



Алгебра

МЕТОДИЧЕСКИЕ
РЕКОМЕНДАЦИИ

7 класс

**Учебное пособие
для общеобразовательных
организаций**

2-е издание

Москва
«Просвещение»
2017

УДК 372.8:512
ББК 74.262.21
А45

16+

А в т о р ы:

Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва, Н. Е. Фёдорова, М. И. Шабунин

Предисловие и вводные статьи к главам I—VII написаны Ю. М. Колягиным; решения задач повышенной трудности выполнены М. И. Шабунин. Остальной материал подготовлен М. В. Ткачёвой и Н. Е. Фёдоровой.

Алгебра. Методические рекомендации. 7 класс : учеб.
А45 пособие для общеобразоват. организаций / Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва, Н. Е. Фёдорова, М. И. Шабунин. — 2-е изд. — М. : Просвещение, 2017. — 144 с. : ил. — ISBN 978-5-09-043023-4.

Данная книга окажет практическую помощь учителям, работающим по учебнику алгебры авторов Ю. М. Колягина и др. В ней дан обзор основных теоретических идей каждой главы, а также сформулированы предметные, метапредметные и личностные цели изучения этой главы. В каждом параграфе даны методические рекомендации по изучению параграфа, планирование уроков с указанием заданий для работы в классе и дома с учётом применения учебно-методического комплекта. Приведены решения сложных упражнений. В конце каждой главы даны рекомендации по проведению урока обобщения, а также тематическая контрольная работа.

УДК 372.8:512
ББК 74.262.21

ISBN 978-5-09-043023-4

© Издательство «Просвещение», 2012, 2017
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2012, 2017
Все права защищены

Предисловие

Одна из главных особенностей курса алгебры, представленного в учебниках алгебры для 7—9 классов (авторов Ю. М. Колягина, М. В. Ткачёвой, Н. Е. Фёдоровой, М. И. Шабунина), заключается в том, что в нём реализуется взаимосвязь принципов научности и доступности обучения и уделяется особое внимание обеспечению прочного усвоения основ математических знаний всеми учащимися. Основной теоретический материал в учебниках излагается с постепенным нарастанием его сложности. Язык изложения прост и понятен учащимся соответствующей возрастной группы, что обеспечивает возможность самостоятельного чтения учащимися как основного, так и дополнительного материала учебника.

Особенностью курса является также его практическая и мировоззренческая направленность, которая служит стимулом развития у учащихся интереса к алгебре, а также основой для формирования осознанных математических навыков и умений.

Курс алгебры построен в соответствии с содержательно-методическими линиями: числовой, функциональной, алгоритмической, уравнений и неравенств, алгебраических преобразований, стохастической.

Ведущей линией курса алгебры является числовая. Вокруг неё и с опорой на неё реализуются все остальные содержательно-методические линии. При изложении элементарных функций рассматриваются только числовые функции; уравнения и неравенства трактуются как определённого вида числовые соотношения, содержащие неизвестное число, которое нужно установить; алгоритмы и алгебраические преобразования основываются на известных законах и свойствах арифметических действий над числами.

Такое построение курса алгебры делает его органическим продолжением и обобщением курса арифметики. Центральное понятие курса — понятие числа развивается и расширяется от рационального до действительного.

Изложение, как правило, ведётся конкретно-индуктивным методом с постепенным нарастанием роли дедукции, с опорой на практические задачи, мотивирующие полезность изучения вводимых математических понятий и иллюстрирующие реальную основу математических абстракций.

Опыт показывает, что усвоение алгебры осуществляется успешно, если изучение теоретического материала проходит в процессе решения задач. Этим достигается осмысленность и прочность знаний учащихся. Большое количество задач на применение алгебры в геометрии, физике, технике и т. д. помогает учащимся понять практическую необходимость изучения курса алгебры.

Содержание каждого из учебников алгебры 7—9 классов разбито на главы и параграфы.

Текст каждого **параграфа** сопровождается:

- краткой формулировкой предметных, метапредметных и личностных целей изучения материала параграфа;
- перечнем понятий и умений, необходимых для успешного овладения новым содержанием;
- развивающими, историческими, занимательными диалогами и беседами;
- системой устных вопросов и заданий, позволяющих проверить усвоение теоретического материала;
- вводными упражнениями, которые учитель может включить в устную работу в начале уроков по теме;
- трёхуровневой системой упражнений.

К каждой **главе** учебника прилагаются:

- введение, ориентирующее учащихся на понимание роли и места темы, которую предстоит изучить как в курсе алгебры, так и в смежных учебных предметах, в различных научных знаниях, в истории развития математики;
- система практических и прикладных задач, для решения которых используются полученные в главе знания; дополнительные упражнения к главе, включающие упражнения для самоконтроля в рубрике *Проверь себя!* (на трёх уровнях сложности);
- перечень знаний и умений, приобретённых учащимися в ходе изучения главы (на обязательном уровне);
- темы исследовательских работ, позволяющие учащимся самостоятельно и целенаправленно углубить и расширить свои знания по теме, организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность учащихся с учителем и сверстниками.

В конце учебника приведены упражнения для повторения курса алгебры 7 класса, задачи для внеклассной работы и предметный указатель, а также приводится краткое содержание курса математики 5—6 классов.

В каждом параграфе учебника рассматриваются решения типовых задач. Рисунки учебника имеют как обучающий, так и иллюстративный характер.

Предполагается, что *упражнения с нечётными подномерами рассматриваются в классе, а с чётными задаются на дом*. Поэтому ответы в учебниках приведены в основном для чётных подномеров.

При работе с учебником алгебры **учителю желательно придерживаться следующих методических рекомендаций:**

- мотивировать введение нового понятия в ходе выполнения практической задачи, как это делается почти в каждом параграфе учебника;
- не требовать от всех учащихся воспроизведения формулировок определений и теорем в отрыве от их практического применения;

- не сопровождать процесс решения задач излишне сложным оформлением их решений; предпочтение отдавать простейшим решениям, показывая (по возможности) различные способы решения одной и той же задачи;
- особое внимание уделять самостоятельной деятельности учащихся (в том числе при работе с учебником и выполнении исследовательских работ), контролируемой и организуемой учителем;
- требовать от учащихся, отвечающих у доски, комментировать ход решения задачи, обосновывать его правильность;
- за один или два урока до проведения контрольной работы предлагать тест на проверку минимальных знаний по теме, положительный результат которого считать допуском к контрольной работе (материал для тестов брать из книги «Алгебра. Тематические тесты. 7 класс» автора М. В. Ткачёвой);
- для проведения уроков обобщения, предшествующих выполнению контрольных работ, использовать материалы рубрик *В этой главе вы узнали*, *Устные вопросы и задания*, *Проверь себя!* (первые два уровня), *Практические и прикладные задачи*; на этих уроках проводить коррекцию знаний по результатам теста; заслушивать представления исследовательских работ по теме.

Структура предлагаемой книги соответствует структуре учебника. В начале каждой главы этой книги приводится краткий обзор основных теоретических идей и положений, которые рассматриваются в соответствующей главе учебника.

Методические рекомендации даются к каждой главе и параграфу, однако они не являются подробной разработкой планов уроков. Для удобства работы учителя в них кратко изложены основные цели и задачи каждого раздела; указано, какой материал является основным и какой вспомогательным; сформулирован уровень требований к знаниям и умениям, которые должен получить каждый учащийся к концу изучения раздела или темы; для каждого урока приведён примерный список упражнений, рекомендуемых для решения в классе и дома; даны тексты самостоятельных и контрольных работ, которые могут быть скорректированы, изменены по усмотрению учителя или заменены работами из дидактических материалов к учебнику; приведена таблица примерного планирования времени, отводимого на изучение каждого параграфа; приведены возможные варианты решения задач повышенной трудности; даны советы по работе с диалогами (приведёнными в конце параграфа).

Ориентиром для определения минимального уровня знаний и умений по теме служат упражнения, перечисленные в последнем абзаце параграфов пособия. Полное и успешное выполнение двухуровневых контрольных работ требует от учащихся владения навыками на уровне, превышающем минимальный. Дальнейшее формирование навыков и умений более высокого уровня

должно осуществляться в процессе изучения последующих тем на протяжении всего учебного года и курса основной школы. Учителю следует знать, что в учебнике третий уровень заданий рубрики *Проверь себя!* соответствует предполагаемым достижениям учащихся, интересующихся математикой.

Следует иметь в виду, что *каждая конкретная рекомендация не является для учителя обязательной*. В первую очередь это относится к рекомендациям о количестве упражнений для классной, домашней и самостоятельной работы. В зависимости от условий учитель вправе вносить свои коррективы как в методику построения урока, так и в состав рекомендуемых упражнений.

В рекомендациях учтены особенности изучения курса в зависимости от варианта поурочного планирования учебного материала. Подробные рекомендации даны для I варианта планирования. При работе по II варианту планирования рекомендуется использовать задания, которые предлагаются в последнем столбце таблиц распределения учебного материала.

Предполагается, что рабочие тетради к учебнику учитель будет использовать систематически в работе со слабоуспевающими учащимися. Задания из дидактических материалов будет применять регулярно для проведения обучающих и контролирующих самостоятельных работ, а также в дополнительной работе с сильными учащимися.

К данному курсу существует **Электронная форма учебника (ЭФУ)** — соответствующая по структуре, содержанию и художественному оформлению печатной форме учебника и включающая в себя интерактивные ссылки, расширяющие и дополняющие материал печатного учебника.

Функциональные особенности ЭФУ:

- удобный и понятный интерфейс и навигация по ЭФУ;
- работа в онлайн- и оффлайн-режимах;
- тестовые задания к каждой теме, разделу учебника;
- возможность добавления материалов, созданных учителем;
- инструменты изменения размера шрифта, создания заметок и закладок;
- удобная навигация.

Педагогические возможности использования ЭФУ:

- организация контроля и самоконтроля по результатам изучения темы;
- реализация технологий мобильного, дистанционного или смешанного обучения;
- реализация требований ФГОС по формированию информационно-образовательной среды системой электронных образовательных ресурсов и др.



Алгебраические выражения (11 ч / 14 ч)

При изучении этой главы учащиеся убеждаются в том, что известные им числовые выражения являются частными случаями алгебраических выражений, если в алгебраическое выражение вместо букв подставить некоторые заданные числа. Например, числовое выражение $3,5 \cdot 2 + 0,2$ есть частный случай алгебраического выражения $ab + c$ при $a = 3,5$, $b = 2$, $c = 0,2$. Поэтому арифметические действия над алгебраическими выражениями аналогичны действиям над числами и обладают одними и теми же свойствами.

Например, чтобы выполнить вычитание алгебраических дробей $\frac{a}{a+b}$ и $\frac{ab}{(a+b)^2}$, нужно найти их общий знамена-

тель, дополнительные множители и т. д., т. е. выполнить действия так же, как и в арифметике:

$$\frac{a^{a+b}}{a+b} - \frac{ab^{1}}{(a+b)^2} = \frac{a^2+ab}{(a+b)^2} - \frac{ab}{(a+b)^2} = \frac{a^2+ab-ab}{(a+b)^2} = \frac{a^2}{(a+b)^2}.$$

Если $a = 4$, $b = 3$, то нужно вычислить разность дробей:

$$\frac{4}{7} - \frac{12}{49} = \frac{28-12}{49} = \frac{16}{49}.$$

Этот же результат можно получить, если в выражение $\frac{a^2}{(a+b)^2}$ подставить $a = 4$, $b = 3$.

Для любых значений букв a и b вместо выполнения вычитания данных обыкновенных дробей можно найти соответствующее числовое значение выражения $\frac{a^2}{(a+b)^2}$.

Таким образом, после выполнения действия над алгебраическими выражениями получаем готовую формулу для вычисления результата при любых допустимых значениях букв. В этом случае говорят, что над данным алгебраическим выражением проведено некоторое алгебраическое преобразование (как правило, с целью его упрощения).

При выполнении действий над числами или алгебраическими выражениями придерживаются принятого в математике порядка действий. Иногда этот порядок можно

изменить для облегчения вычислений или преобразований с помощью известных свойств действий.

Таким образом, сформулируем предметные цели изучения первой главы:

- напомнить и систематизировать известные учащимся знания из арифметики и показать их неразрывную связь с начальными алгебраическими понятиями;
- начать формирование представлений об истории становления алгебры, о математике как части общечеловеческой культуры и универсальном языке науки; дать представление о математических моделях (в этой главе в виде формул);
- продолжить формирование умения работать с математическим текстом, выражать свои мысли с использованием алгебраической терминологии и символики;
- продолжить формирование навыков устных и письменных вычислений.

Метапредметные цели изучения главы:

- демонстрация широкой применимости знаний о действиях с числами и алгебраическими выражениями при решении практических и прикладных задач в геометрии, физике, астрономии, экономике и других отраслях знаний;
- развитие логического и алгоритмического мышления;
- формирование начальных умений создавать обобщения и устанавливать аналогии;
- развитие потребности в систематизации полученных знаний, в поиске недостающей информации, в нахождении различных способов решения проблемы и выборе оптимального из них;
- формирование умения организации учебного сотрудничества с учителем и сверстниками;
- развитие навыков самоконтроля и самооценки.

Личностные цели изучения главы:

- формирование ответственного отношения к обучению, готовности к самообразованию;
- формирование уважительного отношения к собеседнику, умения корректно вести беседы и диалоги, аргументировать свои высказывания;
- помощь в осознанном выборе и построении индивидуальной траектории обучения средствами содержания и структуры учебника;
- формирование умения самостоятельной работы с учебной книгой и другими источниками информации.

Все сформулированные цели будут конкретизироваться при изучении отдельных параграфов.

До начала изучения курса учитель должен сам познакомиться с содержанием и структурой всех элементов УМК и определить, в частности, учащихся, для которых обучение будет проходить с регулярным использованием рабочих тетрадей.

В результате изучения главы I все учащиеся должны привести в систему свои знания и умения по арифметике, которые составляют основу начальной алгебры: вычисление значений числовых выражений, свойства арифметических действий, порядок выполнения действий, простейшие преобразования числовых и буквенных выражений, в частности: раскрытие скобок, заключение в скобки и вычисление алгебраической суммы. Все учащиеся должны уметь решать упражнения уровня **61–63**, *Проверь себя!* (I уровень); уметь отвечать на устные вопросы, приведённые в конце каждого параграфа главы.

§ 1 Числовые выражения (2/3 ч)

Цели изучения параграфа — систематизация знаний учащихся об арифметических действиях с числами и порядке их выполнения, о нахождении значения числового выражения; знакомство с понятием верного числового равенства; формирование навыков самоконтроля и самооценки в учебной деятельности.

На первом в учебном году уроке алгебры нужно познакомить семиклассников со структурой учебника и структурой каждой главы и параграфа (в этом поможет текст учебника на с. 4), для этого надо:

- 1) сообщить, что каждая глава и каждый параграф начинаются с *Введений*, определяющих цели изучения темы и её место в системе математических и смежных с ними знаний;
- 2) пояснить, как работать с рубрикой *Нужно вспомнить*, расположенной перед основным текстом каждого параграфа (учителю рекомендуем включать задания этой рубрики в домашнюю работу учащихся накануне изучения соответствующего параграфа, причём в домашнюю работу можно включить задания первой части из рабочих тетрадей к соответствующему параграфу);
- 3) рассказать о том, что основной учебный текст параграфов дополнен развивающими, пояснительными, занимательными и историческими беседами и диалогами. Их ведут Профессор и двое учащихся Света и Тёма. Эти беседы и диалоги учащиеся будут читать самостоятельно на уроках и дома, обсуждать прочитанное

с учителем и одноклассниками, обращая внимание на корректность высказываний участников диалога и уважительное отношение собеседников друг к другу;

- 4) объяснить, что *Устные вопросы и задания*, предложенные после текста параграфа, помогают выделить основные теоретические сведения в изученном материале (без усвоения которых нецелесообразно приступать к выполнению практических заданий-упражнений);
- 5) посоветовать задания рубрики *Вводные упражнения* выполнять при повторении подготовительного теоретического материала рубрики *Нужно вспомнить* (учитель же будет включать эти и аналогичные им задания, в частности, из рабочих тетрадей в устную работу перед изложением нового теоретического материала);
- 6) обратить внимание на то, что в конце каждой главы есть две рубрики: *В этой главе вы узнали* и *Проверь себя!*, которые позволяют проверить знания и умения по теме и подготовиться к контрольной работе;
- 7) сообщить, что с темами исследовательских работ желательно ознакомиться в начале изучения главы. Возможно, сразу выбрать интересную для себя тему и начать собирать материал по ней заранее (чтобы к концу изучения главы успешно подготовить по ней доклад, сообщение, презентацию). Сказать, что предложенные в учебнике темы исследования можно переформулировать (посоветовавшись с учителем), или предложить новую тему творческой самостоятельной работы по материалу изучаемой главы. Учитель должен сообщить, что работа над исследовательской темой не является обязательной для всех (но поощряется и оценивается дополнительной оценкой, а также записью в портфолио учащегося). Одну и ту же тему могут взять несколько учащихся, при этом они могут работать как индивидуально, так и в творческих группах.

После рассказа учителя о структуре учебника и цели изучения материала главы I предложить учащимся прочитать самостоятельно цели изучения § 1 (текст в рамке) и перечень понятий и действий, которые нужно вспомнить до изучения основного материала параграфа, а также разговор о важном на с. 6.

Повторить арифметику можно в ходе выполнения вводных упражнений к параграфу и следующих заданий (часть из которых можно использовать на других уроках):

1. Привести дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$ к общему знаменателю.
2. Записать число 7 в виде дроби со знаменателем 3; 5; 8.

3. Сократить дробь: $\frac{2}{16}$; $\frac{12}{27}$; $\frac{12}{48}$; $\frac{15}{65}$.

4. Вычислить:

1) $\frac{6}{11} + \frac{1}{11}$; 2) $\frac{5}{12} - \frac{1}{12}$; 3) $1\frac{1}{5} + 2\frac{2}{5}$; 4) $2\frac{7}{12} + 3\frac{5}{12}$;

5) $7 - 1\frac{2}{3}$; 6) $4\frac{1}{6} - \frac{5}{6}$; 7) $3\frac{2}{15} + 1\frac{3}{20}$; 8) $5\frac{5}{6} - \frac{7}{8}$.

5. Вычислить:

1) $\frac{15}{29} \cdot \frac{3}{5}$; 2) $6 \cdot \frac{3}{4}$; 3) $3\frac{1}{8} \cdot \frac{2}{5}$; 4) $1\frac{2}{13} \cdot 8\frac{2}{3}$;

5) $\frac{5}{9} : \frac{1}{3}$; 6) $1\frac{4}{15} : 2\frac{3}{5}$; 7) $12 : \frac{3}{4}$; 8) $\frac{3}{5} : 15$.

6. Вычислить:

1) $3,29 + 0,713$; 2) $10,51 - 3,471$; 3) $0,38 \cdot 4,01$;
4) $5,032 \cdot 900$; 5) $43,2 : 0,16$; 6) $75,48 : 3,7$.

7. Записать в виде обыкновенной дроби десятичную дробь: 1,07; 0,125; 3,024.

8. Выполнить действия:

1) $\frac{1}{3} + 0,25$; 2) $\frac{3}{4} - 0,1$; 3) $\frac{2}{3} : 0,1$; 4) $\frac{1}{5} \cdot 2,3$.

9. Вычислить:

1) $-3,4 + 7$; 2) $-4 + 1,3$; 3) $2,8 - 17$;

4) $10 : \left(-\frac{1}{2}\right)$; 5) $-\frac{1}{2} : 10$; 6) $-0,6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$;

7) $-3,2 \cdot 0$; 8) $0 : (-4)$; 9) 7^2 ;

10) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$; 11) $\left(1\frac{1}{2}\right)^2$; 12) $(-0,1)^3$.

10. Найти:

1) 15% от числа 0,3;

2) число, 21% которого равен 6,3.

При желании учитель может из предложенных выше заданий составить небольшую срезовую работу, результаты которой помогут выявить недостатки в вычислительных навыках. С этой же целью можно использовать отдельные задания из *вводных тестов** 1—5. Проверка выполнения может быть организована непосредственно на уроке (с целью формирования навыков самоконтроля и самооценки).

* Алгебра. Тематические тесты. 7 класс (автор М. В. Ткачёва).

Далее следует перейти к изучению основного материала параграфа. Так, на примере задачи 1 следует показать, что числовое выражение может возникать из потребностей практики, причём получаемое числовое выражение отражает ход решения рассматриваемой практической задачи.

В подтверждение сказанного можно предложить д о м а решить практические задачи 1 и 2. При этом на уроке следует устно провести анализ условий этих задач и обратить внимание на раздел учебника *Повторение курса математики 5—6 классов* (по которому учащиеся могут самостоятельно повторить решение задач на проценты).

В 5—6 классах учащиеся уже решали несложные текстовые задачи, составляя числовые выражения и находя их значения. Закрепить эти умения можно с помощью упражнений 2 и 4.

После нахождения числового значения одного из числовых выражений (например, составленного при решении упражнения 4) вводится понятие «числовое равенство». При этом следует заметить, что если при вычислении значения числового выражения не были допущены ошибки, то получается цепочка верных числовых равенств. Если же вычисления выполняются с ошибками, то чаще всего верного числового равенства не получается. В качестве примеров можно привести следующие равенства, не являющиеся верными: $-7(-0,2) = -1,4$; $6 + 12 \cdot 3 = 54$. После этого можно выполнить упражнения 8 и 9.

