

# Решение систем логических уравнений

---

ЕГЭ по информатике

Задание 23

РМО учителей информатики 21 марта 2016 г.

Фридрих Татьяна Анатольевна



# Решить систему уравнений -

---

это значит найти такие значения переменных, которые обращают каждое уравнение системы в верное равенство.

В задании 23 в ответе не нужно перечислять все значения переменных, а нужно указать **количество решений**.

# Метод «Дерево решений»

---

1. Построить таблицу истинности для первого уравнения.
2. Выделить значения переменных, которые **не являются** решением первого уравнения.
3. Построить «Дерево решений», исключая значения переменных выделенные в п.2.
4. Подсчитать количество решений.



Сколько различных решений  
имеет система уравнений:

---

$$(x_1 \equiv x_2) \vee (x_2 \equiv x_3) = 1$$

$$(x_2 \equiv x_3) \vee (x_3 \equiv x_4) = 1$$

...

$$(x_8 \equiv x_9) \vee (x_9 \equiv x_{10}) = 1$$

Составим таблицу истинности для первого уравнения:  $(x_1 \equiv x_2) \vee (x_2 \equiv x_3) = 1$

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1 \equiv x_2$	$x_2 \equiv x_3$	$v$
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1

Исключаем тройки:  
(010)  
(101)



«Дерево решений»										Кол-во реш.			
X1	1					0					2		
X2	1			0			1			0			4
X3	1	0	0			1			0	1	6		
X4	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	10		
X5											16		
X6											26		
X7											42		
X8											68		
X9											110		
X10											178		

(010)

(101)

# 1. Последовательность Фибоначчи:

- 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

# 2. Последовательность Фибоначчи \*2:

- 2, 4, 6, 10, 16, 26, ...

# 3. Последовательность Фибоначчи +1:

- 1, 2, 4, 7, 12, 20, 33, ...



Сколько существует различных наборов значений логических переменных, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$\overline{x_1} \equiv \overline{x_2} \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) = 0$$

$$\overline{x_2} \equiv \overline{x_3} \wedge (x_2 \vee x_4) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_4}) = 0$$

...

$$\overline{x_8} \equiv \overline{x_9} \wedge (x_8 \vee x_{10}) \wedge (\overline{x_8} \vee \overline{x_{10}}) = 0$$



Составим таблицу истинности для первого уравнения:

$$\overline{x_1} \equiv x_2 \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) = 0$$

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\overline{x_1} \equiv x_2$	$x_1 \vee x_3$	$\overline{x_1} \vee \overline{x_3}$	$\wedge$
0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	0	1	0	0

Исключае  
м тройки:  
(011)  
(100)

«Дерево решений»										Кол-во реш.	
X1	1				0					2	
X2	1			0	1	0				4	
X3	1		0	1	0	1	0			6	
X4	1	0	1	0	1	0	1	0		8	
X5	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	10
X6										12	
X7										14	
X8										16	
X9										18	
X10										20	

(011)  
(100)



Сколько существует различных наборов значений логических переменных, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}) = 1$$

$$(\overline{x_2} \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge \overline{x_3} \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge \overline{x_4}) = 1$$

...

$$(\overline{x_7} \wedge x_8 \wedge x_9) \vee (x_7 \wedge \overline{x_8} \wedge x_9) \vee (x_7 \wedge x_8 \wedge \overline{x_9}) = 1$$

Составим таблицу истинности для первого уравнения:

$$\overline{x_1} \equiv \overline{x_2} \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) = 0$$

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge x_3$	$x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge x_3$	$x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}$	$\vee$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0



«Дерево решений»				Кол-во реш.
X1	1		0	2
X2	1	0	1	3
X3	0	1	1	3
X4	1	1	0	3
X5	1	0	1	3
X6				3
X7				3
X8				3
X9				3

(000)  
(001)  
(010)  
(100)  
(111)

# Метод отображений

---

1. Находим все значения пар переменных для которых первое уравнение имеет решение.
2. Строим правило отображения множества пар само в себя (для первого уравнения).
3. Подсчитаем количество решений для каждой пары системы уравнений (составляем таблицу решений).



