

О ВЫЧИСЛЕНИИ ФАКТОРИАЛА

Анатолий Васильевич Купко

+38-098-854-94-37 a-kupko@ukr.net

Факториал – функция, чрезвычайно быстро возрастающая, поэтому при компьютерном вычислении факториала довольно быстро возникает переполнение. Так, при использовании переменных целого типа – **integer**, или **longint**, занимающих в памяти компьютера 4 байта (32 бита), возможно вычисление факториала только для целых чисел, не превышающих **12**. При использовании переменных типа **int64**, занимающих в памяти компьютера 8 байт (64 бита), возможно вычисление факториала для целых чисел, не превышающих **20**.

Для чисел, превышающих **20**, возможно вычисление факториала с использованием переменных вещественного типа. Так, при использовании переменных типа **extended**, занимающих в памяти компьютера 10 байт (80 бит), возможно вычисление факториала чисел, не превышающих **1754**, с точностью в 19 значащих цифр. При этом для чисел, не превышающих **25**, факториал вычисляется точно, а для больших значений – приближённо.

Для вычисления точного значения факториала чисел, превосходящих **25**, а также факториала чисел, больших **1754**, необходимо использовать “длинную математику”.

Результаты вычислений факториала в **extended**-математике приведены с 20 десятичными цифрами; под ними (начиная с 26) приведены результаты аналогичных вычислений в “длинной математике” (с точностью 40 десятичных цифр в дробной части мантииссы). Сравнение позволяет оценить точность **extended**-математики (отличия в 18-й, 19-й и 20-й цифрах).

Также были выполнены расчёты факториала “длинной математикой” за пределом применимости **extended**-математики. Был вычислен факториал для достаточно больших чисел вплоть до **2 000 000**. Расчёты выполнялись с использованием “длинной математики” с плавающей запятой с размером дробной части мантииссы **120** десятичных цифр; при выводе результаты расчёта приведены с точностью в **40** значащих цифр дробной части мантииссы.

0! =	1 =	1,0000000000 000000000e+00
1! =	1 =	1,0000000000 000000000e+00
2! =	2 =	2,0000000000 000000000e+00
3! =	6 =	6,0000000000 000000000e+00
4! =	24 =	2,4000000000 000000000e+01
5! =	120 =	1,2000000000 000000000e+02
6! =	720 =	7,2000000000 000000000e+02
7! =	5040 =	5,0400000000 000000000e+03
8! =	40320 =	4,0320000000 000000000e+04
9! =	362880 =	3,6288000000 000000000e+05
10! =	3628800 =	3,6288000000 000000000e+06
11! =	39916800 =	3,9916800000 000000000e+07
12! =	479001600 =	4,7900160000 000000000e+08
13! =	6227020800 =	6,2270208000 000000000e+09
14! =	8 7178291200 =	8,7178291200 000000000e+10
15! =	130 7674368000 =	1,3076743680 000000000e+12
16! =	2092 2789888000 =	2,0922789888 000000000e+13
17! =	35568 7428096000 =	3,5568742809 600000000e+14