Решение упражнения 9(1) может быть записано так:

9. 1) Равенство $18,07 - 23,2 \cdot 5 = 78,93$ не является верным, так как его левая часть $18,07 - 23,2 \cdot 5$ — отрицательное число, а правая часть 78,93 — положительное число, т. е. значения левой и правой частей равенства не совпадают.

Понятию верного числового равенства следует уделить особое внимание, так как с его помощью в следующей главе будет формулироваться определение корня уравнения.

При решении задачи 2 подчёркивается значение скобок при выполнении вычислений. Эту задачу можно использовать как мотивацию к повторению алгоритма порядка выполнения арифметических действий. Можно предложить учащимся самостоятельно по учебнику (с. 8) повторить правила о порядке выполнения действий, после чего выполнить упражнения 5—7.

Рубрики *Диалог об истории* (с. 11—12) и *Это интересно* можно предложить учащимся прочитать д о м а. Чтобы чтение было осознанным, по каждой беседе сформулировать 1—2 вопроса. Например, к диалогу об истории можно поставить следующие вопросы: «Как записывал числовые выражения Диофант?», «Что такое алфавитная

нумерация; позиционная система счисления?», «Расскажите об истории появления в России арабской нумерации». К рассказу «О числовых суевериях» можно предложить найти отличные от изложенных числовые суеверия.

На втором уроке желательно предложить учащимся дома подготовиться к изучению нового материала § 2 с помощью рубрики *Нужно вспомнить* (с. 13).

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим*:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 1 до задачи 2	ВУ; № 1—4, 10	Вводные тесты 1—5	№ 53, 55, 736; РТ № 13; ПЗ № 1, 2; диалог об истории (с. 9)
2	§ 1 до конца	№ 5—9; УВ; РТ № 7—9	№ 6 (5), 7 (2)	ПЗ № 3; № 825; ДМ № 13, 14; диалог об истории (с. 11); это интересно (с. 13)

К концу изучения параграфа все учащиеся должны выполнять упражнения типа **3, 4, 7, 8** (1, 2) и отвечать на устные вопросы, сформулированные на с. 9.

Решение упражнений

10. За первые $5\frac{1}{4}$ ч туристы сделали 3 пятнадцатиминутных привала, а значит, находились в движении $5\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cdot 3 = 4,5$ (ч). За это время они прошли $4 \cdot 4,5 = 18$ (км). Оставшиеся $22 - 18 = 4$ (км), двигаясь со скоростью 3 км/ч, туристы прошли за $4 : 3 = 1\frac{1}{3}$ (ч). Весь маршрут туристы прошли за $5\frac{1}{4} + 1\frac{1}{3} = 6\frac{7}{12}$ (ч). Но $6\frac{7}{12}$ ч больше, чем 6,5 ч.

О т в е т. Туристы не успеют к отходу поезда.

* Здесь и далее в таблицах с распределением учебного материала будут использованы сокращения: ВУ — вводные упражнения; УВ — устные вопросы и задания; ПЗ — практические и прикладные задачи; ДМ — дидактические материалы; РТ — рабочие тетради.

§ Алгебраические выражения (1/1 ч)

Цели изучения параграфа — введение понятия алгебраического выражения и формирование у учащихся умения находить значение алгебраического выражения; формирование умений устанавливать причинно-следственные связи в явлениях.

Схема использования вспомогательного материала параграфа (сформулированные цели; понятия и действия, которые нужно вспомнить; вводные упражнения) аналогична той, которая была предложена к § 1. Далее материал этих рубрик следует использовать подобным образом.

На основе задачи 1 параграфа можно подвести учащихся к пониманию алгебраического выражения как обобщения числового выражения. В ходе рассмотрения этой задачи впервые производится упрощение алгебраического выражения (с использованием свойств арифметических действий).

До выполнения упражнения 11 полезны задания на прочтение алгебраических выражений, например, такого вида: $3ab$ (утроенное произведение чисел a и b), $m : n$ (частное от деления чисел m и n), $b - \frac{1}{2}c$ (разность числа b и половины числа c). Рекомендуются требовать от учащихся, выполняющих письменные задания у доски (начиная с упражнения 12), сопровождать записи алгебраических выражений их прочтением, принятым в алгебре. Например, выражение $2a^2 - \frac{1}{3}b$ (упражнение 12 (4)) принято прочитывать как «два a квадрат минус одна треть b ».

Ввести понятие значения алгебраического выражения и продемонстрировать нахождение значений конкретных алгебраических выражений можно с использованием примеров текста учебника на с. 14 и задачи 2. При этом стоит заметить, что имеются алгебраические выражения, числовые значения которых не зависят от значений входящих в них букв. Это, например, выражение, составленное при решении задачи 1, или выражение $2(m + 1) - 2m$.

При наличии времени с целью функциональной пропедевтики (для подготовки формирования представлений о функции как зависимой переменной, о значениях аргумента и функции) можно предложить учащимся выполнить задание 7 из рабочей тетради или заполнить таблицу значений алгебраических выражений, содержащих в своей записи только букву x , при различных значениях x .

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$2x$								
$2x - 1$								
x								

Для домашней работы можно предложить рубрику *Диалог об истории*. Возможные вопросы к диалогу: «Как записал бы Диофант выражение $3x + 2$? $4x - 5$?», «Что такое риторическая алгебра?», «Кто и когда ввёл в алгебру буквенную символику, близкую к современной?», «Расскажите о жизни и научной деятельности Ф. Виета, ал-Хорезми».

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 2 полностью	№ 11—17; РТ № 5, 7	№ 12 (3), 15 (1, 2)	№ 18, 54, 56, 57, 737, 740; ПЗ № 4, 5; диалог об истории (с. 16); РТ № 9; ДМ № 12

К концу изучения параграфа все учащиеся должны справляться с упражнениями типа 11, 12 и отвечать на устные вопросы (с. 15).

Решение упражнений

18. Так как данное число $4 \cdot 100 + b \cdot 10 + c$ кратно 30, то оно должно делиться на 10, и, значит, оно оканчивается нулём, т. е. $c = 0$. Кроме того, число должно делиться на 3, и поэтому на 3 должна делиться сумма его цифр $4 + b$. Это возможно при $b = 2$, $b = 5$ и $b = 8$, т. е. данными числами могут быть числа 420, 450 или 480.



§ Алгебраические равенства. Формулы (2/3 ч)

Цели изучения параграфа — демонстрация учащимся возможности использования букв в алгебре (при решении в общем виде текстовых задач, при записи формул, в уравнениях, при записи законов и свойств арифметических действий) и целесообразности использования буквенной записи при решении однотипных задач; обучение

составлению формул для решения тестовых задач; развитие умения применять математические знаки и символы при решении учебных и прикладных задач.

Изучение темы можно начать с повторения знаний учащихся об использовании букв в математике (с этой целью можно воспользоваться вводным упражнением 3 или рабочей тетрадью № 3). На примерах знакомых им формул ($s = vt$, $C = 2\pi R$, $P = 2(a + b)$ и др.) и приведённых в учебнике равенств (1) и (2) — записей свойств арифметических действий подчёркивается тот факт, что буквы в алгебре могут принимать различные значения (например, как во вводных упражнениях 1 и 2). В выражениях и формулах, полученных в результате решения практических задач, буквами обозначают обычно положительные числа, что иллюстрируется упражнениями 19, 22, 27. Дополнительно перед выполнением упражнения 27 целесообразно предложить учащимся записать формулы для нахождения:

- 1) расстояния s , которое проехал автомобиль за t ч, двигаясь со скоростью v км/ч;
- 2) скорости v , с которой автомобиль за t ч проехал 200 км;
- 3) времени t , которое потребовалось автомобилю, движущемуся со скоростью 80 км/ч, чтобы проехать s км.

Отметим, что в записях переместительных законов сложения и умножения, а также свойств, выраженных равенством (1), буквы могут принимать любые значения. В записи же равенства (2) буквы a и b — любые числа, а c — любое, отличное от нуля число. Обсуждение вопроса о возможных числовых значениях букв можно продолжить при устном выполнении упражнения 24.

Формулы чётного и нечётного натуральных чисел обычно используются при доказательстве различных утверждений, связанных с натуральными числами. Поэтому введение формул $a = 2n$ и $b = 2n - 1$, где n — натуральное число, а также выполнение упражнения 28 разумнее рассмотреть на последнем уроке по теме (перед упражнением 28 можно рассмотреть задание 10 из рабочей тетради).

Важно постепенно научить школьников обосновывать свои высказывания типа «утверждение верно», «утверждение неверно». Учащиеся должны понимать, что обоснование справедливости любого высказывания должно опираться на известные им законы, свойства, правила, теоремы, аксиомы. А для того чтобы заявить о том, что некоторое общее высказывание неверно, достаточно привести один пример, его опровергающий (так в задании 28 (2) достаточно привести в качестве *контрпримера* числа 2 и 4 или 8 и 10). Для многих учащихся при выполнении упражнений типа 28 полезно рассмотреть несколь-

ко частных случаев, подтверждающих или опровергающих утверждение. Например, при выполнении упражнения 28 (1) учащиеся могут первоначально рассмотреть произведения $2 \cdot 4 = 8$, $10 \cdot 6 = 60$ и др., чтобы, убедившись в верности высказывания «произведение некоторых пар чётных чисел делится на 4», обосновать высказывание для двух любых чётных чисел. До выполнения упражнения 28 учащимся полезно прочитать рубрику *Шаг вперёд*.

На примере задачи 1 (которую учащиеся могут разработать самостоятельно по тексту параграфа) демонстрируется удобство использования буквенного обозначения величин при решении прикладных задач (в задаче 1 требуется вычислить площадь участка при различных значениях его длины и ширины). В подтверждение этого факта можно предложить учащимся составить формулы для решения прикладных задач № 4, 5, 7, 8 (с. 36) и ответить на вопросы, поставленные в задачах.

Задача 2 демонстрирует важность умения выражать из формулы одну букву через другие входящие в формулу буквы и числа. Следует обратить внимание учащихся на важность такого умения не только для курса алгебры, но и для успешного овладения геометрией, физикой и химией. Желательно, чтобы к концу изучения параграфа большинство учащихся смогли самостоятельно решать задачи типа 29 (1, 2). Формированию этого умения может способствовать выполнение заданий, в которых искомая величина (буква) находится как неизвестная компонента арифметического действия:

1. Найти по формуле $s = vt$ значение:
 - 1) времени t , если $s = 72$ км, $v = 9$ км/ч;
 - 2) скорости v , если $s = 56$ км, $t = 8$ ч.
2. Записать формулу для вычисления периметра P квадрата со стороной a . Найти сторону квадрата, периметр которого равен 36 см.
3. Коробка конфет стоила x р. Записать формулу стоимости S в рублях коробки конфет после её подорожания на B р. Выразить из этой формулы x через S и B .
4. В банке было y л воды. Записать формулу для нахождения объёма V оставшейся в банке воды, выраженной в литрах, после того как из неё отлили c л воды. Выразить из полученной формулы y через V и c .
5. Прикладные задачи 9 и 10 (с. 37).

К диалогу об истории можно задать следующие вопросы: «Как в школе Пифагора изображали числа?», «Какие числа называют *квадратными*? *треугольными*?», «Какие ещё фигурные числа изучали учёные Древней Греции?», «Какова формула n -го по порядку *квадратного*; *треуголь-*

ного числа?», «Какова формула Диофанта, связывающего треугольные и квадратные числа?».

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 3, кроме формул чётного и нечётного чисел	РТ № 3; № 19, 22—24, 27, 62; ПЗ № 4, 5	№ 20, 21	ПЗ № 7, 8; РТ № 11; диалог об истории (с. 22)
2	§ 3	№ 26, 29, 30, 25, 28, 59; РТ № 10, 11	№ 29 (3)	ПЗ № 9, 10; № 68, 69; шаг вперёд (с. 20)

При обучении по II варианту программы после изучения формул чётного и нечётного чисел желательно рассмотреть в классе упражнения **68** и **69**.

К концу изучения параграфа все учащиеся должны справляться с упражнениями типа **22**, **24**, **29** (2) и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

28. 1) Верно. Пусть $a = 2n$, $b = 2k$ (n и k — натуральные числа), тогда число $a \cdot b = 2n \cdot 2k = 4nk$ делится на 4.

69. Пять последовательных натуральных чисел можно записать как $5n - 2$, $5n - 1$, $5n$, $5n + 1$, $5n + 2$, где n — натуральное число. Их сумма $(5n - 2) + (5n - 1) + 5n + (5n + 1) + (5n + 2) = 25n = 5(5n)$ делится на 5.

71. Пусть m — число монет по 2 р., n — число монет по 5 р. По условию задачи $2m + 5n = 23$, откуда, например, $n = \frac{23 - 2m}{5}$, где m и n — натуральные числа, причём $0 < m < 11$. Перебирая возможные значения m , убеждаемся, что при $m = 4$ и $m = 9$ значение выражения $\frac{23 - 2m}{5}$ — натуральное число.

О т в е т. $m = 4$, $n = 3$; $m = 9$, $n = 1$.

З а м е ч а н и е. Фактически в данной задаче решалось диофантово уравнение $2m + 5n = 23$ на множестве натуральных чисел.

§ 4 Свойства арифметических действий (2/3 ч)

Цели изучения параграфа — повторение известных учащимся из курса математики 5—6 классов законов и свойств арифметических действий; обучение использованию этих свойств и законов действий для упрощения алгебраических выражений; формирование умений корректировать свои действия (в ситуации перехода от известных законов арифметических действий к законам алгебры).

Повторение известных из курса математики 6 класса переместительного и сочетательного законов сложения и умножения, а также распределительного закона можно реализовать, например, с помощью устного задания:

Выполнить действия двумя способами (первый раз с соблюдением порядка действия, второй — с использованием законов арифметических действий, отмечая, каким способом вычислять было удобнее):

$$\begin{array}{lll} 1) 17 + 28 + 3; & 2) 2,7 \cdot 2 \cdot 10; & 3) 25 \cdot 0,83 \cdot 4; \\ 4) 13 \cdot 8 + 7 \cdot 8; & 5) (3,5 + 2,7) \cdot 10; & 6) 5\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5}. \end{array}$$

Использование свойств действий сложения и умножения для четырёх чисел можно продемонстрировать, например, при нахождении числовых значений следующих выражений:

$$1) 27,6 + 17,1 + 2,9 + 10 = 27,6 + (17,1 + 2,9 + 10) = 27,6 + 30 = 57,6;$$

$$2) 1\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} = \left(\frac{3}{2} \cdot 2\right) \cdot \left(\frac{5}{4} \cdot \frac{4}{5}\right) = 3 \cdot 1 = 3;$$

$$3) 0,6 \cdot 7 + 1,8 \cdot 7 + 2,6 \cdot 7 = (0,6 + 1,8 + 2,6) \cdot 7 = 5 \cdot 7 = 35.$$

Задачи 1 и 2 из учебника показывают, что применение законов и свойств арифметических действий облегчает вычисления, а также позволяет заменять данное алгебраическое выражение более простым. С этого момента в математической лексике учащихся будет нередко использоваться словосочетание «приведение подобных слагаемых».

После рассмотрения задачи 3 внимание учащихся фиксируется на операции вычитания как на нахождении неизвестного слагаемого путём прибавления к сумме числа, противоположного известному слагаемому (найти x из равенства $167 + x = 650$ можно так: $x = 650 - 167$, а можно и так: $x = 650 + (-167)$). Этот факт позволяет обосновать свойства вычитания свойствами сложения. Например, первое

из приведённых на с. 25 свойств вычитания можно сформулировать так: «Вычитание из числа a суммы чисел b и c (т. е. $a - (b + c)$) можно заменить сложением числа a с числом, противоположным сумме чисел b и c , которое равно $(-b) + (-c)$, т. е. числу $-b - c$ ». Следовательно, $a - (b + c) = a - b - c$. Аналогичные рассуждения можно провести при обосновании других свойств вычитания.

Задача 4 параграфа подчёркивает важность умения упрощать алгебраические выражения в тех случаях, когда требуется найти числовые значения этих выражений.

С помощью задачи 5 обосновывается тот факт, что свойства деления выводятся из свойств умножения. Свойствам деления на практике уделяется внимания меньше, чем свойствам умножения, поэтому знакомству с их применением посвящено лишь упражнение 37.

Применение изученных свойств на практике можно рассмотреть при решении прикладных задач 15 и 16.

В одну из домашних работ следует включить рубрику *Диалог об истории*, предварив его вопросами: «В каком веке жил Евклид? Чем знаменит этот учёный?», «Какие законы алгебры были доказаны Евклидом геометрическим способом?», «Как Евклид формулировал и доказывал переместительный закон умножения?», «Объясните „чудесное“ свойство треугольника, описанное в диалоге».

В домашнюю работу на последнем уроке необходимо включить повторение действий и понятий, сформулированных в рубрике *Нужно вспомнить* на с. 30. Эти знания, необходимы для успешного освоения материала § 5, на первом уроке по его изучению будут проверены с помощью самостоятельной работы.

Изучение учебного материала по урокам может быть распределено следующим образом:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 4 до пункта 3	№ 32—35, 38 (1, 2); РТ № 2, 9	№ 32 (3), 34 (3), 38 (3)	ПЗ № 15; РТ № 12; диалог об истории (с. 28)
2	§ 4	№ 36, 37, 38 (3, 4), 39; РТ № 10	№ 36 (1), 38 (5)	№ 41; ДМ № 9; диалог о полезном (с. 37); ПЗ № 11, 12, 16

При обучении по II варианту дополнительно могут быть выполнены упражнения **58, 826, 736**, а также задания из рабочей тетради № 11, 12.

К концу изучения параграфа все учащиеся должны уметь выполнять упражнения типа **32, 35, 37** и отвечать на устные вопросы (с. 26).

Решение упражнений

824. Чтобы доказать, что сумма $41m + 46n$ делится на 13, выделим в каждом слагаемом числа, кратные 13:

$$41m = 13m + 28m, \quad 46n = 26n + 20n.$$

Тогда $41m + 46n = (13m + 28m) + (26n + 20n) = (13m + 26n) + (28m + 20n) = 13(m + 2n) + 4(7m + 5n)$.

Число $7m + 5n$ по условию делится на 13, тогда последнее в цепочке преобразований выражение делится на 13, так как каждое его слагаемое делится на 13.

§ 5 Правила раскрытия скобок (2/2 ч)

Цели изучения параграфа — знакомство учащихся с понятием алгебраической суммы; обучение применению правил раскрытия скобок и заключения в скобки; развитие умения использовать математические знаки, символы и схемы при решении учебных и практических задач.

Повторение законов и свойств арифметических действий можно выполнить, например, с помощью следующей самостоятельной работы:

1. Вводное упражнение 2 (1, 2).

2. 42 (1).

3. Составить числовое выражение и найти его значение для решения задачи:

«В начале маршрута в автобус вошли 35 пассажиров, через две остановки 5 пассажиров вышли, а 8 вошли. На следующей остановке вышли 10 пассажиров и двое вошли. На последующих остановках до конца маршрута вышли ещё 7 пассажиров, а вошли 11 человек. Сколько пассажиров было в автобусе, когда он подъехал к конечной остановке?»

Результат выполнения этих заданий (содержащих алгебраические суммы) можно оставить на доске до конца урока и использовать после изучения п. 1 параграфа. Учащиеся будут иметь перед глазами дополнительные примеры алгебраических сумм и смогут по просьбе учителя назвать слагаемые этих алгебраических сумм.

Перед изучением правил раскрытия скобок полезно вновь вернуться к выполненным в начале урока заданиям и повторить свойства сложения и вычитания.

Правило раскрытия скобок, перед которыми стоит знак «+», учащиеся могут изучить самостоятельно по учебнику (первое правило на с. 31), а потом придумать и решить по два примера на применение этого правила, обменяться тетрадями и проверить эти примеры и их решения друг у друга. Несколько примеров можно обсудить у доски.

Применение правила раскрытия скобок, перед которыми стоит знак «-», у многих учащихся вызывает затруднение. Поэтому изучению этого материала необходимо уделить много внимания, особенно при работе со слабоуспевающими.

Рассматривая примеры на с. 31 перед задачей 2, необходимо попросить учащихся назвать слагаемые алгебраической суммы, заключённой в скобки, выделяя знаки каждого из них. При этом в тетради и на доске можно делать пометки, которые первое время будут служить для самоконтроля учащихся (подчёркиваются числа, изменившие знак):

$$1) 14 - (7 - 13 + 2) = 14 \bigcirc (+7 - 13 + 2) = 14 - \underline{7} + \underline{13} - \underline{2};$$

$$2) a - (b + c - d) = a \bigcirc (+b + c - d) = a - \underline{b} - \underline{c} + \underline{d};$$

$$3) -(a - b) + c = \bigcirc (-) (+a - b) + c = -\underline{a} + \underline{b} + c.$$

Решая задачу 2, а затем и упражнения 44—45, необходимо применить оба правила раскрытия скобок. При этом полезно не только вслух выделить знак перед скобкой и читать полностью выражение в скобках, которые предстоит раскрыть, но и воспользоваться обозначениями, применёнными выше.

$$\text{Задача 2. } 3x \bigoplus (5 - (8x + 3)) = 3x + 5 \bigcirc (8x + 3) = 3x + 5 - \underline{8x} - \underline{3} = 2 - 5x.$$

44 (4).

$$\text{Решение. } a \bigcirc (b + (c - (d - k))) = a - \underline{b} \bigcirc (c - (d - k)) = a - b - c \bigoplus (d - k) = a - b - c + d - k.$$

Подобные схемы для самоконтроля можно использовать по ходу фронтальной работы со всеми учащимися. Эта же схема поможет отдельным учащимся контролировать себя и при выполнении некоторых упражнений на заключение в скобки (46—47).