Сколько существует различных наборов значений логических переменных, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(x_1 \vee y_1) \rightarrow (x_2 \wedge y_2) = 1$$

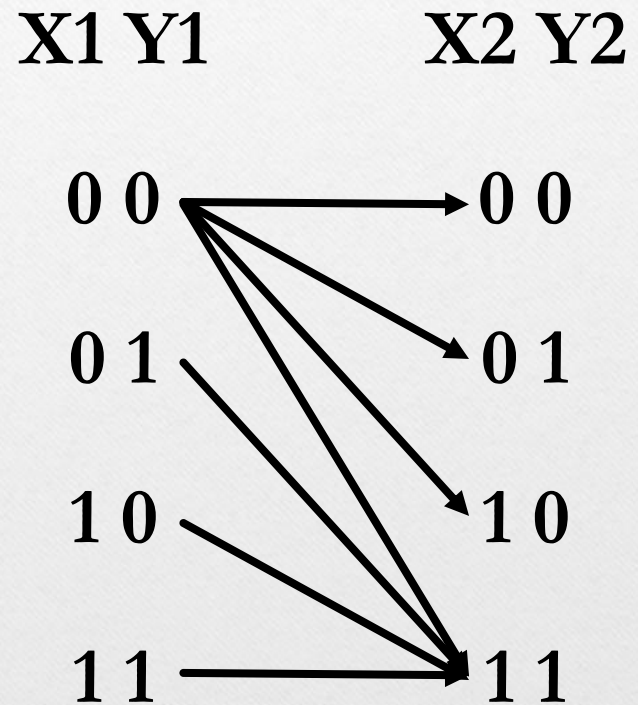
$$(x_2 \vee y_2) \rightarrow (x_3 \wedge y_3) = 1$$

...

$$(x_5 \vee y_5) \rightarrow (x_6 \wedge y_6) = 1$$

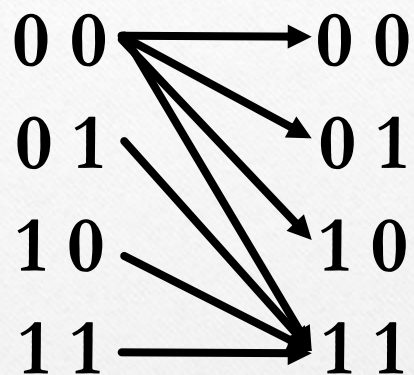
$$(x1 \vee y1) \rightarrow (x2 \wedge y2) = 1$$

X1 Y1	X2 Y2
0 0	0 0
	0 1
	1 0
	1 1
0 1	1 1
1 0	1 1
1 1	1 1





**X1 Y1    X2 Y2**



	X1Y1	X2Y2	X3Y3	X4Y4	X5Y5	X6Y6
0 0	1	1	1	1	1	1
0 1	1	1	1	1	1	1
1 0	1	1	1	1	1	1
1 1	1	4	7	10	13	16

Всего: **19** решений

Сколько существует различных наборов значений логических переменных, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(\overline{x_1 \equiv y_1}) \equiv (x_2 \equiv y_2)$$

$$(\overline{x_2 \equiv y_2}) \equiv (x_3 \equiv y_3)$$

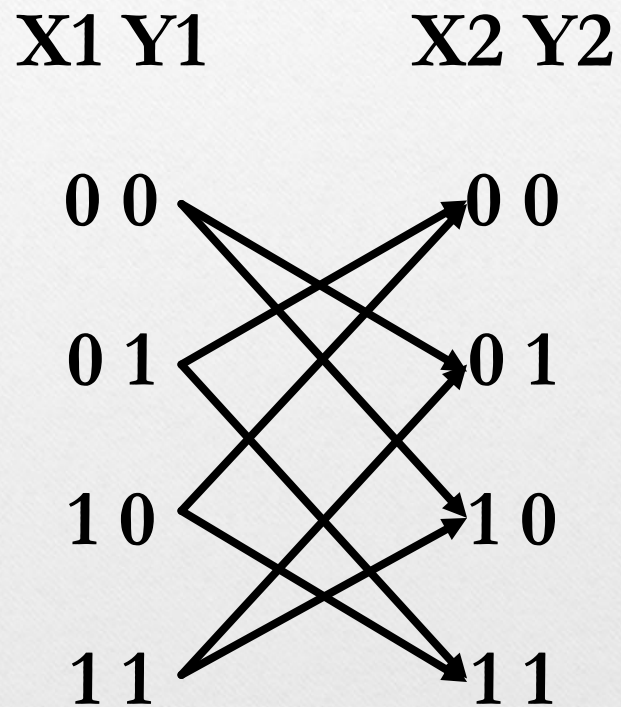
...