18!	=	640237 3705728000	=	6,4023737057 2800000000e+15
19!	=	12164510 0408832000	=	1,2164510040 8832000000e+17
20!	=	243290200 8176640000	=	2,4329020081 7664000000e+18
21!	=	5109094217 1709440000	=	5,1090942171 7094400000e+19
22!	=	11 2400072777 7607680000	=	1,1240007277 7760768000e+21
23!	=	258 5201673888 4976640000	=	2,5852016738 8849766400e+22
24!	=	6204 4840173323 9439360000	=	6,2044840173 3239439360e+23
25!	=	155112 1004333098 5984000000	=	1,5511210043 3309859840e+25
26!	=	4032914 6112660563 5590000000	=	4,0329146112 6605635590e+26
		4032914 6112660563 5584000000	-	длинная математика
27!	=	108888694 5041835216 1000000000	=	1,0888869450 4183521610e+28
		108888694 5041835216 0768000000	-	длинная математика
28!	=	3 048883446 1171386051 0000000000	=	3,0488834461 1713860510e+29
		3 048883446 1171386050 1504000000	-	длинная математика
29!	=	8 8417619937 3970195470 0000000000	=	8,8417619937 3970195470e+30
		8.8417619937 3970195454 3616000000	-	длинная математика
30!	=	265 2528598121 9105865000 0000000000	=	2,6525285981 2191058650e+32
		265 2528598121 9105863630 8480000000	-	длинная математика
31!	=	8222 8386541779 2281810000 0000000000	=	8,2228386541 7792281810e+33
		8222 8386541779 2281772556 2880000000	-	длинная математика
32!	=	263130 8369336935 3018000000 0000000000	=	2,6313083693 3693530180e+35
		263130 8369336935 3016721801 2160000000	-	длинная математика
32!	=	2,6313083693 3693530180e+0035		
		2,6313083693 3693530167 2180121600 0000000000e+0035		
33!	=	8,6833176188 1188649620e+0036		
		8,6833176188 1188649551 8194401280 0000000000e+0036		
34!	=	2,9523279903 9604140860e+0038		
		2,9523279903 9604140847 6186096435 2000000000e+0038		
35!	=	1,0333147966 3861449300e+0040		
		1,0333147966 3861449296 6665133752 3200000000e+0040		
36!	=	3,7199332678 9901217460e+0041		
		3,7199332678 9901217467 9994481508 3520000000e+0041		
37!	=	1,3763753091 2263450460e+0043		
		1,3763753091 2263450463 1597958158 0902400000e+0043		
38!	=	5,2302261746 6601111730e+0044		
		5,2302261746 6601111760 0072241000 7429120000e+0044		
39!	=	2,0397882081 1974433570e+0046		
		2,0397882081 1974433586 4028173990 2897356800e+0046		
40!	=	8,1591528324 7897734260e+0047		
		8,1591528324 7897734345 6112695961 1589427200e+0047		
50!	=	3,0414093201 7133780400e+0064		
		3,0414093201 7133780436 1260816606 4768844378e+0064		
60!	=	8,3209871127 4139014270e+0081		
		8,3209871127 4139014427 6341183223 3643807542e+0081		
70!	=	1,1978571669 9698917930e+0100		
		1,1978571669 9698917960 7278372168 9098736459e+0100		
80!	=	7,1569457046 2638022790e+0118		
		7,1569457046 2638022948 1153372318 6532165585e+0118		
90!	=	1,4857159644 8176149700e+0138		
		1,4857159644 8176149730 9522733620 8257378856e+0138		
100!	=	9,3326215443 9441526390e+0157		
		9,3326215443 9441526816 9923885626 6700490716e+0157		
200!	=	7,8865786736 4790503380e+0374		
		7,8865786736 4790503552 3632139321 8506229514e+0374		

300! = 3,0605751221 644063604e+0614
 3,0605751221 6440636035 3704612972 6862938859e+0614
 400! = 6,4034522846 623895257e+0868
 6,4034522846 6238952623 4797031950 3005850703e+0868
 500! = 1,2201368259 911100687e+1134
 1,2201368259 9111006870 1238785423 0469262536e+1134
 600! = 1,2655723162 254307423e+1408
 1,2655723162 2543074254 1867824515 0829297671e+1408
 700! = 2,4220401247 502721789e+1689
 2,4220401247 5027217986 7875093812 3522185910e+1689
 800! = 7,7105301133 538600380e+1976
 7,7105301133 5386004144 6393977750 2836059556e+1976
 900! = 6,7526802209 645841540e+2269
 6,7526802209 6458415838 7906136180 0814224269e+2269
 1000! = 4,0238726007 709377324e+2567
 4,0238726007 7093773543 7024339230 0398571937e+2567
 1100! = 5,3437084880 926377013e+2869
 5,3437084880 9263770342 4215582295 0561183080e+2869
 1200! = 6,3507890863 456767114e+3175
 6,3507890863 4567671240 2622313586 5363993920e+3175
 1300! = 3,1595190219 163572452e+3485
 3,1595190219 1635724521 3996829273 6187678747e+3485
 1400! = 3,4606293587 437915174e+3798
 3,4606293587 4379151835 8640343380 2000335364e+3798
 1500! = 4,8119977967 797748601e+4114
 4,8119977967 7977486016 6990093581 3797818348e+4114
 1600! = 5,2719799424 121222144e+4433
 5,2719799424 1212221435 4203226770 1985250484e+4433
 1700! = 2,9983532055 584180942e+4755
 2,9983532055 5841809470 1131115664 6134598502e+4755
 1750! = 2,0983189826 483834925e+4917
 2,0983189826 4838349248 8229567631 0069356179e+4917
 1753! = 1,1284275314 167674203e+4927
 1,1284275314 1676742040 0110791067 6201850689e+4927
 1754! = 1,9792618901 050100553e+4930
 1,9792618901 0501005538 1794327532 6058046108e+4930
 1755! = 3,4736046171 3429264719 5049044819 7231870920e+4933