47 (3).

$$c - \underline{m - 2a^2 + 3b^2} = c \bigcirc (\underline{m} + \underline{2a^2} - \underline{3b^2}).$$

Проверить усвоение правил раскрытия скобок, прежде чем переходить к заключению в скобки, можно, напри-

мер, при выполнении упражнения 7 из рабочей тетради или следующего задания:

Поставить знак «+» или «-» в пустые клетки, чтобы равенство было верным:

$$5 \square (2x + y - 1) = 5 + 2x + y - 1;$$

$$5 \square (2x + y - 1) = 5 - 2x - y + 1;$$

$$a \square (b - 3a + 2) = a - b + 3a - 2;$$

$$b \square (1 - 3a - 2b) = b + 1 - 3a - 2b.$$

Проверить усвоение материала всего параграфа можно с помощью *теста 1* к главе I и самостоятельной работы на 15 мин (в квадратных скобках здесь и далее будут указаны задания для II варианта при выполнении самостоятельных и контрольных работ).

1. Раскрыть скобки и привести подобные слагаемые:

а) $1,8a + (b + 0,2a)$; б) $5x - (3 - 2x)$.

[а) $2,3x - (y + 0,3x)$; б) $4x + (5 - x)$.]

2. Заключить последние два слагаемых в скобки так, чтобы осталось прежним значение числового выражения:

$$103 - 28,3 - 41,7. \quad [85 - 42 + 21,3.]$$

3. Найти числовое значение алгебраического выражения $2x - ((x + 3) - 0,5y)$ $[0,7a - ((b - a) + 2b)]$, если

$$x = 2,7, \quad y = 2,6 \quad \left[a = \frac{5}{17}, \quad b = 3\frac{1}{3} \right].$$

К задаваемому на дом *Диалогу об истории* предложить учащимся вопросы: «Какие символы заменяли учёным XV и XVI вв. скобки?», «В работах каких учёных впервые появились круглые скобки?», «Какими скобками ещё пользуются математики?», «Как И. Ньютон записал бы выражение $2 + (5x - (3y - (x + 1)))$?».

В ходе изучения этого параграфа учителю рекомендуется завершить руководство написанием творческих исследовательских работ: оговорить форму и сроки представления каждой конкретной работы, а также условия оценки выполненной работы (предполагается, что работы выбирались и выполнялись учащимися по их собственному желанию). Две, три лучшие из выполненных исследовательских работ могут быть подготовлены для презентации перед всеми учащимися класса на последнем уроке изучения темы (перед контрольной работой) либо на внеклассном мероприятии (конференции, кружке, неделе математики и др.). Следует определить время выступления каждого докладчика со своей презентацией (не более 10 мин), способы пред-

ставления (устный доклад, компьютерная презентация, моделирование, реконструкция и т. д.).

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 5	№ 43, 44, 46 (3, 4)	№ 42 (3, 4), 44 (3); самостоятельная работа из текста пособия	№ 73, 50, 51
2	§ 5	№ 45, 47—49; РТ № 7	№ 46 (1, 2); тест 1	№ 52; РТ № 11, 12; ПЗ № 3, 8; диалог об истории (с. 33)

В результате изучения параграфа все учащиеся должны уметь называть слагаемые алгебраической суммы, применять правила раскрытия скобок при выполнении упражнений типа **43, 45** и отвечать на устные вопросы (с. 31).

Решение упражнений

$$52. 1) \overline{abc} = 100a + 10b + c, \quad \overline{cba} = 100c + 10b + a,$$

$$100a + 10b + c + (100c + 10b + a) = 101a + 20b + 101c;$$

2) $100a + 10b + c - (100c + 10b + a) = 99a - 99c = 99(a - c)$ — это число делится на 9 и на 11.

Можно предложить учащимся решить задачу о делимости на 9 и на 11 разности $\overline{abcd} - \overline{dcba}$.

73. Пусть рассматриваемое двузначное число содержит a десятков и b единиц: $\overline{ab} = 10a + b$, тогда $(10a + b) \cdot 11 = 110a + 11b$. Так как сумма цифр a и b меньше 10, то эта сумма выражается некоторой цифрой. Запишем число, которое получится, если между a и b вставить их сумму:

$$100 \cdot a + 10(a + b) + b = 100a + 10a + 10b + b = 110a + 11b.$$

На уроке обобщения знаний в классе, где большинство учащихся интересуется математикой, можно решить задачу **72** двумя способами:

I способ.

За n м ткани по 60 р. и m м ткани по 50 р. заплатили $(60n + 50m)$ р., сумму, равную 5100 р., т. е. $60n + 50m = 5100$.

Так как по условию $n > 45$, а $m > 40$, то наименьшее количество метров ткани первого и второго типа равно соответственно 46 м и 41 м, а их общая стоимость $60 \cdot 46 + 50 \cdot 41 = 4810$ (р.). Так как общая стоимость покупки 5100 р., то задача сводится к нахождению натуральных чисел x и y , при которых верно равенство $60x + 50y = 5100 - 4810$. Имеется только одна пара таких чисел, а именно $x = 4$, $y = 1$. Следовательно, $n = 46 + 4 = 50$, $m = 41 + 1 = 42$.

О т в е т. $n = 50$, $m = 42$.

II способ.

$60n + 50m = 5100$, выразим m через n : $m = \frac{5100 - 60n}{50} = 102 - \frac{6n}{5}$. Так как по условию m — натуральное, то $\frac{6n}{5}$ должно быть числом натуральным. По условию $n > 45$, при $n = 46, 47, 48, 49$ число $n \cdot \frac{6}{5}$ не будет числом натуральным, а при $n = 50$ получим $50 \cdot \frac{6}{5} = 60$, следовательно, $m = 102 - 60 = 42$, что соответствует условию $42 > 40$. Следующее число $n > 45$, которое при умножении на $\frac{6}{5}$ даст натуральное число, будет 55: $55 \cdot \frac{6}{5} = 66$, но $m = 102 - 66 = 36$, $36 < 40$ — не соответствует условию.

О т в е т. $n = 50$, $m = 42$.

Урок обобщения знаний и представления исследовательских работ (1/1 ч)

Первую половину урока желательно посвятить анализу ошибок, выявленных в ходе проверки тестовой или самостоятельной работы, выполненной учащимися на предыдущем уроке; обобщению и систематизации полученных знаний (чему способствуют материалы рубрик *В этой главе вы узнали*, *Устные вопросы и задания*, *Проверь себя!*, *Практические и прикладные задачи*).

Вторую половину урока можно отвести для представления докладов и презентаций лучших исследовательских работ по теме. Необходимо дать возможность всем учащимся класса познакомиться со всеми выполненными творческими работами и оценить эти работы.

Контрольная работа № 1

1. Вычислить:

1) $2\frac{1}{2} \cdot 19 - 9 \cdot 2\frac{1}{2} - 0,25 \cdot 31 \cdot 4;$

2) $2,5 + 5\frac{3}{5} : \left(4,9 \cdot 3,01 - 1,498 \cdot \frac{1}{2} \right);$

3) $\left(1\frac{1}{2} \right)^3 - \left(-\frac{1}{2} \right)^2 : \left(-\frac{2}{3} \right)^3.$

[1) $28 \cdot 3\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} \cdot 18 + 0,2 \cdot 0,9 \cdot 50;$

2) $2,7 - 4\frac{2}{5} : \left(3,7 \cdot 3,04 - 0,744 \cdot \frac{1}{3} \right);$

3) $\left(-1\frac{1}{2} \right)^2 - \left(-\frac{1}{2} \right)^3 : \left(\frac{1}{3} \right)^2.]$

2. Упростить выражение

$$5(3 - x) + 7(2x - 3) \quad [3(5x - 7) + 8(2 - x)]$$

и найти его числовое значение при $x = -0,6$ [при $x = -0,7$].

3. Раскрыть скобки и упростить:

$$3a - (6a - (2a - 1)). \quad [-(5b - (2 - 3b)) + 7b.]$$

4. ЗаклЮчить в скобки последние два слагаемых, поставив перед скобками знак «-»:

$$4m - 2 + 3n - a. \quad [3a - b - 2m + n.]$$

5. Турист планировал пройти расстояние s км за t ч, но преодолел его на 2 ч быстрее. Записать формулу скорости, с которой шёл турист.

[В магазине планировали расфасовать a кг муки в пакеты по n кг, однако затем увеличили массу муки в каждом пакете на 500 г. Записать формулу для подсчёта полученного числа пакетов.]



Уравнения с одним неизвестным (8 ч / 10 ч)

С этой главы начинается систематическое изучение одного из важнейших алгебраических понятий — уравнения. Уравнение понимается как некоторое равенство, содержащее неизвестное число, обозначенное буквой, которое требуется отыскать. Если некоторое число обращает уравнение в верное числовое равенство, то оно является корнем этого уравнения.

На простых примерах показывается, что уравнение с одним неизвестным может иметь один корень, бесконечно много корней или не иметь корней.

В этой главе рассматриваются уравнения с одним неизвестным, сводящиеся к линейным. Дается алгоритм решения таких уравнений, опирающийся на свойства уравнений, которые следуют из свойств верных числовых равенств. Так как способ решения этих уравнений не приводит к потере корней и к приобретению посторонних корней, то понятие равносильности уравнений здесь не рассматривается.

Не следует называть рассматриваемые в этой главе уравнения уравнениями первой степени, так как к линейному уравнению может быть сведено, например, и такое уравнение:

$$x^2 + 2x = 1 - (3x - x^2).$$

Трудным является вопрос о решении текстовых задач составлением уравнения, хотя в 5—6 классах учащиеся познакомились с этим методом решения задач наряду с арифметическими (по действиям).

Предметными целями изучения главы II являются:

- осознание значимости умения моделировать реальные явления с помощью алгебраических моделей (уравнений);
- формирование умений решать учебные, прикладные и познавательные задачи с помощью линейных уравнений и сводящихся к ним уравнений; интерпретировать и оценивать полученные результаты;
- обучение логическим обоснованиям в ходе создания математических моделей;
- пропедевтика функциональных понятий: зависимых и независимых величин.

К метапредметным целям следует отнести:

- развитие мотивов познавательной деятельности;
- развитие умения планировать и контролировать учебную и познавательную деятельность;
- формирование умений определять понятия, устанавливать аналогии и причинно-следственные связи в явлениях, строить логические умозаключения, делать выводы;
- развитие умения организовывать учебное сотрудничество с учителем и одноклассниками;
- формирование корректной устной и письменной речи.

К личностным целям можно отнести:

- воспитание потребности в познании истории возникновения различных математических понятий и терминов, в анализе жизнеописаний научных деятелей;
- развитие способности к саморазвитию и самообразованию;
- формирование целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки;
- освоение социальных норм и поведения в группах и сообществах, нравственного поведения;
- формирование коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками.

В результате изучения главы II все учащиеся должны хорошо понимать: что такое уравнение; какое число является корнем уравнения; что значит решить уравнение; как можно проверить, правильно ли решено уравнение (вычисляя отдельно значение левой и правой частей уравнения при найденном значении неизвестного и сравнивая их). Они также должны усвоить алгоритм решения уравнений, сводящихся к линейным, и уметь решать задачи первого уровня, предложенные в рубрике *Проверь себя!* (I уровень).

§ Уравнение и его корни (1/1 ч)

Цели изучения параграфа — введение определений уравнения и корня уравнения; формирование представления о том, что значит решить уравнение; формирование умений определять понятие, устанавливать аналогии.

Эффективному усвоению материала параграфа будет способствовать повторение действий и понятий, сформулированных в рубрике *Нужно вспомнить*, и повторение:

- 1) нахождения неизвестных компонент арифметических действий;
- 2) действий по упрощению алгебраических выражений (приведение подобных слагаемых, раскрытие скобок);
- 3) записи формул.

Сделать это лучше при выполнении вводных упражнений 1—3 (с. 42) и следующих практических заданий:

1. Решить уравнение:

$$1) x + 0,5 = 1,5; \quad 2) 3x = 1; \quad 3) 2x - 1 = 5; \quad 4) \frac{1}{3}x = 2.$$

2. Упростить выражение $5x + 4 - 2(x - 1)$ и выяснить, при каком значении x значение полученного выражения равно нулю.

Заметим, что при выполнении задания 1 не следует акцентировать внимание учащихся на проговаривании правил нахождения неизвестных компонент, так как в ближайшее время алгоритм решения линейных уравнений вытеснит ранее усвоенные способы решения простейших уравнений.

Вводимые в этом параграфе определения имеют огромное значение для всего курса алгебры, так как будут применяться при изучении каждого нового вида уравнений. Можно обратить внимание учащихся на то, что в определении уравнения словосочетание «содержащее *неизвестное* число» предполагает необходимость нахождения значения этого «неизвестного числа». Названия частей уравнения аналогичны известным названиям частей числового равенства.

Решение задачи, предложенной в тексте параграфа, подведёт учащихся к формулировке определений уравнения и корня уравнения. Закрепить усвоение понятия корня уравнения можно с помощью упражнений 75—79, а также заданий 5 и 6 из рабочей тетради.

Прежде чем сформулировать, что значит решить уравнение, учащимся следует предложить выполнить вводные упражнения 4 и 5, а затем познакомить с примерами уравнений, имеющих более одного корня, бесконечно много корней и не имеющих корней. В дополнение к предложенным в тексте учебника (с. 43) примерам таких уравнений можно предложить также следующие:

$$1) 3(x - 1)(2 + x) = 0; \quad 2) x = x, \quad 0 \cdot x = 0;$$

$$3) x = x + 1, \quad |x| = -1, \quad 0 \cdot x = 4.$$

Введение понятия линейного уравнения как уравнения вида $ax = b$ следует сопровождать напоминанием о том, что учащиеся и в прошлом году, и на этом уроке уже имели

дело с такого рода уравнениями (например, при разборе задачи текста этого параграфа). Утверждение о том, что многие практические задачи сводятся к решению линейных уравнений, можно подкрепить решением нескольких задач.

1. Найти высоту прямоугольника, если его площадь равна 120 см^2 , а основание — 40 см .
(Линейное уравнение $40x = 120$.)
2. Поезд движется со скоростью 80 км/ч . За какое время он преодолеет расстояние в 200 км ?
(Линейное уравнение $80x = 200$.)
3. Найти боковую сторону равнобедренного треугольника, основание которого 5 см , а периметр — 19 см .
(Уравнение $2x + 5 = 19$ приводится к виду линейного уравнения $2x = 14$.)

Для самостоятельной работы на этом уроке может быть предложено следующее задание:

Среди чисел -4 ; -3 ; 0 ; 1 ; 6 выбрать то, которое является корнем уравнения:

$$1) 4(x+1) = x - (2-x); \quad 2) 2 - (3+x) = 3x - 1.$$

В домашнюю работу следует включить изучение рубрики *Диалог об истории*, сопроводив его вопросами и заданием: «Познакомьтесь с буквами греческого алфавита», «Каким образом Диофант обозначал числа с помощью букв?», «Почему Диофант обозначал неизвестное с помощью сигмы концевой?», «Как давно и в каких странах умели решать линейные уравнения?».

Распределение учебного материала может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 6	БУ 1—3; № 75—79; РТ № 5, 6; БУ 4, 5; № 80, 81; УВ	Самостоятельная работа из текста пособия	№ 82, 83, 123, 124; диалог об истории (с. 45)

К началу следующего урока все учащиеся должны знать определения уравнения, корня уравнения, правильно отвечать на устные вопросы (с. 44) и уметь выполнять задания типа 74 и 77.

§ 7 Решение уравнений с одним неизвестным, сводящихся к линейным (2/3 ч)

Цели изучения параграфа — обоснование основных свойств уравнений и формирование начальных умений в применении алгоритма решения уравнений, сводящихся к линейным; формирование умений устанавливать аналогии, причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение.

При рассмотрении уравнения как равенства, в котором буква обозначает неизвестное число, обращающее данное равенство в верное, появляется возможность работать с уравнением как с верным числовым равенством и, значит, использовать все известные свойства числовых равенств. В связи с этим до изучения материала параграфа желательно повторить понятие верного равенства, например, с помощью следующих заданий:

1. Проверить, является ли верным равенство:

$$1) (2,5 - 4) : 3 = -1\frac{1}{2} + 1; \quad 2) 5 - 4 \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) = 1 + 0,5 \cdot (-6).$$

2. (Дополнительное при наличии времени.) Записать в виде числового равенства и проверить, верно ли это равенство:

1) сумма чисел $\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{3}$ равна разности чисел 3 и $1\frac{5}{6}$;

2) утроенное произведение чисел 25 и 0,4 в 2 раза больше частного от деления числа $-0,1$ на число $-0,02$;

3) удвоенная разность чисел -11 и -7 равна квадрату числа 2.

Повторение свойств верных равенств можно провести с помощью таблицы вводного упражнения 1 и таблицы на с. 47, заданий 1 и 3 из рабочей тетради или с помощью следующего устного упражнения (которое учителю желательно написать заранее на доске или продемонстрировать его с помощью технических средств обучения):

Не выполняя действий, назвать верные равенства, полученные из данного верного равенства $2 \cdot 5 = 3 + 7$ (каждый раз обосновывая свои утверждения):

1) $2 \cdot 5 \cdot 17 = (3 + 7) \cdot 17$; 2) $2 \cdot 5 + 8 = 3 + 7 + 8$;

3) $2 \cdot 5 \cdot \frac{1}{4} = (3 + 7) : \frac{1}{4}$; 4) $2 \cdot 5 + (-2) = 3 + 7 + 2$;

5) $2 \cdot 5 : \frac{1}{6} = (3 + 7) : \frac{1}{6}$; 6) $2 \cdot 5 - 7 = 3 + 7 - 7$.

После выполнения этого упражнения можно вернуться к последнему равенству 6 и преобразовать его к виду $2 \cdot 5 - 7 = 3$, сделать вывод о том, что последнее верное равенство получилось из исходного фактически путём перенесения числа 7 из правой части в левую, изменив при этом его знак на противоположный. После проведённых частных рассуждений можно в общем виде обосновать свойство переноса слагаемого из одной части равенства в другую с противоположным знаком, вытекающее из свойства 1 верных числовых равенств. Желательно, чтобы рассуждения между знаками \bullet и \circ на с. 47 учащиеся осознанно записали в тетрадах и проговорили вслух: «Любое слагаемое можно переносить из одной части равенства в другую, изменив знак этого слагаемого на противоположный». Это свойство будет использоваться при рассмотрении задачи 1 текста учебника, к разбору решения которой и следует приступить ещё на первом уроке.

Проводимое при решении задачи 1 рассуждение состоит из двух частей. В первой части, предполагая, что $x = a$ корень уравнения, опираясь на свойства верных числовых равенств, устанавливаем, что корнем может быть только число 3. Во второй части подстановкой числа 3 в исходное уравнение доказываем, что оно действительно является корнем уравнения. Так учащиеся убеждаются в том, что способ нахождения значения x в первой части рассуждений может быть использован как практический способ решения уравнений, сводящихся к линейным.

Рассмотрение решения задачи 1 желательно провести самому учителю в классе и не требовать от всех учащихся воспроизведения этих рассуждений.

Свойства 1 и 2, а также алгоритм решения уравнений, сводящихся к линейным (с. 48), можно предложить учащимся прочитать по тексту учебника самостоятельно. Применение сформулированного алгоритма демонстрируется при выполнении упражнений 86—88. Для большинства учащихся запись результатов действий с уравнением в столбик является наиболее удобной, при этом они допускают наименьшее количество ошибок.

Возможная запись решения уравнения:

$$88. \ 3) \ 3x - 5 = 10 - x,$$

$$3x + x = 10 + 5,$$

$$4x = 15,$$

$$x = 15 : 4,$$

$$x = 3\frac{3}{4}.$$

$$\text{О т в е т. } x = 3\frac{3}{4}.$$

Желательно на первом же уроке разобрать решение задачи 2 текста учебника и выполнить упражнение 90. При таком изучении параграфа следующий урок можно начать с самостоятельного решения по вариантам уравнений из упражнения 89. Далее рассматривается решение уравнений с дробными коэффициентами. При этом до начала разбора решения задачи 3 текста параграфа можно выполнить следующие задания:

1. (Устно.) Найти наименьшее общее кратное чисел:
1) 3 и 8; 2) 4 и 8; 3) 6 и 8; 4) 6 и 3;
5) 6, 8 и 9.

2. Вычислить:

1) $\frac{2}{3} + \frac{1}{8}$; 2) $\frac{3}{4} - \frac{5}{8}$; 3) $\frac{1}{6} - \frac{3}{8} + \frac{2}{9}$.

После рассмотрения задачи 3 выполняются упражнения 91 и 93.

При решении уравнений желательно требовать от учащихся аргументации выполняемых действий.

При выполнении упражнения 91 (1, 2) следует обратить внимание учащихся на возможность решения этих уравнений с использованием основного свойства пропорции.

В заключительной части изучения материала параграфа рассматриваются задачи 4 и 5, ещё раз (после знакомства с различными уравнениями в § 6) демонстрируются примеры уравнений, не имеющих корней и имеющих бесконечно много корней. При выполнении упражнения 95 учащиеся данные уравнения должны будут привести к виду $0 \cdot x = k$, где k — отличное от нуля число. Вывод о том, что в уравнениях упражнения 96 любое значение x является корнем уравнения, учащиеся делают после того, как приведут уравнения либо к виду $0 \cdot x = 0$, либо к равенству двух одинаковых выражений.

Изучение рубрики *Диалог об истории* желательно включить в домашнее задание после второго урока изучения темы. Вопросы и задания к этому диалогу: «От какого арабского слова произошло название раздела математики „Алгебра“?», «В чём состоит суть приёмов аль-джабр и ал-мукабала?», «Какой учёный решал уравнения с помощью этих приёмов?», «Продемонстрируйте на примере суть метода ложного положения, обоснуйте справедливость этого метода».