$$(\overline{x_8 \equiv y_8}) \equiv (x_9 \equiv y_9)$$

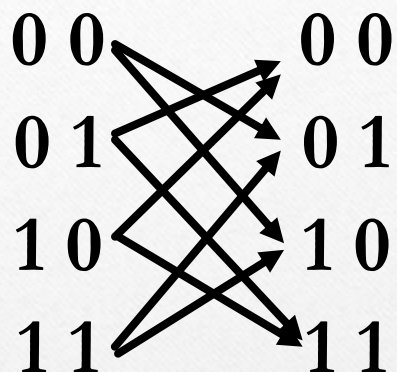


$$(\overline{x_1 \equiv y_1}) \equiv (x_2 \equiv y_2)$$

<b>X1 Y1</b>	<b>X2 Y2</b>
<b>0 0</b>	<b>0 1</b> <b>1 0</b>
<b>0 1</b>	<b>0 0</b> <b>1 1</b>
<b>1 0</b>	<b>0 0</b> <b>1 1</b>
<b>1 1</b>	<b>0 1</b> <b>1 0</b>



**X1 Y1    X2 Y2**



	X1Y1	X2Y2	X3Y3	X4Y4	X5Y5	X6Y6	X7Y7	X8Y8	X9Y9
0 0	1	2	4	8	16	32	64	128	256
0 1	1	2	4	8	16	32	64	128	256
1 0	1	2	4	8	16	32	64	128	256
1 1	1	2	4	8	16	32	64	128	256

Всего: **1024** решения



Сколько существует различных наборов значений логических переменных, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(\overline{x_1} \vee x_2) \wedge (\overline{y_1} \vee y_2) \wedge (\overline{x_1} \vee y_1) = 1$$

$$(\overline{x_2} \vee x_3) \wedge (\overline{y_2} \vee y_3) \wedge (\overline{x_2} \vee y_2) = 1$$

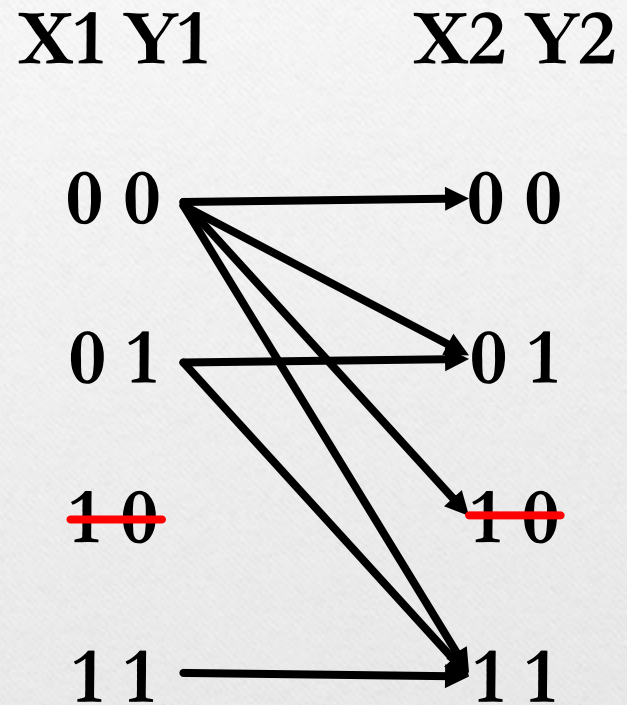
...

$$(\overline{x_5} \vee x_6) \wedge (\overline{y_5} \vee y_6) \wedge (\overline{x_5} \vee y_5) = 1$$

$$\overline{x_6} \vee y_6 = 1$$

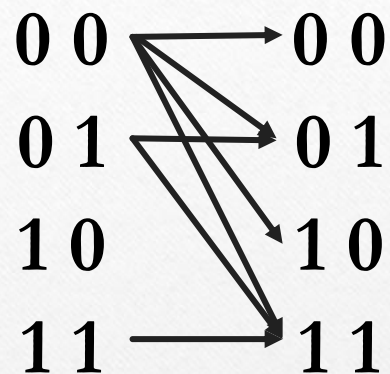
$$(\overline{x_1} \vee x_2) \wedge (\overline{y_1} \vee y_2) \wedge (\overline{x_1} \vee y_1) = 1$$

X1 Y1	X2 Y2
0 0	0 0
	0 1
	1 0
	1 1
0 1	0 1
	1 1
1 0	--
1 1	1 1





**X1 Y1    X2 Y2**



Пару (10) нужно исключить т.к.  
она не является решением  
уравнения  $\overline{x_6} \vee y_6 = 1$

	X1Y1	X2Y2	X3Y3	X4Y4	X5Y5	X6Y6
0 0	1	1	1	1	1	1
0 1	1	2	3	4	5	6
1 0	-	-	-	-	-	-
1 1	1	3	6	10	15	21

Всего: **28** решений