Расчёт длинной математикой. Выводятся первые 40 цифр дробной части мантиссы

1 755! = 3,4736046171 3429264719 5049044819 7231870920e+04933
 2 000! = 3,3162750924 5063324117 5393380576 3240382811e+05735
 3 000! = 4,1493596034 3785408555 6867093086 6121709511e+09130
 4 000! = 1,8288019515 1406501331 4743175573 9190442174e+12673
 5 000! = 4,2285779266 0554352220 1064200233 5844053908e+16325
 6 000! = 2,6839997657 2673959611 6316647462 7355122050e+20065
 7 000! = 8,8420079569 6311224786 4993696897 7265151467e+23877
 8 000! = 5,1841810604 8087693980 5819797427 7269856511e+27752
 9 000! = 8,0995899866 8719085829 1312080097 9496475828e+31681
 10 000! = 2,8462596809 1705451890 6413212119 8688901481e+35659
 11 000! = 3,1624624064 7804772964 7178346677 3314831235e+39680
 12 000! = 1,2018584067 5109481321 5537862229 4135792739e+43741
 13 000! = 7,7871697326 2754968825 7872057626 1224589024e+47837
 14 000! = 1,3864665202 8903235265 0314013614 6314758240e+51968
 15 000! = 2,7465990334 8516826648 2558150262 6675377670e+56129

16 000! = 5,1187536669 7524336870 0845569036 0324110356e+0060319
 17 000! = 1,3797093236 7120079771 9240128418 1938221194e+0064537
 18 000! = 1,3525265478 1248088064 6427769132 7031522968e+0068780
 19 000! = 1,8269664890 4518085037 5981644149 5224075060e+0073047
 20 000! = 1,8192063202 3034513482 7641756866 4587660716e+0077337
 25 000! = 5,4479185480 6226325856 1368239285 2889358786e+0099093
 30 000! = 2,7595372462 1938459937 9942166425 4627839808e+0121287
 35 000! = 5,5694285429 8231830276 1917367777 1050620690e+0143844
 40 000! = 2,0916924222 1213236332 0455256764 3270264884e+0166713
 45 000! = 1,0892592068 4226397106 2580026814 7297645214e+0189854
 50 000! = 3,3473205095 9714483691 5476094071 4864779128e+0213236
 55 000! = 3,3165720886 0815326563 5289611042 6719661454e+0236836
 60 000! = 1,5641377080 2606692246 0319891527 9056622986e+0260634
 65 000! = 1,0774701404 0552015317 1066406297 5367038170e+0284613
 70 000! = 1,1768124153 7969008158 8242920866 3657306939e+0308759
 75 000! = 2,2142807374 8831016722 1983761521 2451194779e+0333060
 80 000! = 3,0977222516 6224928639 8213279913 7542683676e+0357506
 85 000! = 2,7639091351 2738788166 5964331607 6657354341e+0382088
 90 000! = 1,5801191540 9779537149 2586693284 2147140299e+0406798
 95 000! = 4,5151662872 1062815663 9674468341 9048527817e+0431628
 100 000! = 2,8242294079 6034787429 3421578024 5355184775e+0456573
 105 000! = 7,3364748054 5851565181 7063947440 7415376789e+0481626
 110 000! = 5,2740549798 5661824983 2596301120 1747170693e+0506783
 115 000! = 2,0685258875 2750017337 3290852554 9841853537e+0532039
 120 000! = 2,2406714655 7973624979 9314160822 7937794745e+0557389
 125 000! = 7,7434291810 5646041420 6834059595 1605747877e+0582829
 130 000! = 2,0380477489 2213582540 9230371883 6392841647e+0608357
 135 000! = 1,8533053239 8475711771 9294211403 8973459922e+0633968
 140 000! = 4,6739354325 4347301914 4637737870 7781822510e+0659659
 145 000! = 4,3673931111 4924961914 2528426469 3972278881e+0685428
 150 000! = 3,1893976463 0734954408 7431388655 6484400568e+0711272
 155 000! = 5,7913179373 2401703378 7071206518 2257362880e+0737188
 160 000! = 1,2057869502 9254060422 6039624178 6128614050e+0763175
 165 000! = 1,8582895454 7921064624 6653264364 0099939987e+0789229
 170 000! = 1,8579129485 5156948074 0760672820 9729704367e+0815349
 175 000! = 1,3957132382 9475306847 3400293019 5221594499e+0841533
 180 000! = 1,1773413505 2694714994 4140038160 3432675017e+0867779
 185 000! = 2,1051277198 2750264156 5105981456 0115770140e+0894085
 190 000! = 1,8667507942 9520513476 6353066942 5953452472e+0920450
 195 000! = 2,3407335628 8475866703 2906524349 5408063269e+0946872
 200 000! = 1,4202253454 7031440496 6946333682 3059760900e+0973350
 210 000! = 1,8659250453 4426568478 4714960765 7108722269e+1026467
 220 000! = 1,8795920916 3682880538 8675328511 9338348763e+1079791
 230 000! = 5,6415742450 8684336747 6063229746 0088127468e+1133312
 240 000! = 1,2928546769 2561781395 5705819854 5247357259e+1187023
 250 000! = 3,0182296401 4703946960 2050834561 8327933122e+1240914
 260 000! = 4,0902920168 6977738331 2487260818 4750633604e+1294979
 270 000! = 6,6218753124 1852761894 0390915163 7042723814e+1349211
 280 000! = 8,2511026475 6489689008 6998503308 6051612598e+1403604
 290 000! = 1,4123027740 6285997041 7736959413 8023351533e+1458153
 300 000! = 1,4773915317 3803909429 2907474935 6141454993e+1512851