В ходе изучения этого параграфа следует обратить внимание учащихся на тематику *исследовательских работ* и посоветовать желающим определиться с выбором темы творческой деятельности.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 7, до задачи 3	ВУ; РТ № 1, 3; № 84—88; УВ 1, 2	№ 86 (2; 3), 88 (4)	№ 99 (1—3), 100 (1—3), 123 (1, 2); старинные задачи № 1, 2 (с. 62); диалоги об истории (с. 52)
2	§ 7, задачи 3—5	№ 91—95, 98; РТ № 7—10	№ 89 (1, 3), 93 (3), 94 (1)	№ 99 (4—6), 100 (4—6), 124, 125, 131; обсуждение тем исследований (с. 64); РТ № 17—19; ДМ № 16—17

К концу изучения параграфа все учащиеся должны уметь решать уравнения, предложенные в упражнениях типа **89, 93**, и уметь отвечать на вопросы, сформулированные в устных вопросах и заданиях.

§ Решение задач с помощью уравнений (3/4 ч)

Цели изучения параграфа — обучение школьников поэтапному решению текстовых задач с помощью уравнений; продолжение формирования навыков смыслового чтения, умения создавать и применять модели и схемы для решения учебных и познавательных задач.

Учащиеся 7 класса имеют некоторый опыт решения текстовых задач с помощью уравнений благодаря курсу математики 5—6 классов. Умение решать более сложные уравнения позволяет перейти и к решению более сложных текстовых задач. К таким задачам относятся задачи на процессы (движение, работа, изготовление сплавов и смесей). Именно поэтому задача на движение по течению и против течения реки и разбирается в тексте параграфа.

Впервые учащиеся знакомятся с этапами решения задачи, которые соответствуют практическому применению

математики: построение математической модели (составление уравнения), работа с моделью (решение полученного уравнения). Ответ на вопрос задачи и соотнесение его с условием задачи, с реальными величинами, интерпретация результатов решения в практике (возвращение к тексту задачи) составляют третий этап решения задачи.

Вариант проверки решения задачи путём составления задачи, обратной данной, который предлагается в учебнике, должен показать учащимся, что механическая подстановка в составленное уравнение его корня проверяет только правильность решения уравнения. Учащиеся должны осознать, что если уравнение составлено неверно (т. е. неверно составлена модель задачи), то проверка решения уравнения не поможет установить ошибку в его составлении. Однако не следует требовать обязательного выполнения проверки каждой задачи (учащиеся, испытывающие трудности при изучении математики, могут вообще не делать проверку решения задачи).

Учащиеся должны знать, что начинать решение задачи с помощью уравнения следует с анализа её условия: прежде всего необходимо выяснить, с какими величинами им придётся иметь дело, какие свойства связывают между собой эти величины, затем выявить зависимость между данными величинами, исходя из условия задачи, и выразить её на математическом языке. Такой вывод можно сделать после прочтения первого абзаца после решения задачи параграфа на с. 54. Этот вывод подтверждается в результате краткого анализа условий прикладных задач 4—8, в которых необходимо устанавливать связи между различными величинами в условиях, приближённых к реальным. Анализ условия задачи и взаимосвязей величин приведёт к реализации найденного пути в виде обоснованно составленного уравнения.

Преодолению возможных затруднений в составлении уравнений по условию задачи может способствовать выполнение вводных упражнений (с. 54) и следующих заданий:

1. Записать несколькими верными равенствами каждое из предложений:
1) 15 больше 7 на 8; 2) x больше 5 на 2;
3) 24 больше 6 в 4 раза; 4) x больше 7 в 3 раза;
5) a больше b в n раз.
2. При каком значении x значения выражений $\frac{x}{2}$ и $x - 3$ равны?
3. При каком значении y значение выражения $3 + 5y$ больше значения выражения $4y$ на 1?

Прежде чем начинать решать с помощью уравнений задачи на движение по течению и против течения реки, можно предложить для устного выполнения такие задачи:

1. Рабочая тетрадь № 3.
2. Катер прошёл по озеру 10 км за 0,5 ч. Какова скорость катера?
3. Катер прошёл по озеру x км, двигаясь со скоростью 15 км/ч. За какое время катер прошёл x км?
4. Катер двигался по течению реки со скоростью 20 км/ч. Скорость течения 2 км/ч. С какой скоростью двигался бы этот катер по озеру?
5. Катер двигался по озеру со скоростью 18 км/ч. С какой скоростью двигался бы он против течения реки, скорость которой 3 км/ч?

Решение задач на работу может предварять, например, следующее упражнение:

Один автомат может изготовить a деталей за 3 ч, другой может выполнить эту же работу за 4 ч. Найти:

- а) производительность первого автомата;
- б) производительность второго автомата;
- в) производительность совместной работы двух автоматов.

Для того чтобы у учащихся была большая практика в проведении анализа условия задачи и соответственно составлении уравнений (что наиболее важно на данном этапе обучения), можно некоторые текстовые задачи не решать в классе полностью, а доводить решение лишь до составления уравнения. Образцом оформления решения задачи может служить решение, приведённое в тексте параграфа. Можно записывать решение и короче.

Анализ текстов задач 101—103 можно делать, используя схематическую запись условия, известную учащимся из курса математики 5—6 классов.

Экономит время на уроке и оформление решения задачи с помощью таблицы. Причём такое оформление многим учащимся облегчает решение, так как наглядно показывает связи между величинами в разных задачах ситуациях и помогает анализировать условие задачи. Приведём пример табличной записи условия задачи, который поможет наглядно установить связи между величинами.

106. 1)

	Объём работы (м ³)	Произво- дительность труда (м ³ /дн.)	Время вы- полнения работы (дн.)
Планировали (норма)	$(x - 16) \cdot 6$	$x - 16$	6
Выполнили (с перевы- полнением нормы)	$4x$	x	4

Так как недельную норму работы $(x - 16) \cdot 6$ бригада выполнила за 4 дня, то можно составить уравнение $(x - 16) \cdot 6 = 4x$.

Решение уравнения:

$$6x - 96 = 4x,$$

$$6x - 4x = 96,$$

$$2x = 96,$$

$$x = 48.$$

О т в е т. 48 м³.

110. 1)

	Расстояние (км)	Скорость (км/ч)	Время (ч)
Движение против течения	$4,5(x - 3)$	$x - 3$	4,5
Движение по течению	$2,1(x + 3)$	$x + 3$	2,1

Так как по условию задачи лодка прошла всего 52,2 км, можно составить уравнение $4,5(x - 3) + 2,1(x + 3) = 52,2$.

Решение уравнения:

$$4,5x - 13,5 + 2,1x + 6,3 = 52,2,$$

$$6,6x = 59,4,$$

$$x = 9.$$

О т в е т. 9 км/ч.

На уроках изучения материала параграфа и в качестве повторения в дальнейшем полезно использовать материал к § 8 из рабочей тетради.

Изучение рубрики *Диалог об истории* желательно включить в домашнюю работу после второго урока. На третьем уроке при наличии времени можно решить задачу, расположенную в конце диалога, предложить учащимся самостоятельно прочитать рубрику *Это интересно* и на досуге решить данные в ней числовые ребусы.

Распределение учебного материала по урокам:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	Повторение материала 5—6 классов	ВУ 4, 5; РТ № 3; № 102, 103, 104 — только анализ условия и составление уравнения	№ 101	№ 113; ПЗ № 4—8; № 128, 129

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
2	§ 8	ВУ 1—3; № 110 (1), 111, 105	№ 110 (2) — составить уравнение к задаче	№ 114, 132, 840; РТ № 18, 19; диалог об истории (с. 58)
3	§ 8	№ 106 — только анализ условий и составление уравнений к № 107, 109	№ 108 (1) — только самостоятельно составить уравнение; тест 2	№ 115; ДМ № 17; ПЗ № 9, 10; № 843; задача к диалогу об истории (с. 58); это интересно (с. 61)

К концу изучения параграфа все учащиеся должны знать этапы решения задачи, уметь решать задачи типа **102, 108** и отвечать на устные вопросы (с. 54).

Решение упражнений

840. Пусть длина поезда x м. Расстояние, которое поезд проезжает за 20 с, составляет $(x + 100)$ м, следовательно, его скорость равна $\frac{x + 100}{20}$ м/с. Расстояние, которое поезд проезжает за 60 с, составляет $(x + 900)$ м, следовательно, его скорость равна $\frac{x + 900}{60}$ м/с. Значит, $\frac{x + 100}{20} = \frac{x + 900}{60}$, $2x = 600$, $x = 300$. Скорость поезда равна $\frac{300 + 100}{20} = 20$ м/с.

О т в е т. 300 м, 20 м/с.

843. Решение задачи оформим с помощью таблицы:

	Расстояние (м)	Скорость (м/с)	Время (с)
Движение лодки	s	x	$\frac{s}{x}$
Движение пловца по течению	$\left(\frac{s}{x} - t\right)(v + x)$	$v + x$	$\frac{s}{x} - t$
Движение пловца против течения	$t(v - x)$	$v - x$	t

Так как по течению реки пловцу пришлось проплыть расстояние, которое он плыл против течения, и расстояние, которое проплыла лодка после их первой встречи, то можно составить уравнение

$$s + t(v - x) = \left(\frac{s}{x} - t \right) (v + x).$$

Решение уравнения:

$$s + tv - tx = \frac{sv}{x} + s - tv - tx,$$

$$2tv = \frac{sv}{x},$$

$$x = \frac{s}{2t}.$$

О т в е т. $\frac{s}{2t}$ м/с.

Урок обобщения знаний и представления исследовательских работ (1/1 ч)

Рекомендуется этот урок провести по той же схеме, что и урок обобщения знаний по главе I учебника.

Контрольная работа № 2

1. Какое из чисел -12 ; 0 ; 5 [-4 ; 0 ; 14] является корнем уравнения $3x - 2 = 2(x + 1) - 4$? [$4x + 5 = 6 + 5(x - 3)$?]

2. Решить уравнение

$$5x + 8 + 2(6 - x) = 1 - 3(2x - 3).$$

$$[4x + 6 - 3(x + 1) = 5 - 2(x - 3).]$$

3. Утроенная сумма двух последовательных натуральных чисел равна 27 . Найти эти числа.

[Удвоенная сумма трёх последовательных натуральных чисел равна 18 . Найти эти числа.]

4. При каком значении x значение выражения $\frac{x+1}{2}$ на 3 больше значения выражения $\frac{x-1}{3}$?

[При каком значении x значение выражения $\frac{x-3}{2}$ на 3 меньше значения выражения $\frac{x+5}{6}$?]

5. При каком значении a уравнение $ax - 1 = 2x$:

а) не имеет корней; б) имеет один корень?

[При каком значении a уравнение $ax + 3 = x + 3$:

а) имеет бесконечно много корней; б) имеет один корень?]



Одночлены и многочлены (17 ч / 23 ч)

С этой главы начинается систематическое изучение алгебраических преобразований на примерах действий со степенями, одночленами и многочленами, которое будет продолжено в курсе алгебры и в дальнейшем. Фактически при выполнении некоторого действия над двумя алгебраическими выражениями данные выражения соединяются знаком этого действия, а полученное выражение преобразовывается в более простое. Например, складывая $2a^2b$ с двучленом $3b - a^2b$, записываем $2a^2b + (3b - a^2b)$, а далее преобразуем это выражение, раскрывая скобки и приводя подобные члены:

$$2a^2b + (3b - a^2b) = 2a^2b + 3b - a^2b = a^2b + 3b.$$

При изучении главы III учащиеся пополняют свои знания о степени с натуральным показателем, знакомятся с новыми видами алгебраических выражений — одночленом и многочленом, а также с их преобразованиями к простейшему (стандартному) виду. Действия и алгебраические преобразования над одночленами и многочленами выполняются с использованием известных свойств арифметических действий над числами. Например, при умножении многочлена на одночлен применяется distributive свойство умножения с последующими преобразованиями.

В результате сложения, вычитания и умножения двух многочленов всегда получается многочлен, а при делении многочлен получается не всегда. На данном этапе обучения рассматривается только деление многочленов на одночлены нацело, т. е. когда в результате деления также получается многочлен.

Предметными целями изучения главы III являются:

- введение фундаментальных понятий алгебры: степень с натуральным показателем, одночлен и многочлен, стандартный вид одночлена и многочлена;
- овладение приёмами выполнения преобразований одночленов и многочленов;
- формирование представлений о математике как о части общечеловеческой культуры;
- закрепление вычислительных навыков и рациональных приёмов вычисления; выявление закономерностей в по-

ведении последних цифр степеней различных натуральных чисел;

- развитие умения работать с учебным математическим текстом;
- формирование умения проводить классификации.

К метапредметным целям изучения главы III следует отнести:

- развитие мотивов и интересов познавательной деятельности учащихся;
- формирование умений планировать пути достижения результата, выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;
- формирование умения применять и преобразовывать символы и знаки;
- формирование навыков контроля и оценки своей деятельности, коррекции действий.

Личностные цели, выдвигаемые при изучении главы:

- формирование ответственного отношения к учению, способности к саморазвитию;
- формирование уважительного отношения к мнению и мировоззрению другого человека, готовности вести диалог и достигать в нём взаимопонимания;
- развитие коммуникативной компетенции в учебно-исследовательской и творческой деятельности.

В результате изучения главы III все учащиеся должны усвоить свойства степени с натуральным показателем, уметь применять их в действиях над одночленами и многочленами; уметь приводить одночлены и многочлены к стандартному виду, выполнять над ними действия и соответствующие преобразования; уметь решать задачи уровня 301—304 и из рубрики *Проверь себя!* (I уровень); отвечать на устные вопросы, сформулированные после каждого параграфа этой главы.

§ Степень с натуральным показателем (2/2 ч)

Цели изучения параграфа — знакомство учащихся с определением степени с натуральным показателем и обучение вычислению степени числа, а также записи числа, большего 10, в стандартном виде; формирование

умений обобщать на основе индуктивных рассуждений, формулировать определения понятий, самостоятельно развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности.

Изучение материала параграфа полезно начать с ознакомления учащихся с введением к главе. Предложить учащимся ответить на вопрос: «Сведения из какого абзаца введения показали наиболее интересными и вызвали желание узнать о прочитанном больше?»

Понятия квадрата и куба числа уже знакомы учащимся. Поэтому с помощью первого абзаца параграфа, рисунка 1, вводных упражнений к параграфу и упражнений **133, 134** учащиеся повторяют нахождение второй и третьей степеней числа, подчёркивая при этом, что, например, 5^2 — это произведение двух одинаковых множителей, каждый из которых равен 5, т. е. $5^2 = \underbrace{5 \cdot 5}_{2 \text{ раза}}$; 5^3 — это про-

изведение трёх одинаковых множителей, каждый из которых равен 5, т. е. $5^3 = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5}_{3 \text{ раза}}$.

Определение степени числа a с натуральным показателем n должно быть хорошо усвоено учащимися, так как на его основе вырабатывается алгоритм вычисления степени.

Для лучшего запоминания определения степени с показателем n , большим 1 и равным 1, а также названий компонент степени полезно, чтобы на всё время изучения главы перед глазами учащихся был следующий наглядный материал:

Степень с натуральным показателем	
<p>Определения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}}$ $a^1 = a$. $0^n = 0$. 	<p>Обозначения:</p> 

При выполнении на первом уроке упражнений **135—140** необходимо требовать от учащихся грамотного прочтения выражений вида a^n при конкретных значениях a и n .

Дополнительно можно предложить упростить записи следующих выражений:

- 1) $yaccуayуa$;
- 2) $7x(-y)7(-y)x(-y) - x7(-y)7(-y)x$.

Возможное оформление упрощения первого выражения:

$$aaccsuuuu = aaassuuuu = a^3c^2u^4.$$

При рассмотрении примеров на вычисление значения степени (можно воспользоваться примерами учебника на с. 67) следует помочь учащимся понять, как найти знак степени при возведении в степень отрицательных чисел. В учебнике не даётся общее правило возведения отрицательного числа в степень с чётным и нечётным показателями, а рассматриваются конкретные примеры таких действий с опорой на правило умножения рациональных чисел. В дальнейшем, вычисляя натуральную степень любого отрицательного числа, ученик должен привыкнуть в первую очередь определять знак получаемого значения степени (произведения), как это делалось и при умножении рациональных чисел.

Особое внимание следует обратить на упражнение 143, тщательный разбор в классе всех заданий которого поможет избежать распространённых ошибок учащихся, считающих, что $(-a)^2 = -a^2$. При выполнении упражнений 145 и 146 подчёркивается приоритет действий третьей ступени при нахождении значений числовых выражений.

Возможная запись решения:

$$\begin{array}{l} \text{143. 4) } -\left(2\frac{1}{4}\right)^2 = -\left(2\frac{1}{4}\right) \cdot \left(2\frac{1}{4}\right) = -\frac{9}{4} \cdot \frac{9}{4} = -\frac{81}{16} = -5\frac{1}{16}. \\ \text{145. 2) } -5 \cdot (-2)^3 = -5 \cdot (-8) = 40. \end{array}$$

Необходимо обратить особое внимание учащихся на то, что при возведении в степень нуля или единицы получается само это число.

В конце параграфа рассматриваются примеры практического использования степени с натуральным показателем для записи: 1) натуральных чисел в виде разрядных слагаемых; 2) больших чисел с помощью степени числа 10. Здесь происходит знакомство с понятием стандартного вида числа, формирование же навыка записи любого числа в стандартном виде произойдёт в 8 классе при изучении приближённых вычислений. Поэтому упражнения 155—157 выполняются при наличии времени. Учащимся, которых заинтересовал этот материал, можно предложить самостоятельно поискать в книгах и в Интернете примеры больших чисел, записанных в стандартном виде.

Возможная запись решения:

$$\text{150. 1) } 249 = 249,0 = 249,0 : 100 \cdot 100 = 2,49 \cdot 10^2.$$

В сильном классе отдельные упражнения, в частности упражнения **153, 154, 158**, могут быть выполнены устно. Сильным учащимся, которым будет предложено упражнение **159**, рекомендуется до его выполнения прочитать рубрику *Разговор о важном*.

На последнем уроке при изучении параграфа можно провести проверочную работу следующего содержания:

1. Вычислить:

1) 6^2 ; 2) $(-2)^5$; 3) $\left(1\frac{1}{2}\right)^2$; 4) $-\left(\frac{1}{2}\right)^4$;

5) $(-2)^4$; 6) $(-3)^3 \cdot (-2)^2 + (0,2)^2$.

[1) 8^2 ; 2) $(-3)^4$; 3) $-\left(\frac{1}{6}\right)^2$; 4) $\left(1\frac{1}{3}\right)^2$;

5) $(-4)^3$; 6) $(0,3)^2 + (-3)^2 \cdot (-2)^3$.]

2. Упростить выражение:

1) $y \cdot y \cdot y \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$; 2) $(3a) \cdot (3a) + n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot m$;

3) $(a - b)(a - b)(a - b)$.

[1) $13 \cdot 13 \cdot 13 \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c$;

2) $x \cdot x \cdot x + (2y) \cdot (2y) \cdot (2y) \cdot z$;

3) $(m + n)(m + n)(m + n)(m + n)$.]

3. Записать частное квадратов чисел x и y .

[Записать произведение кубов чисел a и b .]

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	Введение к главе, § 9 до записи чисел в виде суммы разрядных слагаемых	ВУ; № 133—145, 151, 152; РТ № 4—6	№ 137 (1, 3), 139 (1), 144 (1)	№ 154, 158; РТ № 13
2	§ 9	№ 146, 153, 147, 148, 150, 151; РТ № 10	Самостоятельная работа из текста пособия	№ 155—157, 159, 816, 817; ПЗ № 2; разговор о важном (с. 71)

К концу изучения параграфа все учащиеся должны уметь выполнять упражнения типа **137, 143, 145** и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

149. 1) $2 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^2 + 6 = 20\,306$;

20 306 на 3 не делится, так как $2 + 3 + 6$ не делится на 3;

20 306 не делится на 5, так как последняя цифра числа не 0 и не 5.

159. 3) Последняя цифра степени 21^4 — единица, степени 34^4 — шесть, степени 46^4 — шесть; последняя цифра суммы $21^4 + 34^4 + 46^4$, как суммы $1 + 6 + 6$, т. е. 3.

§ 10 Свойства степени с натуральным показателем (2/3 ч)

Цели изучения параграфа — формирование начальных умений в применении свойств степени с натуральным показателем для преобразований числовых и алгебраических выражений, а также для упрощения вычислений; обучение обобщениям, логическим рассуждениям и доказательству утверждений, нахождению аналогий; формирование умения оценивать собственные возможности решения учебной задачи.

Подготовить учащихся к изучению новой темы можно с помощью задания вводного упражнения 3 — оно позволяет сформулировать проблему поиска путей решения подобных уравнений.

При изучении материала параграфа учащиеся впервые в явном виде встречаются на уроках алгебры с теоремами и их доказательствами. Учитывая уровень подготовленности класса, учитель может либо продемонстрировать справедливость свойств на конкретных примерах (в соответствии с левыми столбцами текста учебника), либо доказать их справедливость в общем виде (по правым столбцам). Целесообразно рекомендовать школьникам выбрать: изучать доказательства свойств по учебнику или попробовать провести доказательства самостоятельно. Воспроизведение доказательств свойств в дальнейшем требовать от всех учащихся не рекомендуется. Главное — научить школьников применять свойства степени для успешного выполнения на следующих уроках действий с одночленами.

