная верстка *М.П. Борисова*

Свидетельство о регистрации СМИ ПИ № ФС77–19078 от 08.12.2004 г.

Подписано в печать 30.06.2005.

Формат 60х90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Гарнитура «Таймс». Печать офсетная. Печ. л. 2,0.

Тираж экз. Заказ №

ООО «Чистые пруды», ул. Киевская, д. 24, Москва, 121165  
<http://www.1september.ru>

Отпечатано с готовых диапозитивов в Раменской типографии  
Сафоновский пр., д. 1., г. Раменское, МО, 140100  
Тел. 377-0783. E-mail: [ramtip@mail.ru](mailto:ramtip@mail.ru)

**ISBN 5-9667-0075-3**

© ООО «Чистые пруды», 2005