310 000! = 9,5602558358 4074682739 9382642033 0728226150e+1567693
 320 000! = 8,1380127467 7135216034 4227275347 8648945768e+1622676
 330 000! = 3,7973326511 4980587730 3906940592 4346371683e+1677795
 340 000! = 7,4606516108 4352655665 5023529957 0380442597e+1733045
 350 000! = 8,2790502409 0971732863 2275294400 9703190699e+1788423
 360 000! = 1,1588636426 8769398219 7556766901 2860946479e+1843926
 370 000! = 7,2910735452 8277240629 2701369851 1402956386e+1899548
 380 000! = 1,1286855886 4203489263 7115130435 1717333735e+1955289
 390 000! = 3,4947844686 0398952824 8491928572 1530930355e+2011143
 400 000! = 2,5344860463 1957422052 1644221313 0553692957e+2067109
 410 000! = 7,0657246510 0348532072 0015287651 3326766471e+2123183
 420 000! = 1,6993483648 8826942474 5388169054 9470797533e+2179364
 430 000! = 1,0580472678 1431491069 3461690438 6119589278e+2235648
 440 000! = 6,7055259313 9405611928 4799486669 6140919713e+2292032
 450 000! = 2,1879566487 7981526676 0231683247 4132828164e+2348516
 460 000! = 2,3516189810 4190862866 0580866379 9308315039e+2405096
 470 000! = 6,6355083344 3082323356 3405921286 7906428518e+2461770
 480 000! = 4,8121299770 9828055210 4903955124 3420164572e+2518537
 490 000! = 1,0648033930 0405093384 1161870050 5996068754e+2575395
 500 000! = 1,0228015846 5190236533 0917440571 9313379263e+2632341
 510 000! = 7,1930715835 3829953862 3822656316 7315806653e+2689373
 520 000! = 7,3314871920 8190856298 2309400217 7273833005e+2746491
 530 000! = 2,4929159253 8251973685 3046346513 8295843854e+2803693
 540 000! = 7,5052217438 3089254544 0837110594 7786294471e+2860976
 550 000! = 6,0736028519 1628368492 0989718227 2840008731e+2918340
 560 000! = 4,5545100373 1968546684 0113274629 1364951838e+2975783
 570 000! = 1,2304837765 2585684638 4188970421 3167145755e+3033304
 580 000! = 5,2187514191 0630758128 2506097151 4786664601e+3090900
 590 000! = 1,6867936127 4319756253 5373122774 4558924488e+3148572
 600 000! = 2,2348781770 5575830138 2705827729 3491926273e+3206317
 600 000! = 2,2348781770 5575830138 2705827729 3491926273e+3206317
 610 000! = 7,1969833057 2689064888 2626543998 0095745322e+3264134
 620 000! = 3,6643313532 4032183031 9330085808 1283617487e+3322023
 630 000! = 2,0956414226 8794324701 4705892936 8806429219e+3379982
 640 000! = 1,0401873893 7945911130 9141801698 5605142029e+3438010
 650 000! = 3,7508302563 1265787992 6032063463 5750766509e+3496105
 660 000! = 8,8769432590 7774537960 4760349803 6973326190e+3554267
 670 000! = 1,3398672272 3700382798 0879805632 2954928344e+3612496
 680 000! = 1,3436633554 9506079720 8833659498 0615678412e+3670789
 690 000! = 9,9680451031 9405926863 0040003184 4800631874e+3729145
 700 000! = 6,4910762293 2475929173 7976639617 6981351213e+3787565
 710 000! = 4,6790576291 2321325455 4540517154 7094153895e+3846047
 720 000! = 4,9913313860 0350190979 4111865981 7597508661e+3904590
 730 000! = 1,1139096665 5987551027 7559302510 3289756568e+3963194
 740 000! = 7,7570815819 0476919568 4028108892 1052757956e+4021856
 750 000! = 2,6468964428 1045633447 3283390526 9761894430e+4080578
 760 000! = 7,3010228554 5107674367 1878628478 1099898909e+4139357
 770 000! = 2,8161296873 7020476082 7858741610 8633541271e+4198194
 780 000! = 2,7501179468 0281520304 0688800925 1045764154e+4257087