В работе со слабоуспевающими учащимися (при желании — и с другими учащимися) на первых этапах обучения применению свойств степени полезными могут быть письменные работы по образцу. Их можно организовать, например, используя задания № 4, 6, 10, 13—16 из рабочей тетради или с помощью карточек следующего содержания:

Карточка I

Свойство 1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

1. Записать произведение в виде степени.

Образец:

1) $7^4 \cdot 7^8 = 7^{4+8} = 7^{12}$;

2) $a^3 \cdot a = a^{3+1} = a^4$.

Задания:

1) $3^4 \cdot 3^9 =$ _____

$\left(\frac{1}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^5 =$ _____

$(-2)^{12} \cdot (-2)^{19} =$ _____

2) $b^4 \cdot b^3 =$ _____

$c \cdot c^5 =$ _____

2. Записать выражение в виде степени с основанием 2.

Образец:

1) $2^4 \cdot 2^5 \cdot 2 = 2^{4+5+1} = 2^{10}$;

2) $16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$.

Задания:

1) $2^3 \cdot 2 \cdot 2^8 =$ _____

2) $8 =$ _____

Карточка II

Свойство 2. $a^m : a^n = a^{m-n}$, $m > n$, $a \neq 0$.

1. Записать частное в виде степени.

Образец:

1) $6^9 : 6^2 = 6^{9-2} = 6^7$;

2) $m^5 : m^4 = m^{5-4} = m^1 = m$.

Задания:

1) $15^{20} : 15^3 =$ _____

$(0,34)^8 : (0,34)^7 =$ _____

$(-8)^{12} : (-8) =$ _____

2) $x^{13} : x^4 =$ _____

$a^7 : a =$ _____

2. Записать частное в виде степени с основанием 3.

Образец:

1) $3^{11} : 9 = 3^{11} : 3^2 = 3^{11-2} = 3^9$;

2) $81 : 3 = 27 = 3^3$.

Задания:

1) $3^{10} : 27 =$ _____

2) $27 : 3 =$ _____

При изучении материала параграфа и далее при изучении всей главы полезно иметь в кабинете наглядный материал с символическими записями всех пяти свойств степени (за основу может быть взят рисунок на с. 76). Полезно также на уроках по изучению этой главы иметь в классе таблицы квадратов и кубов натуральных чисел от 1 до 10, а также таблицу степеней чисел 2 и 3.

На втором уроке можно провести проверочную самостоятельную работу на 10 мин. Её содержание может быть выбрано из упражнений к параграфу, из дидактических материалов, рабочей тетради или состоять из следующих заданий:

1. Представить выражение в виде степени:

- 1) $\left(\frac{1}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^7$; 2) $(a^3)^4 \cdot a^4$; 3) $n^{22} : n$;
 4) $36c^2$; 5) $10^3 : 3^3$; 6) $\frac{x^3}{8}$.
 1) $(0,3)^3 \cdot (0,3)^{10}$; 2) $(b^3)^3 \cdot b^5$; 3) $x^{15} : x$;
 4) $25a^2$; 5) $8^9 : 5^9$; 6) $\frac{16}{n^4}$.

2. Найти значение выражения $\frac{b^7 \cdot b}{(b^2)^3}$ при $b = -7$; $b = 1\frac{1}{4}$.
 $\left[\frac{(a^3)^4}{a^5 \cdot a^4} \text{ при } a = 1\frac{1}{2}; a = -4. \right]$

3*. № 200 (1). [№ 200 (3).]

В домашнюю работу после первого урока рекомендуется включить изучение *Диалога об истории*. Вопросы и задания к этому диалогу могут быть следующими: «Как появились термины *квадрат* и *куб числа*?», «В работах каких древних учёных можно увидеть понимание основных свойств степени?», «Перескажите легенду об изобретателе шахмат», «Перечислите свойства степени, которые использовались при оценке количества зёрен», «Найдите примерное число кубических метров, в которые уместятся все зёрна, обещанные Сете царём Шерамом».

Распределение учебного материала:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 10, свойства 1—3	ВУ; № 160—176, 177 (1, 2)	№ 170 (2, 3), 172 (1, 2)	№ 195—198; РТ № 22; ДМ № 25; ПЗ № 3, 4; диалог об истории (с. 80)
2	§ 10, свойства 4, 5	№ 177 (3, 4), 178—181, 184, 185, 190—194	Самостоятельная работа из текста пособия	№ 200, 201, 205, 206; РТ № 24; ДМ № 26; беседа по диалогу об истории (с. 80)

В результате изучения параграфа все учащиеся должны уметь применять свойства степени с натуральным показателем при выполнении упражнений типа **161, 163, 168, 173, 180, 185, 190** и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

$$198. 3) 3^{n+3} : 3^{n+1} = 3^{n+3-(n+1)} = 3^{n+3-n-1} = 3^2.$$

$$199. 1) 3^n = 9, \text{ или } 3^n = 3^2. \text{ Равенство верно при } n = 2.$$

$$3) (2^2)^n = 16, \text{ или } 2^{2n} = 2^4. \text{ Равенство верно при } 2n = 4, \text{ т. е. при } n = 2.$$

$$200. 1)$$

I способ.

$$\frac{6^{12} \cdot 4^{12}}{3^{12} \cdot 8^{12}} = \frac{(6 \cdot 4)^{12}}{(3 \cdot 8)^{12}} = \frac{24^{12}}{24^{12}} = 1.$$

II способ.

$$\frac{6^{12} \cdot 4^{12}}{3^{12} \cdot 8^{12}} = \frac{(2 \cdot 3)^{12} \cdot (2^2)^{12}}{3^{12} \cdot (2^3)^{12}} = \frac{2^{12} \cdot \cancel{3^{12}} \cdot 2^{24}}{\cancel{3^{12}} \cdot 2^{36}} = \frac{2^{12+24}}{2^{36}} = 1;$$

$$3) \frac{15^4}{3^4 \cdot 5^2 \cdot 25} = \frac{15^4}{3^4 \cdot 5^2 \cdot 5^2} = \frac{15^4}{3^4 \cdot 5^4} = \frac{15^4}{(3 \cdot 5)^4} = \frac{15^4}{15^4} = 1.$$

$$201. 1)$$

$$\left(\frac{35}{48}\right)^3 \cdot \left(\frac{6}{7}\right)^3 \cdot \left(1\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{(5 \cdot 7)^3}{(6 \cdot 8)^3} \cdot \frac{6^3}{7^3} \cdot \frac{8^2}{5^2} = \frac{5^3 \cdot \cancel{7^3} \cdot \cancel{6^3} \cdot 8^2}{\cancel{6^3} \cdot 8^3 \cdot \cancel{7^3} \cdot 5^2} = \frac{5^2 \cdot 8^2 \cdot 5}{8^2 \cdot 5^2 \cdot 8} = \frac{5}{8},$$

$$\text{или так: } \frac{5^3 \cdot 8^2}{8^3 \cdot 5^2} = \frac{5^{3-2}}{8^{3-2}} = \frac{5}{8};$$

$$3) \left(\frac{5^3}{6^2}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^7 = \frac{(5^3)^4}{((2 \cdot 3)^2)^4} \cdot \frac{2^5}{5^5} \cdot \frac{3^7}{5^7} = \frac{5^{12}}{(2 \cdot 3)^8} \cdot \frac{2^5}{5^5} \cdot \frac{3^7}{5^7} =$$

$$= \frac{5^{12} \cdot 2^5 \cdot 3^7}{2^8 \cdot 3^8 \cdot 5^5 \cdot 5^7} = \frac{2^5 \cdot 3^7 \cdot \cancel{5^{12}}}{2^8 \cdot 3^8 \cdot \cancel{5^{12}}} = \frac{1}{2^3 \cdot 3} = \frac{1}{8 \cdot 3} = \frac{1}{24}.$$

$$202. 1) x^2 = 0,25, \quad x^6 = (x^2)^3 = (0,25)^3 = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64};$$

$$2) x^3 = 0,008, \quad x^6 = (x^3)^2 = (0,008)^2 = 0,000064.$$

$$203. 1) \frac{2 \cdot 10^{30}}{6 \cdot 10^{24}} = \frac{1}{3} \cdot 10^{30-24} = \frac{1}{3} \cdot 10^6 \approx 333\,333.$$

О т в е т. Примерно в 333 333 раза.

2) Скорость света приблизительно равна 300 000 км/с.

$$(8,3 \cdot 10^{13}) \text{ км} : (3 \cdot 10^5) \text{ км/с} \approx 2,8 \cdot 10^8 \text{ с} = \frac{2,8 \cdot 10^8}{3600} \text{ ч} \approx \\ \approx 8 \cdot 10^4 \text{ ч}, \frac{8 \cdot 10^4}{24 \cdot 365} \text{ лет} \approx 9 \text{ лет.}$$

205. 1) $54^4 = (3^3 \cdot 2)^4 = 3^{12} \cdot 2^4$, $21^{12} = (3 \cdot 7)^{12} = 3^{12} \cdot 7^{12}$. Так как $2^4 < 7^{12}$, то $54^4 < 21^{12}$;

3) $100^{20} = (10^2)^{20} = 10^{40}$, $9000^{10} < 10\,000^{10} = (10^4)^{10} = 10^{40}$, поэтому $100^{20} > 9000^{10}$.

$$\text{206. 1)} \frac{2 \cdot 5^{22} - 2 \cdot 5^{21}}{25^{10}} = \frac{5^{21}(2 \cdot 5 - 2)}{(5^2)^{10}} = \frac{5^{21} \cdot 8}{5^{20}} = (5^{21-20}) \cdot 8 = 40;$$

$$\text{3)} \frac{(4 \cdot 3^{22} + 7 \cdot 3^{21}) \cdot 57}{(19 \cdot 27^4)^2} = \frac{3^{21}(4 \cdot 3 + 7) \cdot 19 \cdot 3}{19^2 \cdot ((3^3)^4)^2} = \frac{3^{22} \cdot 19^2}{19^2 \cdot 3^{24}} = \frac{1}{9}.$$



Одночлен.

Стандартный вид одночлена (1/1 ч)

Цели изучения параграфа — введение понятия одночлена и обучение приведению одночлена к стандартному виду; обучение рационализации преобразований и вычислений.

Объяснение нового материала можно провести в соответствии с его изложением в учебнике. После рассмотрения примеров одночленов, приведённых в учебнике или предложенных учителем, стоит самих учащихся попросить записать несколько примеров одночленов. Выполнить упражнение **207** (или РТ № 1), отмечая, что в каждом случае полученное выражение — одночлен.

До рассмотрения задачи на с. 83 стоит предложить учащимся объяснить, почему, например, выражения

$$12^2, a^4, 5, x, \frac{2}{3} \text{ и т. п.}$$

считаются одночленами. Затем можно выполнить (устно) упражнение **208**, а далее перейти к рассмотрению самой задачи, которая мотивирует удобство введения особой формы записи одночлена — в стандартном виде и способствует формированию умения поиска эффективных путей решения задач.

После введения понятия одночлена стандартного вида можно на уроке предложить учащимся прочитать рубри-

ку *Разговор о важном* (с. 85). В домашнюю работу можно включить задание на поиск происхождения, например, термина «степень».

Вместе с этой задачей можно рассмотреть нахождение числового значения выражения

$$125a \cdot 7b \cdot 8a \text{ при } a=0,1 \text{ и } b=\frac{4}{35}.$$

После этого вместе с учащимися формулируется алгоритм записи любого одночлена в стандартном виде (в учебнике он выделен на с. 83).

При выполнении упражнений **210** и **211** желательно просить учащихся называть коэффициенты одночленов после того, как они будут записаны в стандартном виде.

В классе и дома выполняются упражнения **207—212**. Самостоятельно можно предложить учащимся выполнить № 10 из рабочей тетради (по вариантам), записать в стандартном виде одночлены:

$$1) x^3(0,75)y\left(1\frac{1}{3}\right)yx^5; \quad 2) a^5(0,8)b^3(1,25)a^2b.$$

Дополнительно можно выполнить упражнение **315**.

В результате изучения параграфа все учащиеся должны: уметь отвечать на устные вопросы и выявлять одночлены, записанные в стандартном виде; определять коэффициент одночлена; уметь выполнять упражнения типа **209**, **210** (7), **211** (1).

§ 12 Умножение одночленов (2/2 ч)

Цели изучения параграфа — знакомство учащихся с умножением одночленов; формирование умения переноса известных знаний в новую ситуацию; обучение рационализации действий.

Задача, рассмотренная в тексте параграфа, убеждает учащихся в практической значимости вводимого действия. Полезно при выполнении вводных упражнений и первых же упражнений по теме повторить с учащимися переместительный и сочетательный законы умножения, на основании которых находится произведение одночленов. Выполняя задание 2 из вводных упражнений, полезно учащимся предложить выделить в заданных одночленах по два-три одночлена-множителя, что позволит провести аналогию между алгоритмом умножения одночленов и алгоритмом приведения одночлена к стандартно-

му виду. При этом выполняются упражнения **213—215, 299, 222, 223**.

После рассмотрения того факта, что возведение одночлена в степень есть умножение одинаковых одночленов и что в результате получается снова одночлен, выполняют упражнения **216—220, 224, 225, дополнительно 226**.

В конце рассмотрения материала параграфа можно провести проверочную самостоятельную работу.

1. № 221 (1). [№ 221 (2).]

2. № 220 (4). [№ 220 (3).]

В домашнюю работу на одном из уроков можно включить рассмотрение рубрики *Диалог об истории*, сопроводив его вопросами: «Когда была изобретена бумага?», «На чём писали люди до изобретения бумаги?», «Труды каких учёных хранились в Александрийской библиотеке?», «Узнайте, какие самые древние книги по математике хранятся в российских библиотеках».

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 12 до возведения одночлена в степень	ВУ; № 213—215, 222, 299; РТ № 4, 5	№ 214 (1), 215 (1), 222 (1)	№ 223
2	§ 12	РТ № 2, 3; № 216—220, 224, 225, 298	№ 221 (1, 2), 220 (3, 4)	№ 226, 309; диалог об истории (с. 89)

В результате изучения параграфа все учащиеся должны отвечать на устные вопросы (с. 87), выполнять умножение одночленов и возведение одночленов в степень при выполнении упражнений типа **213, 216**.

§ 13 Многочлены (1/1 ч)

Цели изучения параграфа — введение понятия многочлена как алгебраической суммы одночленов; формирование умения правильно оценивать выполнение учебной задачи.

В начале урока желательно повторить понятия и действия, перечисленные в рубрике *Нужно вспомнить*. Это можно сделать в ходе устной работы:

1. Вводное упражнение 2.
2. Назвать слагаемые алгебраической суммы:
 - 1) $-5 + 3a - x^2$; 2) $2mn - k^3$.
3. Вычислить:

- 1) $2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$; 2) $-0,1 \cdot (-30)$;

- 3) $-1\frac{1}{3} \cdot (-6)$; 4) $(-4)^2$; 5) -4^2 ;

- 6) -2^3 ; 7) $(-2)^3$.

4. Вводные упражнения 1, 3.

Изучение материала можно провести в соответствии с текстом параграфа. С понятиями двучлена и трёхчлена учащиеся могут познакомиться самостоятельно по учебнику (с. 90), после чего следует предложить школьникам записать в тетрадах свои примеры двучленов и трёхчленов. Необходимо подчеркнуть тот факт, что одночлен — это частный случай многочлена.

При наличии времени учитель может провести небольшую самостоятельную работу с проверкой в классе (предложив, например, поменяться тетрадами соседей по парте и проверить выполнение заданий друг у друга):

1. Записать в стандартном виде одночлен:

- 1) $-mn(-5)m^2n^3p$; 2) $3m^2n\left(-\frac{1}{3}\right)m$.

- 1) $-2a^3b \cdot \frac{1}{4}ab$; 2) $-cd^3(-7)c^3d^4n$.

2. Возвести одночлен $-3m^2n [-2a^3b]$ в третью степень.
3. Составить из одночленов $3x^2$; $-0,5x$; $-9 [-0,25y^2; 2y; -5]$ многочлен и найти его числовое значение при $x = -4$ [$y = -4$].

В качестве дополнительных заданий предложить выполнить № 5, 6 из рабочей тетради и № 6, 7 из дидактических материалов.

Диалог об истории может быть изучен как на уроке (при наличии времени), так и дома или на занятиях кружка. Желательно, чтобы учащиеся могли ответить на следующие вопросы по содержанию этого диалога: «Как называется ветвь алгебры, связанная с изучением многочленов?», «Какое отношение имеют многочлены к решению уравнений?», «Привести пример использования знаний о многочленах для решения практических задач». (Для ответов на вопросы учащиеся могут использовать примеры из раздела *Практические и прикладные задачи*, с. 115—116.)

Распределение учебного материала:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 13	ВУ; № 227—232	Самостоятельная работа из текста пособия; УВ; РТ № 5, 6	№ 223, 234; старинные задачи № 316, 312, 317; ДМ № 6, 7; диалог об истории (с. 92)

Все учащиеся должны уметь выполнять упражнения типа **230** и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

312. Пусть на третьей остановке вышло x человек, тогда $n - 2m + x = k$, откуда $x = k - n + 2m$.

§ 14 Приведение подобных членов (1/2 ч)

Цели изучения параграфа — знакомство с одним из важнейших алгебраических преобразований — приведением подобных членов многочлена; формирование умений применять знаки и символы, модели и схемы для решения учебных задач.

Понятие подобных слагаемых (как слагаемых, имеющих одинаковую буквенную часть) знакомо учащимся из курса математики 6 класса. Элементарные упрощения алгебраических выражений учащиеся уже выполняли при изучении глав I и II. Поэтому для успешного рассмотрения материала параграфа желательно повторить рациональные приёмы арифметических вычислений, распределительный закон умножения относительно сложения и вычитания, понятия и действия, перечисленные в рубрике *Нужно вспомнить*. С этой целью в начале урока можно провести с классом устную работу следующего содержания:

1. Вычислить:

- 1) $5 + 3 - 101 - 8$; 2) $-1,7 + 5,2 + 0,7$;
 3) $6\frac{7}{8} - 12\frac{1}{2} + 3\frac{1}{8}$; 4) $2,5 \cdot (-3) \cdot (-4)$;
 5) $0,39 \cdot 0,97 + 0,39 \cdot 0,03$; 6) $14 \cdot \frac{2}{13} - \frac{2}{13}$.

2. Привести подобные слагаемые:

- 1) $5a + 8b - 5a + 3b$; 2) $4a - 7b - 10a + 8b$;
 3) $-14 + 2x - 12 - 5x$.

3. Вводные упражнения 1—4.

4. Решить уравнение $2x + 1 = x - 3$.

Изучение основного материала параграфа можно проводить по схеме, предложенной в учебнике:

- 1) рассматривается прикладная задача, мотивирующая удобство приведения подобных слагаемых многочлена, когда необходимо вычислять его числовое значение; вводится понятие подобных одночленов (подобных членов);
- 2) рассматриваются примеры упрощения многочленов;
- 3) формулируется алгоритм приведения многочлена к стандартному виду;
- 4) обсуждаются ответы на устные вопросы и задания к параграфу;
- 5) выполняются упражнения к параграфу.

Дополнительно можно рассмотреть задачу 11 из ДМ, § 14. При этом полезно показать, что если, например, трёхзначное число имеет a сотен, b десятков и c единиц, то его можно записать в виде \overline{abc} (т. е. $\overline{abc} = 100a + 10b + c$, где a , b и c — однозначные числа).

При работе со слабоуспевающими учащимися следует обратить внимание на тот факт, что при приведении подобных членов буквенные множители остаются неизменёнными (степени буквенных множителей не меняются).

Подробную запись упрощения многочлена следует использовать лишь при выполнении первых упражнений. Для учащихся, которые допускают ошибки в приведении подобных членов, подробная запись должна быть обязательной до тех пор, пока преобразования не будут выполняться безошибочно. Для некоторых учащихся уже при выполнении, например, упражнения 239 (1):

$$\begin{aligned} & \underline{2a^2b} - \underline{8b^2} + \underline{5a^2b} + 5c^2 - \underline{3b^2} + 4c^2 = \\ & = (2 + 5)a^2b + (-8 - 3)b^2 + (5 + 4)c^2 = 7a^2b - 11b^2 + 9c^2 \end{aligned}$$

первый этап преобразований может быть опущен.

Особое внимание стоит обратить на приведение подобных членов с противоположными коэффициентами, например, при выполнении 237 (1): $11x^2 + 4x - x^2 - 4x$ (говоря при этом, что одночлены $4x$ и $-4x$ взаимно уничтожаются). Традиционно у слабоуспевающих учащихся возникают проблемы с приведением подобных членов, когда один (или несколько) из них имеет коэффициент 1 или -1 .

Обсуждая рубрику *Разговор о важном*, полезно обратить внимание учащихся на формулировку вопроса, который задаёт девочка (на корректность формулировки вопроса), и обоснование её собственного вывода на основе

имеющихся у неё знаний. Полезно просить учащихся привести примеры чисел, записанных с помощью букв, и представить их в виде суммы разрядных слагаемых.

Распределение учебного материала параграфа:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 14	ВУ; № 235—241; РТ № 5, 7	№ 237 (1, 3), 240 (1, 3)	№ 242, 243; ДМ № 10, 11; разговор о важном (с. 97)

В результате изучения параграфа все учащиеся должны научиться применять алгоритм приведения многочлена к стандартному виду при выполнении упражнений типа 237, 240 и отвечать на устные вопросы к параграфу.

§ 15 Сложение и вычитание многочленов (1/3 ч)

Цели изучения параграфа — формирование умения приводить сумму и разность многочленов к многочлену стандартного вида; формирование умения осмысленно читать учебный текст.

Урок можно начать с выполнения самостоятельной работы (с последующей фронтальной проверкой, взаимопроверкой или проверкой с помощью ТСО), в ходе которой актуализируются навыки раскрытия скобок и приведения подобных членов:

1. Раскрыть скобки и вычислить:

$$3,64 - (5,21 + 6,79 - 4,36).$$

2. Упростить выражение $2a + 3b + (4a - 5b) - (7a - 8b)$.

3. Привести подобные члены: $m^2 - 3n - 6n - 8m^2$.

4. Найти числовые значения многочлена $5x^2 - x^2 - 10$

$$\text{при } x = \frac{1}{2}.$$

После рассмотрения вводной задачи параграфа (с. 98) следует с помощью учащихся сформулировать алгоритм приведения алгебраической суммы нескольких многочленов к многочлену стандартного вида и приступить к выполнению упражнений. При их выполнении полезно требовать от учащихся, работающих у доски, проговаривать выполняемые действия: «раскрываем скобки», «приводим

подобные члены». При выполнении упражнений **247, 249, 300** школьники учатся записывать сумму и разность заданных многочленов и преобразовывать её в многочлен стандартного вида.

Далее рекомендуется предложить учащимся самостоятельно по учебнику познакомиться со способом сложения и вычитания многочленов столбиком (нахождение этим способом суммы и разности многочленов не является обязательным для усвоения всеми учащимися).

По результатам ознакомления учащихся с материалом рубрики *Это интересно* полезно предложить школьникам попарно проверить свои возможности в демонстрации рассмотренного фокуса.

Распределение учебного материала параграфа может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 15	ВУ; № 244—249, 250, 252; РТ № 10	Из текста пособия; № 247 (3), 249 (1)	№ 251, 253, 254; ПЗ № 8; ДМ № 10; это интересно (с. 100)

В результате изучения параграфа все учащиеся должны уметь находить сумму и разность многочленов при выполнении упражнений типа **247** и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

251. 1) Семь последовательных натуральных чисел можно записать так:

$$n, n + 1, n + 2, n + 3, n + 4, n + 5, n + 6, \text{ где } n \in \mathbb{N};$$

их сумма, равная $n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) + (n + 5) + (n + 6) = 7n + 21 = 7(n + 3)$, очевидно, делится на 7.

З а м е ч а н и е. Желательно показать, что в качестве семи последовательных натуральных чисел можно взять и числа $n - 3, n - 2, n - 1, n, n + 1, n + 2, n + 3$.

253. Пусть x — число единиц, тогда $3x$ — число десятков (очевидно, что x может принимать лишь значение 1, 2 или 3); $3x \cdot 10 + x$ — исходное число; $x \cdot 10 + 3x$ — число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке.

Согласно условию составим уравнение

$$(3x \cdot 10 + x) - (x \cdot 10 + 3x) = 36.$$

Решим это уравнение:

$$30x + x - 10x - 3x = 36, \quad 18x = 36, \quad x = 2, \quad 3x = 6.$$

О т в е т. 62.

254. Пусть x — число единиц, тогда $3x$ — число десятков (очевидно, что x может принимать лишь значения 1, 2 или 3). Согласно условию $(3x \cdot 10 + x) + (x \cdot 10 + 3x) = 132$, откуда $44x = 132$, $x = 3$, $3x = 9$.

О т в е т. 93.

§ 16 Умножение многочлена на одночлен (1/2 ч)

Цели изучения параграфа — знакомство учащихся с алгоритмом умножения многочлена на одночлен; формирование умения самостоятельно ставить себе новые учебные задачи.

Выполнение умножения многочлена на одночлен основано на знакомом учащимся распределительном свойстве умножения, а в процессе приведения многочлена к стандартному виду учащимся придётся приводить к стандартному виду входящие в него одночлены. В связи с этим в первой части урока полезно выполнить следующие задания:

1. Вычислить двумя способами:

$$\frac{1}{7}(7 - 2,1 + 1,4).$$

2. Применяя распределительное свойство умножения, упростить выражение

$$(3a - 5b) \cdot 4 - (2a - b) \cdot 3.$$

3. Вводные упражнения 1 и 3.

После рассмотрения вводной задачи текста параграфа целесообразно предложить школьникам попробовать самостоятельно сформулировать правило умножения любого многочлена на одночлен и лишь затем прочитать его по учебнику на с. 102. После выполнения одного-двух заданий из упражнений **256** и **257** можно отказаться от подробной записи умножения каждого члена многочлена на одночлен и сразу записывать ответ (многочлен — результат умножения), как это показано в тексте параграфа.

У большинства учащихся не вызывает затруднений умножение многочлена и одночлена вне зависимости от того, многочлен или одночлен является первым множителем. Слабоуспевающим учащимся можно порекомендовать всегда последовательно умножать все члены многочлена на одночлен независимо от того, записан одночлен множителем перед многочленом или после него. При подведении ито-

гов урока целесообразно использовать устные вопросы к параграфу.

При знакомстве с рубрикой *Диалог об истории* можно предложить желающим выяснить, как распределительный закон умножения доказывается геометрическим способом. Всем учащимся в домашнюю работу стоит включить оформление умножения многочлена на одночлен в столбик при выполнении, например, упражнения 257.

Распределение учебного материала параграфа:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 16	БУ 1—3; № 255—261; РТ № 5	№ 259 (1), 260 (1)	№ 262, 263; ПЗ № 5; ДМ № 11; диалог об истории (с. 104)

В ходе рассмотрения материала параграфа и выполнения упражнений учащиеся должны усвоить, что в результате умножения многочлена на одночлен получается многочлен с таким же количеством членов, как и в многочлене-множителе (который затем необходимо привести к стандартному виду). Все учащиеся должны самостоятельно выполнять упражнения типа 257, 259 и устные задания, сформулированные после основного текста параграфа.

Решение упражнений

263. Пусть в первый день турист прошёл x км. Тогда во второй день он прошёл $(0,9x + 2)$ км, а в третий день $0,4(x + 0,9x + 2)$ км. За 3 дня он прошёл 56 км, поэтому $x + (0,9x + 2) + 0,4(x + 0,9x + 2) = 56$.

Решая это уравнение, находим $x = 20$.

О т в е т. 20 км, 20 км, 16 км.

§ 17 Умножение многочлена на многочлен (2/3 ч)

Цели изучения параграфа — знакомство учащихся с алгоритмом умножения многочлена на многочлен и формирование начальных умений в его применении на практике; формирование умения переносить усвоенные действия в изменённую ситуацию.

В начале первого урока можно проверить усвоение учащимися правила умножения многочлена на одночлен с помощью самостоятельной работы № 1:

1. № 301 (1). [№ 301 (2).]

2. Найти числовое значение выражения $3a(a^2 + b) - 3a^3 + 2ab$ $[-5x(y + x^2) + 5x^3 - 2xy]$ при $a = \frac{1}{5}$, $b = -1$ [при $x = \frac{1}{7}$, $y = -3$].

После проверки работы (взаимопроверки, проверки с помощью переносных досок или КТ) можно перейти к рассмотрению решения задачи из текста параграфа. Если в этой задаче для наглядности применения распределительного свойства умножения многочлен $2a + b$ обозначить буквой m , то её решение можно оформить следующим образом:

$S = (4a + c)(2a + b)$. Пусть $2a + b = m$,

тогда $S = (4a + c)m = 4am + cm$. Заменим m многочленом $2a + b$:

$$S = 4a(2a + b) + c(2a + b) = 8a^2 + 4ab + 2ac + bc.$$

При выполнении упражнений **264** и **265** (1, 3) полезно просить учащихся проговаривать заданные алгебраические выражения и выражения, полученные в результате умножения. При выполнении упражнения **268** (1, 2) (с целью подготовки учащихся к изучению формул сокращённого умножения) можно заострить внимание, например, на том факте, что «произведение разности одночленов a и b на их сумму равно разности квадратов этих одночленов».

Приобретённые умения в умножении одночленов и многочленов учащиеся могут применить, например, при выполнении задания 8 из рабочей тетради при решении следующих уравнений:

- 1) $(3x - 2)(x + 1) - x^2 = 2x(x + 2,5)$;
- 2) $(5 + x)(2x - 3) - 9 = x(2x + 3)$;
- 3) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = x(x - 1)(x + 1) + 2x$;
- 4) $(x + 1)(x - 1)x + 5x = (x - 1)(x^2 + x + 1)$.

На последнем уроке при изучении темы рекомендуется провести, например, следующую проверочную самостоятельную работу № 2:

1. Выполнить умножение:

$$1) (3x^2 - 2x + 5) \cdot 4x^3; \quad 2) (a - 2b)(a^2 + 2ab + 4b^2).$$

$$[1] 3m^4(2m^2 - m + 3); \quad 2) (3b + c)(9b^2 - 3bc + c^2).]$$

2. Упростить выражение

$$(a - 2)(a + 2) - a(2a + 1) + a \quad [(1 - y)y - (y + 3)(y - 3) - y]$$

и найти его числовое значение при $a = -3$ [при $y = -2$].

Желательно, чтобы после ознакомления с рубрикой *Диалог об истории* школьники могли ответить на следующие вопросы: «Кто автор первого русского учебника арифметики? В каком веке он жил?», «В каком году был издан первый русский учебник арифметики?», «Как долго пользовались этим учебником в русских школах?», «Как этот учебник называл М. В. Ломоносов?».

На последнем уроке по изучению темы желательно предложить учащимся выбрать темы исследовательских работ.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 17	ВУ; № 264—267, 269 (1), 302	Самостоятельная работа № 1 из текста пособия	№ 272, 273; ПЗ № 6; ДМ № 14; диалог об истории (с. 108)
2	§ 17	№ 268, 269 (3, 4), 271, 272, 303; РТ № 8	Самостоятельная работа № 2 из текста пособия	№ 274, 277, 314; ПЗ № 9, 10; диалог об истории

В результате изучения параграфа все учащиеся должны усвоить алгоритм умножения многочлена на многочлен и уметь его применять при выполнении упражнений типа **267, 269**; должны уметь отвечать на первый устный вопрос к параграфу.

Решение упражнений

274. Если $a(b+1) + b(a+1) = (a+1)(b+1)$, то $\underline{ab} + \underline{a} + \underline{ba} + \underline{b} = \underline{ab} + \underline{a} + \underline{b} + 1$, откуда $ab = 1$, что и требовалось доказать.

314. Через год сумма вклада будет равна $a + \frac{p}{100} \cdot a$, или $a\left(1 + \frac{p}{100}\right)$, через 2 года равна $\left(a\left(1 + \frac{p}{100}\right)\right)\left(1 + \frac{p}{100}\right)$, или $a\left(1 + \frac{p}{100}\right)^2$, через 3 года равна $\left(a\left(1 + \frac{p}{100}\right)^2\right)\left(1 + \frac{p}{100}\right)$, или $a\left(1 + \frac{p}{100}\right)^3$.

§ 18 Деление одночлена и многочлена на одночлен (2/2 ч)

Цели изучения параграфа — формирование у учащихся умения выполнять деление многочлена на одночлен; формирование умения ставить перед собой новые познавательные задачи.

Материал этого параграфа не является основным при изучении рассматриваемой главы, он помогает сформировать у учащихся более полные представления о действиях над алгебраическими выражениями, аналогичные представлениям о действиях над числами. Поэтому желательно со всеми учащимися провести анализ тех знаний о многочленах и одночленах, которые они уже получили. Затем предложить им самостоятельно выявить действие, которое ещё не рассматривалось при работе с одночленами и многочленами.

Изучение материала этого параграфа поможет учащимся в дальнейшем осознанно выполнять разложение многочлена на множители.

На первом уроке до рассмотрения п. 1 теоретической части параграфа рекомендуется на конкретных примерах (при выполнении, например, ВУ и упражнений 278—280) повторить свойство деления степеней с одинаковыми основаниями, а также свойство деления произведения на число: $(ab) : c = (a : c) \cdot b$.

По усмотрению учителя пример учебника на деление одночлена $32a^3b^2$ на одночлен $4a^2$ можно разобрать подробно, ссылаясь на соответствующее свойство деления $(a : (b \cdot c) = (a : b) : c)$:

$$1) (32a^3b^2) : 4 = (32 : 4) \cdot a^3b^2 = 8a^3b^2;$$

$$2) (8a^3b^2) : a^2 = 8 \cdot (a^3 : a^2) \cdot b^2 = 8ab^2.$$

Таким образом, $(32a^3b^2) : (4a^2) = 8ab^2$.

Выполняя анализ условия в упражнении 285, ученики должны ответить на вопрос: «Какие свойства степени необходимо применить для выполнения задания?» Учащиеся самостоятельно должны прийти к выводу, что следует повторить порядок выполнения действий и свойства возведения в степень произведения и степени. Сделать это можно, например, с помощью следующих устных заданий:

$$1. \text{ Вычислить: } 2 \cdot 3^2; 32 : 2^3; 4^2 : 2^3.$$

$$2. \text{ Представить в виде степени: } a^5 \cdot a^2; (a^5)^2; (a^3b)^3; (-xy^2z^5)^5.$$

Перед изучением п. 2 параграфа рекомендуется повторить свойство деления суммы на число с помощью конкретных заданий на вычисление: $(5^4 + 5^3) : 5^3$; $(0,15^2 - 0,3) : 0,15$ и вводные упражнения.

После рассмотрения примера п. 2 текста параграфа с помощью учащихся формулируется алгоритм деления многочлена на одночлен и отрабатывается его применение при выполнении упражнений.

При выполнении деления многочлена на одночлен следует обратить внимание учащихся на количество членов

в многочлене-частном, их должно быть столько же, сколько в многочлене-делимом. Знание этого факта может предупредить ошибки с потерей 1 (или -1) в частном (см. 288 (2)), когда один из членов многочлена-делимого совпадает с делителем-одночленом (или противоположен ему). Зафиксировать сказанное можно в ходе решения следующих уравнений:

- 1) $(3x^3 + 2x^2 - x) : x = 3x(x - 2)$;
- 2) $4x(x + 1) = (8x^3 - 4x^2 + 2x) : 2x$.

В конце первого урока рекомендуется выполнить *тест 3*, а в конце последнего урока можно провести следующую проверочную самостоятельную работу:

1. Выполнить умножение, а затем деление первого выражения на второе:
 - 1) $(-0,25ab^2c)$ и $5abc$; 2) $(7m^2 - 20mn - 10m)$ и $10m$.
 - [1) $0,49x^2yz$ и $(-7xyz)$; 2) $(6c - 36cd + 4c^2)$ и $6c$.]
2. Упростить выражение $(14x^4 - 7x^3) : 7x^3 - 4x$ [$5x - (18x^5 - 6x^4) : 6x^4$] и найти его числовое значение при $x = -1\frac{1}{6}$ [при $x = -2\frac{1}{12}$].

После ознакомления с *Диалогом об истории* (с. 112) желательно предложить учащимся найти сведения о Бахшайской рукописи и жизнеописание Г. В. Лейбница.

Рубрика *Это интересно* является мотивом для выполнения исследовательской темы 4. Полезно внимательно изучить приведённый в диалогах пример и предложить учащимся самостоятельно определить шаги алгоритма деления многочленов столбиком.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 18	ВУ 1, 2 (1—6); № 278—280, 282—284; ВУ 2 (7, 8); № 286, 287 (1, 2)	Тест 3	№ 290; ПЗ № 7; диалог об истории (с. 112)
2	§ 18	№ 287 (3, 4), 288—291; РТ № 14	Самостоятельная работа из текста пособия	№ 292, 293, 312; ДМ № 13, 14; это интересно (с. 123)

В результате изучения параграфа все учащиеся должны научиться применять алгоритм деления многочлена на одночлен при выполнении упражнений типа 288 и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Урок обобщения знаний и представления исследовательских работ (1/1 ч)

Урок рекомендуется начать с анализа выполнения *теста 3*, коррекции ошибок с целью подготовки к контрольной работе. Задания для этой работы можно взять из раздела *Упражнения к главе* и соответствующих глав из дидактических материалов и рабочей тетради к учебнику. Полезно использовать задания рубрики *Проверь себя!*.

На этом уроке можно заслушать доклады по наиболее интересным исследовательским работам.

Контрольная работа № 3

1. Представить выражение в виде степени:

$$\begin{array}{llll} 1) 10^2 \cdot 10^5; & 2) 7^6 : 7^2; & 3) (a^5)^3; & 4) 2^8 \cdot 3^8. \\ [1) 5^2 \cdot 5^3; & 2) 8^8 : 8^3; & 3) (b^4)^5; & 4) 3^7 \cdot 4^7.] \end{array}$$

2. Упростить выражение

$$(2a^2b - 3ab^2 + b) - (a^2b - 2ab^2 + 2b). \\ [(3x^3y - 4xy^2 - 2y) - (2x^3y + 6xy^2 - y).]$$

3. Выполнить умножение:

$$\begin{array}{ll} 1) (-0,5x^2y^3z^5) \cdot (-4xy^2z^2); & 2) \left(\frac{1}{3}a + 6b\right) \cdot \left(6b - \frac{1}{3}a\right). \\ [1) (2a^2b^3c) \cdot (-3,5a^3bc^5); & 2) \left(8n - \frac{1}{4}p\right) \cdot \left(\frac{1}{4}p + 8n\right).] \end{array}$$

4. Найти числовые значения суммы и разности многочленов A и B при $x = -\frac{1}{2}$, $y = 2$ [$x = 1,5$, $y = -2$], если

$$A = 5,5x^3y - 2xy^2, \quad B = 0,5x^3y - 2xy^2 \\ [A = -2x^3y - 1,5xy^2, \quad B = -0,4x^3y + 1,5xy^2].$$

5. Решить уравнение

$$(x - 2)(x + 1) - (x - 1)(x + 2) + 0,2 = 0. \\ [2(x + 3)(x - 2) - (2x + 1)(x - 3) - 7 = 0.]$$

С операцией разложения на множители учащиеся знакомы из курса математики 5—6 классов, где им приходилось разлагать натуральные числа на простые или составные множители.

В этой главе показывается, что с помощью разложения многочлена на множители можно упростить его запись и облегчить вычисления его числовых значений. В дальнейшем такие преобразования многочленов будут часто использоваться на протяжении всего курса алгебры: при выполнении действий над алгебраическими дробями, при решении уравнений и неравенств и др.

Задача о разложении многочлена на множители, по существу, является сложной, так как нет для этого чёткого алгоритма, и приходится догадываться, какие способы можно применить в конкретном случае. Таким образом, при выполнении упражнений на разложение многочленов на множители продолжается формирование умений строить логические рассуждения, умозаключения и делать выводы. Например, нелегко догадаться, что многочлен $a^4 + 4b^4$ можно разложить на множители, используя формулы квадрата суммы и разности квадратов:

$$\begin{aligned} a^4 + 4b^4 &= (a^2 + 2b^2)^2 - 4a^2b^2 = \\ &= (a^2 + 2b^2 - 2ab)(a^2 + 2b^2 + 2ab). \end{aligned}$$

Однако формирование у учащихся умения выдвигать гипотезы, доказывать или опровергать утверждения как раз и происходит в процессе решения нестандартных задач.

В этой главе рассматриваются в основном сравнительно простые упражнения. Предполагается, что формирование навыков в разложении многочленов на множители в более сложных случаях должно осуществляться на протяжении всего года и далее до конца курса. Учащиеся должны понимать, что при разложении многочлена на множители можно использовать не один, а несколько способов; вместе с тем желательно применять наиболее рациональные способы. Проверку правильности разложения на множители можно провести обратным действием — умножением. Отметим, что формулы куба суммы и куба разности (§ 22) являются необязательными для запоминания всеми учащимися, формулы для вычисле-

ния приближённых значений (§ 22) также даются только в порядке ознакомления.

Предметные цели изучения главы:

- усвоение различных способов разложения многочленов на множители, применение алгоритма поиска способа разложения многочлена на множители;
- изучение формул сокращённого умножения, применение их в преобразованиях алгебраических выражений и в вычислениях;
- развитие умений: грамотно выражать свои мысли с применением математической символики и терминологии; доказывать математические утверждения; выполнять преобразования алгебраических выражений; упрощать вычисления; развитие логического и алгоритмического мышления учащихся.

Метапредметные и личностные цели изучения главы аналогичны сформулированным для главы III.

В результате изучения главы IV все учащиеся должны усвоить рассмотренные в ней способы разложения многочленов на множители, уметь применять их при выполнении упражнений типа **322, 325, 341, 372, 411**, а также упражнений из рубрики *Проверь себя!* (I уровень), уметь отвечать на устные вопросы, сформулированные в конце параграфов.

§ 19 Вынесение общего множителя за скобки (3/3 ч)

Цели изучения параграфа — знакомство учащихся с разложением многочлена на множители; обучение вынесению общего множителя за скобки; формирование умения оценивать правильность выполнения учебной задачи.

Для успешного изучения темы следует повторить материал, указанный в рубрике *Нужно вспомнить*, а также:

- 1) разложение натуральных чисел на простые множители;
- 2) нахождение наибольшего общего делителя нескольких чисел.

Сделать это можно с помощью вводных упражнений и следующих заданий, предлагаемых по усмотрению учителя на различных этапах изучения темы:

1. (Устно.) Найти НОД чисел:

1) 6 и 9;

2) 18 и 2;

3) 36 и 9;

4) 8, 12 и 30;

5) 6, 9 и 14.