 790 000! = 1,2862322821 9473646861 4482847328 2175983696e+4316036
 800 000! = 5,6846787402 7444374341 2135171786 5441068646e+4375039

```

810 000! = 4,8784578903 1008835132 5064636805 6034911622e+04434097
820 000! = 1,7369642730 1245352700 3340451366 3187169029e+04493209
830 000! = 5,6927415364 8537632537 5907353323 1395814400e+04552373
840 000! = 3,9511441042 5348805217 9536847028 3563131765e+04611590
850 000! = 1,3836900704 1986144640 1321984209 7027712330e+04670859
860 000! = 6,0252056344 6835555389 1332498109 3937169698e+04730178
870 000! = 8,3056183513 4661248582 8453928637 4799633050e+04789548
880 000! = 9,5224477458 9363244496 1748432979 2846141806e+04848968
890 000! = 2,4592634564 7021787132 2428419569 9399438684e+04908438
900 000! = 3,9901910930 6182558817 6587747070 6961674185e+04967956
910 000! = 1,1670538781 4399578458 8953205693 2386451720e+05027523
920 000! = 1,8146413645 8113122605 3506939379 7109604165e+05087137
930 000! = 4,5427264207 1718356862 8829341413 9412117547e+05146798
940 000! = 5,6891653920 3358056250 1232229544 3366403352e+05206506
950 000! = 1,1354501997 9150289015 2792614211 5347134125e+05266261
960 000! = 1,1784643586 9664849470 9633590373 5768994683e+05326061
970 000! = 2,1245548207 9539905848 8298224622 1025504507e+05385906
980 000! = 2,2730891402 7138534979 6303246937 4018648525e+05445796
990 000! = 5,0405151352 1126393054 6932587706 1116089757e+05505730
1 000 000! = 8,2639316883 3124006237 6646103172 6662911353e+05565708
1 050 000! = 9,2834550460 8060664120 8701290130 9720157593e+05866242
1 100 000! = 2,7756632809 5814482247 6702700459 8658763759e+06167811
1 150 000! = 1,9572973119 3049337358 0545729922 4433302503e+06470367
1 200 000! = 3,5946270239 9293165590 0762412675 2410734281e+06773867
1 250 000! = 7,2681850388 7325793685 7946059696 2135215151e+07078272
1 300 000! = 9,7182104281 5692393434 7840552062 1688433595e+07383546
1 350 000! = 3,1707040950 5768891929 9994285281 2940935037e+07689656
1 400 000! = 2,8018117905 4376374261 4351708884 1770490243e+07996570
1 450 000! = 1,2141013966 3400138625 1795325953 6690525849e+08304260
1 500 000! = 4,4963926782 7243286749 2514021298 4219701275e+08612698
1 550 000! = 1,5117142888 4576571678 6495345867 0395428901e+08921861
1 600 000! = 2,0061076075 4940106362 2901642494 7864551603e+09231724
1 650 000! = 1,3202145296 2506318848 1031582250 5344350393e+09542266
1 700 000! = 1,1519190319 5020427257 6337665772 6834139980e+09853466
1 750 000! = 5,7873440820 8398327862 4704581464 6877129419e+10165304
1 800 000! = 9,3000718640 6329001840 4982942555 2103294707e+10477763
1 850 000! = 2,7459990180 1884645170 0162150102 3620013483e+10790826
1 900 000! = 7,3225264696 9951564739 5117859300 2052104709e+11104475
1 950 000! = 6,2596900201 1903957400 1063044553 2353347272e+11418696
2 000 000! = 3,7768210576 9141033440 9502641243 3472001306e+11733474

```

Приведённые результаты служат хорошей иллюстрацией, демонстрирующей возможности “длинной математики”.

Расчётная программа выполнена в 32-разрядной системе программирования Borland Delphi 7 с использованием средств “классического” Паскаля (без использования объектно-ориентированного программирования) в 32-разрядной операционной системе Microsoft Windows XP.