2. (Устно.) Выполнить действия:
- 1) $a^7 \cdot a^8$; 2) $b^5 \cdot b$; 3) $c^8 : c^2$; 4) $c^6 : c$;
 - 5) $2a^2 : a$; 6) $-3x : x$; 7) $48a^6 : (-6a^3)$;
 - 8) $x^5y^3 : (xy)$; 9) $x^5y^3 : (x^4y^3)$; 10) $x^5y^3 : (x^5y^3)$.
3. Заполнив пропуск, представить степень в виде произведения двух степеней:
- 1) $x^8 = x^2 \cdot \square$; 2) $x^8 = \square \cdot x^3$; 3) $x^8 = \square \cdot x^7$.
4. Заполнить пропуск одночленом стандартного вида:
- 1) $8x^2y^3 = 2x \cdot \underline{\hspace{2cm}}$; 2) $8x^2y^3 = 4x^2y \cdot \underline{\hspace{2cm}}$;
 - 3) $8x^2y^3 = 8y^2 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$; 4) $8x^2y^3 = -x^2y^3 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$.
5. Представить одночлен $6a^3b$ несколькими способами в виде произведения двух одночленов, коэффициенты которых — натуральные числа.

С помощью задачи 1 из текста параграфа мотивируется практическое использование разложения многочлена на множители путём вынесения общего множителя за скобки. После рассмотрения примеров учебника, когда за скобку выносятся числовой или буквенный множитель, необходимо отметить, что в скобках остаётся многочлен, содержащий столько же членов, сколько их у исходного многочлена. Это поможет предупредить традиционную ошибку учащихся: потерю 1 или -1 в «оставшемся» многочлене после вынесения за скобки общего множителя. Пример ошибочного разложения на множители:

$$5ax - 30bx + 5x = 5x(a - 6b).$$

На первом уроке целесообразно рассмотреть материал параграфа до задачи 2 и выполнить упражнения 319—322, 337 (1, 3). При выполнении задания 322 (1) стоит отметить, что при разложении на множители многочлена $9mn + 9n$ за скобки можно вынести общий множитель 3, можно 9, можно n , а можно $9n$. Однако в первых трёх случаях:

$$\begin{aligned} 9mn + 9n &= 3(3mn + 3n), \\ 9mn + 9n &= 9(mn + n), \\ 9mn + 9n &= n(9m + 9) \end{aligned}$$

в скобках остаётся многочлен, члены которого также содержат общий множитель, т. е. процесс разложения на множители может быть продолжен. Тем самым начнётся подготовка учащихся к рассмотрению задачи 2 на следующем уроке и формированию навыка «завершённого» разложения многочлена на множители.

На втором уроке после рассмотрения задачи 2 текста параграфа формулируется алгоритм разложения многочлена на множители способом вынесения общего множителя за скобки, выполняются упражнения 323—327. На этом же уроке могут быть рассмотрены несложные примеры на вынесение за скобки многочленов (двучленов).

На третьем уроке обосновывается равенство

$$a - b = -(b - a). \quad (1)$$

Сделать это можно двояко:

1) на основе правила раскрытия скобок, перед которыми стоит знак «-»:

$$-(b - a) = -b + a = a - b;$$

2) через вынесение за скобки из многочлена общего множителя (-1) :

$$a - b = (-1) \cdot (-a) - (-1) \cdot (-b) = -1(-a + b) = -(b - a).$$

К моменту изучения темы «Алгебраические дроби» применение равенства (1) должно стать автоматическим.

При выполнении упражнений 331—334 следует обратить внимание учащихся на то, что они могут получить ответ, отличный по форме от ответа учебника. Например, упражнение 333 (2) может быть выполнено двумя способами:

$$1) \quad x(x - y) + y(y - x) - 3(x - y) = x(x - y) - y(x - y) - 3(x - y) = (x - y)(x - y - 3);$$

$$2) \quad x(x - y) + y(y - x) - 3(x - y) = y(y - x) - x(y - x) + 3(y - x) = (y - x)(y - x + 3).$$

Учащиеся должны понимать, что и первый, и второй ответы верны (например, первый из них можно привести к виду второго умножением на (-1) первого множителя с последующим умножением на (-1) и второго множителя). При этом отмечается, что $(-1) \cdot (-1) = 1$, т. е. при таких преобразованиях происходит фактически умножение на 1 первого ответа, что не меняет значение выражения. Однако не следует каждый раз добиваться ответа в том виде, который совпадает с предложенным в учебнике, важно, чтобы школьники могли сами убедиться в правильности выполнения задания путём преобразования полученного произведения в исходный многочлен.

При желании учитель может использовать упражнения 408, 409 (1) и 410. При наличии времени в конце изучения темы можно провести проверочную самостоятельную работу:

1. Разложить на множители:

$$1) \quad 3a^4 - 5a^3;$$

$$2) \quad 2a - 4ab + 6a^2;$$

$$3) \quad 3(a + b) - (a + b);$$

$$4) \quad (x - y)a - (y - x)b.$$

$$\begin{array}{ll}
 [1) 4b^5 - 7b^4; & 2) 3b + 6ab - 9b^2; \\
 3) 4(x + y) + (x + y); & 4) x(a - b) - y(b - a).]
 \end{array}$$

2. Вычислить:

$$1,8 \cdot 7,2 - 1,8 \cdot 37 + 65 \cdot 1,8.$$

$$[1,2 \cdot 47 + 1,2 \cdot 85 - 32 \cdot 1,2.]$$

Распределение учебного материала по урокам может быть, например, таким:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 19 до задачи 2	ВУ; № 319—322, 337 (1, 3); УВ (1, 2)	№ 321 (2, 3), 322 (3)	№ 338; ДМ № 10, 17 (1, 2); разговор о важном (с. 123)
2	§ 19 до равенства $(a - b) = -(b - a)$	№ 323—329	№ 326 (1), 327 (1), 328 (3)	№ 334 (3); ДМ № 11 (5, 6), 17 (3, 4); РТ № 17, 19
3	§ 19	№ 331—336, 337 (5)	№ 332 (1), 334 (1); самостоятельная работа из текста пособия	ДМ № 16, 17 (5, 6); РТ № 18, 20

Интересующимся математикой школьникам можно предложить упражнение **338**, после чего прочитать рубрику *Разговор о важном* и в дополнение решить следующие задачи:

1. Доказать, что если натуральное число при делении на 4 даёт в остатке 2, то это число чётное.

(Доказательство. Данное число можно представить в виде $4n + 2$, где $n \in N$, но $4n + 2 = 2(2n + 1) = 2k$, где $k \in N$, т. е. данное число чётное.)

2. Натуральное число a при делении на 3 даёт в остатке 1, а натуральное число b при делении на 3 даёт в остатке 2. Доказать, что сумма чисел a и b кратна трём.

3. Разложить на множители выражение:

$$1) 5^n + 5^{n+2}; \quad 2) 3^{3n} + 3^{2n}; \quad 3) 2^{2n+3} - 2^{n+1} + 2,$$

где n — натуральное число.

4. Доказать, что сумма двух последовательных чётных степеней числа 3 оканчивается нулём.

(Доказательство. $3^{2n} + 3^{2n+2} = 3^{2n}(1 + 3^2) = 3^{2n} \cdot 10$.)

В результате изучения параграфа все учащиеся должны уметь применять алгоритм вынесения общего множителя за скобки при выполнении упражнений типа 325, 329 и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

338. Рассматриваемое натуральное число можно записать в виде $225n + 150$, где $n \in N$, но $225n + 150 = 75(3n + 2)$, значит, это число делится на 75.

§



Способ группировки (3/3 ч)

Цели изучения параграфа — обучение разложению на множители способом группировки многочлена, состоящего из четырёх членов; формирование умения осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения задач.

При изучении материала этого параграфа повторяется учебный материал, указанный в рубрике *Нужно вспомнить*. Правило заключения в скобки можно повторить в ходе выполнения вводных упражнений и следующих заданий:

1. Разложить на множители выражение:

1) $8a - 12b$;

2) $10a^2b + 15a^2$;

3) $2a(m - n) + 3b(m - n)$;

4) $2a(m - n) + 3b(n - m)$.

2. Заключить в скобки все слагаемые, начиная с числа x (или $-x$), поставив перед скобками знак «+»:

1) $2a - b + x + c$;

2) $2a - x + b - c$.

3. Заключить в скобки все слагаемые, начиная с числа x (или $-x$), поставив перед скобками знак «-»:

1) $m - 2n + x - p$;

2) $m - x + 2n - p$.

На начальном этапе после повторения правила заключения в скобки и следом за разбором задачи 1 текста параграфа выполняются упражнения 339 и 340. После рассмотрения двух примеров учебника, следующих за задачей 1, можно сформулировать алгоритм разложения многочлена на множители способом группировки. Затем выполняется упражнение 341, причём, прежде чем выполнить это упражнение, учащиеся самостоятельно должны провести анализ условия и предложить свои варианты группировки членов многочлена. В результате выявить популярную группировку членов данного многочлена двумя

способами так, чтобы из каждой скобки можно было вывести общий множитель за скобки.

Возможная запись решения:

И способ.

$$ac + bc - 2ad - 2bd = (\underline{ac} + \underline{bc}) - (\underline{2ad} + \underline{2bd}) = c(a + b) - 2d(a + b) = (a + b)(c - 2d).$$

II способ.

$$ac + bc - 2ad - 2bd = (\underline{ac} - \underline{2ad}) + (\underline{bc} - \underline{2bd}) = a(c - 2d) + b(c - 2d) = (c - 2d)(a + b).$$

После этого можно предложить учащимся самостоятельно разложить на множители двумя способами, например, многочлен из упражнения 341 (3). При этом желательно слабым учащимся подсказать (с помощью стрелок на карточках), какие члены многочлена следует группировать:

$$\begin{array}{c} \curvearrowright \\ 2bx - 3ay - 6by + ax = \dots \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{c} \curvearrowright \\ 2bx - 3ay - 6by + ax = \dots \end{array}$$

После выполнения этих разложений учащиеся убеждаются, что результат разложения одного многочлена не зависит от выбора группируемых в пары членов. Следует заметить при этом, что объединять в группы нужно (в рассматриваемых упражнениях) те члены многочлена, которые имеют общий множитель. Упражнение 341 (4) желательно предложить выполнить дома двумя способами.

На втором уроке алгоритм разложения на множители способом группировки применяется к разложению четырёх членов, а также (после рассмотрения соответствующего примера учебника) к разложению многочленов из шести членов. При наличии времени разложение многочленов в упражнении 344 можно рассматривать двумя способами.

На третьем уроке систематизируются приобретённые умения по разложению многочленов на множители способом группировки. Может быть также рассмотрена следующая задача:

Выразить площадь прямоугольника $ABCD$ (рис. 1) двумя способами:

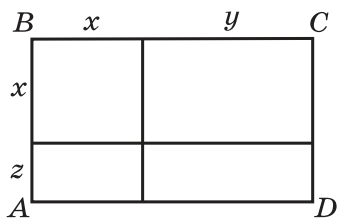


Рис. 1

1) как сумму площадей составляющих его четырёх прямоугольников;

2) как произведение длины на ширину.

В результате решения задачи учащиеся наглядно убедятся в том, что

$$x^2 + xy + xz + zy = (x + y)(x + z).$$

Интересующимся математикой учащимся могут быть предложены упражнения **348—350**, а также задание на разложение на множители выражения

$$5^n + 5^{n+1} + 5^{n+2} + 2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2} + 2^{n+3} + 2^{n+4}$$

и упражнения из дидактических материалов.

После выполнения заданий **349, 350** учащиеся знакомятся с текстом рубрики *Разговор о важном*.

В конце этого урока можно провести проверочную самостоятельную работу:

1. Разложить на множители:

1) $m - n + 2p(m - n)$; 2) $2a^2 + a - 10ab - 5b$;

3) $x^2 - xy - 5x + 5y$.

[1) $3a(b - c) + b - c$; 2) $2x^2 + 4xy - ax - 2ay$;

3) $m^2 - mn - 9m + 9n$.]

2. Найти значение выражения

$a^2 - 3ab + 3a - 9b$ [$x^2 - 2xy + 3x - 6y$] при $a = 1$, $b = -\frac{1}{3}$
[при $x = 2$, $y = -\frac{1}{2}$], предварительно разложив его на множители.

Распределение учебного материала по урокам может быть, например, таким:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 20 до разложения на множители многочлена из шести членов	ВУ; № 339, 340, 341 (1—4); ДМ № 4	№ 341 (3); ДМ № 5	ДМ № 8
2	§ 20	№ 342, 343, 346, 344	№ 342 (1), 346 (1)	№ 348, 349 (1, 3); ДМ № 11
3	§ 20	№ 331—336, 337 (5)	Самостоятельная работа из текста пособия	№ 349, 350; ДМ № 12, 13; разговор о важном (с. 127)

В результате изучения параграфа все учащиеся должны научиться применять алгоритм разложения на множители способом группировки многочленов, аналогичных рассмотренным в упражнениях 341, 342, и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

347. 1) $(x^2 - 4x) + x - 4 = 0$, $x(x - 4) + (x - 4) = 0$, $(x - 4) \times (x + 1) = 0$.

О т в е т. $x_1 = 4$, $x_2 = -1$.

348. $(x^3 - 3x^2) - (2x^2 - 6x) = x^2(x - 3) - 2x(x - 3) = (x - 3) \times (x^2 - 2x) = (x - 3)x(x - 2)$.

$((x - 3)x(x - 2)) : (x - 2) = (x - 3)x$.

349. 1) $x^2 + 3x + 2 = x^2 + (x + 2x) + 2 = (x^2 + x) + (2x + 2) = x(x + 1) + 2(x + 1) = (x + 1)(x + 2)$;

3) $x^2 - 7x - 8 = x^2 + (x - 8x) - 8 = (x^2 + x) - (8x + 8) = x(x + 1) - 8(x + 1) = (x + 1)(x - 8)$.

350. 1) $a^3 + 2a^2 - 3 = a^3 + (3a^2 - a^2) - 3 + (3a - 3a) = (a^3 - a^2) + (3a^2 - 3a) + (3a - 3) = a^2(a - 1) + 3a(a - 1) + 3(a - 1) = (a - 1) \times (a^2 + 3a + 3)$;

3) $a^4 + 2a^3 + 1 = a^4 + a^3 + a^3 + a^2 - a^2 - a + a + 1 = a^3(a + 1) + a^2(a + 1) - a(a + 1) + (a + 1) = (a + 1)(a^3 + a^2 - a + 1)$.

Задание, предложенное интересующимся математикой:

$$\begin{aligned} 5^n + 5^{n+1} + 5^{n+2} + 2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2} + 2^{n+3} + 2^{n+4} &= \\ = 5^n(1 + 5 + 5^2) + 2^n(1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) &= \\ = 5^n \cdot 31 + 2^n \cdot 31 = 31(5^n + 2^n). \end{aligned}$$

§



Формула разности квадратов (3/3 ч)

Цели изучения параграфа — обучение применению формулы разности квадратов для преобразования алгебраических выражений и при упрощении вычислений; формирование умений определять способы действий в рамках предложенных условий, видоизменять действия в соответствии с изменяющейся ситуацией.

Первый урок по теме можно начать с решения вводных упражнений к параграфу, которые подведут учащихся к самостоятельному выводу формулы (1)

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2.$$

Этому будут способствовать также следующие задания:

1. (Устно.) Выполнить действия:

1) $5a \cdot (-5a)$; 2) $\left(\frac{2}{3}x\right)^2$; 3) $(0,1a^3)^2$.

2. Записать в виде алгебраического выражения:

- 1) разность чисел a и b ;
2) сумму числа x и квадрата числа y ;
3) разность квадратов чисел a и b .

3. Прочитать выражение:

1) $m - n$; 2) $a + b$; 3) $b^2 + a^2$; 4) $a^2 - b^2$.

4. Выполнить умножение и привести подобные члены:

1) $(3 - a)(a + 2)$; 2) $(5 + x)(5 - x)$;
3) $(3n - 2m)(3n + 2m)$; 4) $(a + b)(a - b)$.

При выполнении задания 4 обращается внимание учащихся на тот факт, что при умножении суммы чисел на их разность в результате получается разность их квадратов. Так как в дальнейшем часто придётся находить аналогичные произведения, то необходимо запомнить формулу (1), сокращающую записи при умножении. Записи всех формул сокращённого умножения должны находиться перед глазами учащихся на протяжении этого и последующих уроков.

На этом уроке рассматриваются примеры 1 и 2 учебника на использование формулы (1) в упрощении вычислений.

Второй урок начинается с подготовки учащихся к использованию формулы разности квадратов для разложения двучленов вида $a^2 - b^2$ на множители. Этому могут способствовать вводные упражнения 1, 2 и следующие задания:

Заполнить пропуски:

1) $a^6 = \left(a^{\square}\right)^2$; 2) $x^{10} = \left(x^{\square}\right)^2$; 3) $9x^2 = (3 \cdot \square)^2$;

4) $0,01y^6 = (\square \cdot y^3)^2$; 5) $\frac{4}{49}a^2b^4 = (\square)^2$;

6) $0,81x^8y^{10} = (\square)^2$; 7) $(a - \square)(\square + c) = \square^2 - \square^2$;

8) $(\square + 7)(\square - 7) = c^2 - \square$.

После прочтения знакомой учащимся формулы (1) справа налево учащиеся в тетради записывают формулу (2), рассматривают её применение в первых двух примерах, приведённых в последнем абзаце на с. 128, и выполняют упражнения 352—355.

Возможная запись решения упражнения 355 (1):

| $a^4 - b^4 = (a^2)^2 - (b^2)^2 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$.

После разбора последних примеров на с. 128 учебника выполняются упражнения **361—363**.

На третьем уроке выполняются комбинированные упражнения **756, 757** на применение формул (1) и (2), обсуждается ответ на последний устный вопрос к параграфу, решаются прикладные задачи.

На этом уроке может быть предложена следующая проверочная самостоятельная работа (на 10 мин):

1. Упростить выражение:

$$1) (3a - 2b)(3a + 2b); \quad 2) \left(\frac{1}{5}x + 2y \right) \left(2y - \frac{1}{5}x \right).$$

$$\left[1) (3x - 5y)(3x + 5y); \quad 2) \left(6a + \frac{1}{4}b \right) \left(\frac{1}{4}b - 6a \right). \right]$$

2. Разложить на множители:

$$1) 4a^2 - 9b^2; \quad 2) (x + y)^2 - y^2.$$

$$[1) 9c^2 - 16d^2; \quad 2) (a + b)^2 - b^2.]$$

$$3. \text{ Вычислить } \frac{69^2 - 31^2}{19} \cdot \left[\frac{76^2 - 24^2}{26} \right].$$

В работе со слабоуспевающими учащимися с целью подчеркнуть тот факт, что в формулах (1) и (2) a и b — любые числа или алгебраические выражения, иногда записывают эти формулы так:

$$(\triangle + \square)(\triangle - \square) = \triangle^2 - \square^2, \quad (1)$$

$$\triangle^2 - \square^2 = (\triangle - \square)(\triangle + \square). \quad (2)$$

Интересующимся математикой учащимся рекомендует-ся разобрать текст рубрики *Шаг вперёд*, упражнения для самостоятельной работы, предложенные в ней, и выполнить упражнения **367, 368**. Этим же ученикам дополнительно можно предложить решить задачу **831** и задачи, которые объединены той же идеей:

1. Зная, что $2^{16} = 65\,536$, вычислить устно

$$(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1).$$

2. Упростить выражение

$$(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)(x^4 + y^4)(x^8 + y^8)(x^{16} + y^{16})(x^{32} + y^{32}) + y^{64}.$$

С рубрикой *Диалог об истории* необходимо ознакомить всех учащихся. Желательно, чтобы школьники могли ответить на следующие вопросы: «Понравилось ли вам доказательство формулы разности квадратов с помощью рисунка 15? Сможете ли вы его воспроизвести самостоятельно?», «Когда и в какой стране таким образом доказывали фор-

мулу разности квадратов?», «Доказательство какого закона в геометрической форме вам ещё известно? Кто автор этого доказательства?», «Почему Г. Х. Харди сравнивал работу математика с творчеством художника или поэта?», «Какому искусству учит математика?».

Распределение учебного материала темы по урокам может быть, например, таким:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 21, формула (1)	ВУ 3, 4; № 356—360, 364, 365	№ 357 (3), 360 (1; 3)	ПЗ № 8; задачи 1 и 2 из текста пособия; № 831
2	§ 21	ВУ 1, 2; № 352, 355, 361—363, 366	№ 362 (3), 363 (5)	№ 367, 368; ПЗ № 8; ДМ № 15; шаг вперёд (с. 131)
3	§ 21	УВ; № 756, 757, 414, 416	Самостоятельная работа из текста пособия	№ 369, 422; ДМ № 13, 14, 17; диалог об истории (с. 131)

В результате изучения темы все учащиеся должны научиться применять формулы (1) и (2) при выполнении упражнений типа **357, 359, 361, 363** и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

367. Пусть речь идёт о числах $n+1$ и n , где n — натуральное число, тогда $(n+1)^2 - n^2 = (n+1-n)(n+1+n) = 2n+1$, а число $2n+1$ — нечётное.

368. $(7n+1)^2 - (2n-4)^2 = (7n+1-2n+4)(7n+1+2n-4) = (5n+5)(9n-3) = 5(n+1) \cdot 3(3n-1) = 15(n+1)(3n-1)$, что, очевидно, делится на 15.

369. 1) $(a+b)^3 - (a-b)^3 - 8b^3 = (a+b)(a+b)(a+b) - (a-b)(a-b)(a-b) - 8b^3 = a^3 + 3a^2b + 3a^2b + b^3 - a^3 + 3a^2b - 3ab^2 + b^3 - 8b^3 = 6a^2b - 6b^3 = 6b(a^2 - b^2) = 6b(a-b)(a+b)$;

2) $(a^2+b^2)^2 - (a^2-b^2)^2 - a^2 = (a^2+b^2-a^2+b^2)(a^2+b^2+a^2-b^2) - a^2 = 2b^2 \cdot 2a^2 - a^2 = a^2(4b^2-1) = a^2(2b-1)(2b+1)$;

3) $(a^4+b^4)^2 - (a^4-b^4)^2 - a^2b^2 = (a^4+b^4-a^4+b^4)(a^4+b^4+a^4-b^4) - a^2b^2 = 2b^4 \cdot 2a^4 - a^2b^2 = a^2b^2(4a^2b^2-1) = a^2b^2(2ab-1) \times (2ab+1)$;

4) И способ. $9a^4 - 13a^2b^2 + 4b^4 = 9a^4 - 9a^2b^2 - 4a^2b^2 + 4b^4 =$
 $= 9a^2(a^2 - b^2) - 4b^2(a^2 - b^2) = (a^2 - b^2)(9a^2 - 4b^2) = (a - b)(a + b) \times$
 $\times (3a - 2b)(3a + 2b).$

И способ (рассматривается после изучения § 22).

$9a^4 - 13a^2b^2 + 4b^4 = (9a^4 - 12a^2b^2 + 4b^4) - a^2b^2 = (3a^2 - 2b^2)^2 -$
 $- a^2b^2 = (3a^2 - 2b^2 - ab)(3a^2 - 2b^2 + ab).$

§ 22 Квадрат суммы. Квадрат разности (4/4 ч)

Цели изучения параграфа — формирование умений учащихся применять на практике формулы квадратов суммы и разности; определять способы действий в рамках предложенных условий; соотносить свои действия с планируемыми результатами; формирование навыков владения грамотной устной и письменной математической речью.

При изучении материала этого параграфа полезно регулярно обращать внимание учащихся на правильное прочтение формул, а также компонентов формул по их алгебраической записи: квадрата двучлена, квадратов одночленов, удвоенного произведения двух одночленов.

Подготовку к изучению нового материала рекомендуется начать с выполнения следующих заданий:

1. Вводные упражнения 1 и 2.

2. Записать удвоенное произведение одночленов:

1) a и b ; 2) $2a$ и b ; 3) a и $3b$; 4) $\frac{1}{2}a$ и b .

3. Записать:

1) сумму (разность) одночленов $3x$ и $4y$;

2) квадрат суммы (разности) одночленов $2a$ и b ;

3) удвоенное произведение чисел a и b .

4. Прочитать выражение:

1) $(a + b)^2$; 2) $(a - b)^2$; 3) $(2x - y)^2$.

После вывода каждой из формул (1) и (2) желательно, чтобы учащиеся самостоятельно попытались проговорить их словесные формулировки. Следует сообщить, что в дальнейшем часто предстоит находить квадрат двучлена, поэтому формулы (1) и (2) необходимо запомнить, чтобы каждый раз не делать промежуточные вычисления. На примерах применения этих формул показывается, что a и b в формулах могут быть любыми числами или алгебраическими выражениями.

На первом уроке можно разобрать примеры 1 и 2 возведения в квадрат двучленов и примеры (с. 133) на упрощение вычислений 99^2 и 52^2 с помощью формул сокращённого умножения.

На втором уроке качество выполнения домашней работы можно проверить с помощью небольшой самостоятельной работы (которую проверить на этом же уроке):

1. Представить квадрат двучлена в виде многочлена:

1) $(6 + x)^2$; 2) $(2a - 3)^2$.

[1) $(x - 7)^2$; 2) $(1 + 3a)^2$.]

2. Вычислить 97^2 . [58^2 .]

После подготовительной работы, аналогичной предложенной к первому уроку, рассматривается пример 3 (возведения в квадрат двучлена $-a - 3b$) на с. 133 учебника, после чего выполняется упражнение 373. После работы с учебником (желательно самостоятельной) по рассмотрению примеров на применение формул сокращённого умножения к приближённым вычислениям выполняется упражнение 376.

Третий урок следует посвятить применению формул (1) и (2) при прочтении их справа налево, т. е. при разложении многочлена на множители. Этому должна предшествовать подготовительная работа, например, такого содержания:

1. Представить в виде квадрата число:

81; 1; 0,04; $\frac{1}{9}$; $2\frac{1}{4}$.

2. Заполнить пропуски:

1) $4ab = 2 \cdot \square \cdot b$; 2) $x = 2 \cdot \square \cdot x$;

3) $ab = 2 \cdot \square \cdot b$; 4) $3a^2 = 2 \cdot \square \cdot a^2$.

3. Вводное упражнение 3.

После выполнения вводного упражнения 5 следует обобщить известные способы разложения многочленов на множители. Затем можно предложить учащимся разложить на множители, например, трёхчлен $81x^2 + 36x + 4$. Осознав, что общего множителя все члены трёхчлена не имеют, сильные учащиеся попробуют применить способ группировки: $81x^2 + 36x + 4 = (81x^2 + 18x) + (18x + 4) = 9x(9x + 2) + 2(9x + 2) = (9x + 2)(9x + 2) = (9x + 2)^2$. Данное разложение послужит мотивацией удобства разложения трёхчленов вида $a^2 \pm 2ab + b^2$ на множители по формуле квадрата суммы (разности) двух чисел.

После рассмотрения первого абзаца на с. 139 выполняются упражнения 377—381 (377 и 378 — полностью в классе, 388, из них самостоятельно 380).

Возможная запись решения упражнений:

$$\begin{aligned} 377. 1) a^2 + 4a + x &= a^2 + 2 \cdot a \cdot 2 + 2^2 = (a + 2)^2; x = 4; \\ 3) 36a^2 - x + 49b^2 &= (6a)^2 - 2 \cdot 6a \cdot 7b + (7b)^2 = (6a - 7b)^2; \\ x &= 8ab. \end{aligned}$$

На последнем уроке выполняется вводное упражнение 4, затем рассматривается задача из текста параграфа. С помощью учителя при решении упражнения 389 демонстрируется применение формул (3) и (4) параграфа. Проводится проверочная самостоятельная работа, обязательная часть которой может быть, например, следующего содержания:

1. Упростить выражение:

$$1) (x - 3y)(x + 3y) - (x - 3y)^2.$$

$$\left[\left(\frac{1}{2}a - b \right)^2 - \left(\frac{1}{2}a - b \right) \left(\frac{1}{2}a + b \right) \right]$$

2. Разложить на множители:

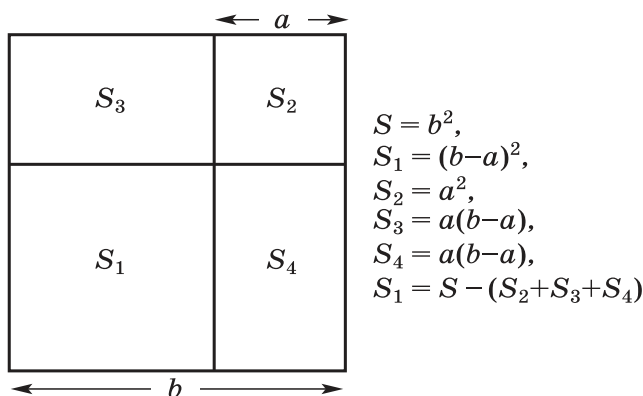
$$1) 1 - 10x + 25x^2; \quad 2) a^2 + a + 0,25;$$

$$3) b^4 - 6b^2c + 9c^2.$$

$$[1) 49a^2 - 14a + 1; \quad 2) \frac{1}{4} - x + x^2;$$

$$3) m^6 + 8m^3n + 16n^2.]$$

Если при обсуждении устных вопросов у учащихся возникнут трудности с выполнением задания 4, то можно предложить им самостоятельно вывести формулу квадрата разности, используя рисунок:



С Диалогом об истории следует познакомить учащихся после рассмотрения формул (3) и (4). Желательно, чтобы учащиеся могли ответить на вопросы: «Какую „симметрию“ в многочленах (результатах возведения $a + b$ во вторую и третью степени) увидел Тёма?», «Как по-другому называ-

ют двучлен в алгебре?», «Как давно учёные Средней Азии и Индии были знакомы с таблицей для вычисления биномиальных коэффициентов, которую ныне называют треугольником Паскаля?», «Найти члены седьмой строки треугольника Паскаля», «Почему формула разложения бинома носит имя Ньютона, а не Хайяма или ат-Туси?».

Распределение учебного материала по урокам может быть, например, таким:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 22 до приближённых вычислений	ВУ 1, 2; № 370—372, 374, 375	№ 371 (3), 374 (3)	ПЗ № 4; ДМ № 18
2	§ 22, с. 137—138	№ 373, 376, 409; ДМ № 10, 11	Из текста пособия	ДМ № 17; № 384, 385, 413; РТ № 17
3	§ 22, с. 139	ВУ 3—5; № 377—381, 388	№ 380	№ 391, 419, 830; ПЗ № 7
4	§ 22	№ 389, 382, 383, 387, 417	Самостоятельная работа из текста пособия	№ 390, 391, 424, 425, 832; РТ № 18; ДМ № 20, 21; диалог об истории (с. 136)

В результате изучения параграфа все учащиеся должны уметь применять формулы (1) и (2) при выполнении заданий типа 371, 372, 380, 381 и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

$$390. 1) 125 + 75a + 15a^2 + a^3 = 5^3 + 3 \cdot 5^2a + 3 \cdot 5a^2 + a^3 = (5 + a)^3;$$

$$3) x^6 - 3x^4y + 3x^2y^2 - y^3 = (x^2)^3 - 3(x^2)^2y + 3x^2y^2 - y^3 = (x^2 - y)^3.$$

391. Пусть x — число десятков, y — число единиц рассматриваемого двузначного числа (x — натуральное число, $1 \leq x \leq 9$; y — целое число, $0 \leq y \leq 9$).

$$(10x + y)^2 = 100x^2 + 20xy + y^2 = 2(5x^2 + xy) \cdot 10 + y^2.$$

Для того чтобы здесь число десятков было нечётным числом, нужно, чтобы y^2 имел нечётное число десятков; это требование выполняется при $y = 4$ ($y^2 = 16$) и $y = 6$ ($y^2 = 36$) (x — любое натуральное число от 1 до 9).

О т в е т. Цифра единиц 4 или 6.

$$\begin{aligned} 830. \quad x^2 - xy + \frac{2}{7}y^2 &= \left(x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2}y + \frac{1}{4}y^2\right) - \frac{1}{4}y^2 + \frac{2}{7}y^2 = \\ &= \left(x - \frac{1}{4}y\right)^2 + \frac{1}{28}y^2 > 0 \text{ при любых } x \text{ и } y, \text{ отличных от нуля.} \end{aligned}$$

$$832. \quad 4x^2 + 9y^2 - 4x + 6y + 2 = (4x^2 - 4x + 1) + (9y^2 + 6y + 1) = (2x - 1)^2 + (3y + 1)^2.$$

Сумма квадратов двух чисел равна нулю только в том случае, если каждое из них равно нулю.

$$(2x - 1)^2 + (3y + 1)^2 = 0 \text{ при } 2x - 1 = 0 \text{ и } 3y + 1 = 0, \text{ т. е. при } x = \frac{1}{2} \text{ и } y = -\frac{1}{3}.$$

§ Применение нескольких способов разложения многочлена на множители (3/5 ч)

Цели изучения параграфа — формирование умения искать способы разложения многочлена на множители и находить их для многочлена, раскладывающегося на множители; формирование умений устанавливать аналогии, строить логические рассуждения, умозаключения и делать выводы; организовывать учебное сотрудничество.

Каждый из первых двух уроков по теме полезно начать с заданий на разложение многочлена на множители одним из уже усвоенных способов разложения (вынесение общего множителя за скобки, разложение по формулам сокращённого умножения, способ группировки):

1. (Устно.) Разложить на множители:

- | | | |
|---------------------|------------------------|-------------------|
| 1) $3a - 6$; | 2) $a^2 + 2ab + b^2$; | 3) $a^2 - 4b^2$; |
| 4) $1 - 2x + x^2$; | 5) $a^3 - 5a^2 + a$; | 6) $-6a^2 + 4a$. |

2. Разложить на множители:

- | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|
| 1) $\frac{1}{9}x^4 - y^6$; | 2) $9a^2 - 6ab^2 + b^4$; |
| 3) $6x^5y - 9x^4y^2 + 12x^2y^3$; | 4) $x^2 + xy + \frac{1}{4}y^2$; |
| 5) $2n - 4m + n - 2m$; | 6) $a^3 - a^2b^2 - ac^3 + b^2c^3$. |

3. Вводные упражнения.

Важно, чтобы при выполнении этих заданий учащиеся обосновывали выбор способа разложения. Традиционно трудным для школьников является самостоятельный выбор способов разложения многочлена на множители. В связи с этим целесообразно уроки по теме провести в форме *групповых занятий* так, чтобы учащиеся с разным уровнем подготовки могли ознакомиться или даже решить и не самые элементарные упражнения. В группах организуется совместная или индивидуальная работа с учебником, обсуждаются пути решения задач; каждый член группы решает конкретные (разные для всех, в частности и по уровню сложности) задачи, а затем вместе обсуждают решения. Представитель каждой группы всему классу рассказывает решение задачи определённого типа или уровня. На первых двух уроках разбираются три примера учебника, после чего формулируется алгоритм поиска способа разложения многочлена на множители. При выполнении упражнений типа **392—396** учащиеся в поиске способа разложения многочлена на множители должны постоянно руководствоваться сформулированным алгоритмом.

Применение формул суммы и разности кубов для разложения на множители многочленов не является обязательным для всех учащихся, поэтому учитель по своему усмотрению в зависимости от возможностей класса на третьем уроке может рассмотреть (или предложить учащимся это сделать самостоятельно) доказательство формул (1) и (2) с последующим выполнением упражнений **404** и **405**. В основном же третий урок следует посвятить выполнению комбинированных упражнений. Кроме упражнений учебника, можно использовать следующие:

1. Разложить на множители:

- 1) $7m^2 - 7$; 2) $6p^2 - 12p + 6$;
 3) $-a^2 + b^2 + a - b$; 4) $2m^3 + 16$.

2. Вычислить $\frac{79^2 - 2 \cdot 79 \cdot 29 + 29^2}{79^2 - 21^2}$.

На последнем уроке можно провести работу, выявляющую степень готовности школьников к контрольной работе по теме. Для этого рекомендуется использовать *тест 4*.

После работы с диалогом рубрики *Шаг вперёд* сильные учащиеся должны отвечать на вопросы: «В каком виде можно записать любое натуральное число по отношению к делению на 2; на 3; на 4?», «Какой остаток при делении на 3 даёт квадрат числа, не делящегося на 3?».

Софизм, представленный в рубрике *Это интересно*, желательно рассмотреть со всеми учащимися, например, на

уроке обобщения знаний. Важно найти ошибку в преобразованиях: делить обе части равенства $a(b - a) = (b - a)(b + a)$ на $b - a$ было нельзя, так как при $a = b$ значение выражения $b - a$ равно нулю.

Распределение учебного материала по урокам может быть, например, таким:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 23 до задачи	ВУ; № 392—396; ДМ № 1—4	№ 392 (3), 393 (3), 394 (3), 396 (3)	№ 414, 418; ДМ № 10 (1, 2), 11 (1, 2); ПЗ № 5, 6; это интересно (с. 142)
2	§ 23 до задачи	№ 397—399, 412; ДМ № 5	№ 397 (3), 398 (3)	ДМ № 10 (3, 4), 11 (3, 4), 15 (1); РТ № 10
3	§ 23	№ 400—405	Тест 4	№ 415, 423; ПЗ № 9; 406, 407; шаг вперёд (с. 141)

В результате изучения параграфа все учащиеся должны знать алгоритм поиска способов разложения многочлена на множители, уметь им воспользоваться при выполнении упражнений типа **393, 394, 396** и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

401. 3) $x^5 - x^4 - 2x^3 + 2x^2 + x - 1 = x^4(x - 1) - 2x^2(x - 1) + (x - 1) = (x - 1)(x^4 - 2x^2 + 1) = (x - 1)(x^2 - 1)^2 = (x - 1) \times (x - 1)^2(x + 1)^2 = (x - 1)^3(x + 1)^2$, $(x - 1)^3(x + 1) = 0$ при $x = 1$ и $x = -1$.

402. $27^2 - 14^2 = (27 - 14)(27 + 14) = 13 \cdot 41$. Полученное произведение делится на 13, значит, и число $27^2 - 14^2$ делится на 13.

403. $(7n - 2)^2 - (2n - 7)^2 = (7n - 2 - 2n + 7)(7n - 2 + 2n - 7) = (5n + 5)(9n - 9) = 5 \cdot 9(n + 1)(n - 1)$. Полученное выражение при любом целом n делится и на 5, и на 9.

406. 1) $x^3 + x^2 - 12 = (x^3 - 8) + (x^2 - 4) = (x - 2)(x^2 + 2x + 4) + (x - 2)(x + 2) = (x - 2)(x^2 + 3x + 6)$;

$$2) a^3 - 7a + 6 = (a^3 - 1) - (7a - 7) = (a - 1)(a^2 + a + 1) - 7(a - 1) = (a - 1)(a^2 + a - 6) = (a - 1)(a - 2)(a + 3).$$

407. $(n + 1)^3 - n^3 = 3n^2 + 3n + 1 = 3(n^2 + n) + 1 = 3k + 1$, т. е. не делится на 3.

Урок обобщения знаний и представления исследовательских работ (1/1 ч)

На уроке проводится анализ выполнения *теста 4* и коррекция знаний.

Рассматриваются упражнения 408—412, 417. Проводится анализ условий и обсуждаются пути решения следующих упражнений: дидактические материалы, § 22, № 20, 21, № 834, 835.

В заключение обсуждаются отчёты по выполнению исследовательских работ и заслушиваются результаты лучших из них.

Контрольная работа № 4

1. Записать выражение

$$25 - 12x + (x - 5)(x + 5) - (5 - x)^2$$

$$[(3 - x)^2 - (x - 3)(x + 3) + 5x + 22]$$

в виде многочлена стандартного вида.

2. Разложить многочлен на множители:

1) $2ab - 3a$; 2) $6x^6 + 8x^2$;

3) $\frac{1}{4}a^2 - 81$; 4) $x^2 - 12x + 36$.

[1) $3m - 3mn$; 2) $8x^3 - 12x^6$;

3) $49 - \frac{c^2}{9}$; 4) $64 + 16y + y^2$.]

3. Представить в виде произведения выражение $y(x + 0,2) - 2,7(x + 0,2)$ [$y(1,7 - x) - 4,3(1,7 - x)$] и найти его числовое значение при $x = 1,8$, $y = 16,7$ [$x = 0,2$, $y = 12,3$].

4. Разложить на множители:

1) $3x^2 + 12xy + 12y^2$; 2) $8a(b - 3) + c(3 - b)$;

3) $x^2 + 3x - 2xy - 6y$.

[1) $18a^2 - 12ab + 2b^2$; 2) $3a(b + 4) + 2c(-b - 4)$;

3) $x^2 + 2xy - 4x - 8y$.]

5. Решить уравнение

$$(x - 1)(x^2 + x + 1) - x^2(x - 1) = 0.$$

$$[x^2(x + 2) - (x + 2)(x^2 - x + 3) = 0.]$$



Возможность изучения алгебраических дробей в 7 классе обеспечивается развитием числовой линии начал алгебры, согласно которой существенных различий между обыкновенными и алгебраическими дробями нет. А полезность изучения данной темы в этом месте курса алгебры оправдывается тем, что в нём непосредственно и активно используется только что изученный материал предыдущих глав учебника.

Близкая связь обыкновенных и алгебраических дробей повышает роль теории при изучении этой темы, делает практику алгебраических преобразований обоснованной, а умение их выполнять осознанным.

Опыт показывает, что при формировании умений производить действия над алгебраическими дробями следует сразу условиться, что буквы, входящие в запись алгебраических дробей, принимают такие значения, при которых их знаменатели не равны нулю (исключения будут рассматриваться позже).

Учителю необходимо иметь в виду, что действия с алгебраическими дробями традиционно сложны для многих учащихся (в ряде учебников эта тема рассматривается в 8 классе).

Предполагается, что навыки выполнения действий над алгебраическими дробями формируются шаг за шагом на протяжении всего курса. Поэтому сложность предложенных в учебнике упражнений возрастает постепенно.

Для того чтобы не нарушалась логика построения начального курса алгебры, действия над алгебраическими дробями рассматриваются в традиционной последовательности, начиная с действий первой ступени.

Предметными целями изучения главы V являются:

- овладение приёмами выполнения преобразований алгебраических дробей, необходимыми для продолжения обучения математике;
- формирование умений применять приёмы преобразования алгебраических дробей при решении уравнений, сводящихся к линейным;
- пропедевтика функциональных понятий при нахождении числовых значений выражений;

- развитие умений работать с математическим текстом, грамотно выражать свои мысли, используя математическую терминологию;
- развитие интереса к математическому творчеству, развитие математических способностей.

Метапредметные цели изучения главы:

- формирование представлений о развитии алгебры от Диофанта до И. Ньютона, о значимости алгебры в современной науке;
- развитие представлений о математике как методе познания действительности;
- формирование умений применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач;
- формирование умений действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;
- формирование умений самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных задач;
- формирование умений в овладении навыками контроля и самоконтроля.

Личностные цели изучения главы:

- формирование ответственного отношения к учению, готовности к саморазвитию и самообразованию;
- формирование уважительного отношения к другому человеку, его мнению;
- формирование готовности и способности вести диалог и достигать взаимопонимания;
- формирование умений сотрудничать со сверстниками и взрослыми в процессе образовательной деятельности.

В результате изучения главы V все учащиеся должны правильно выполнять сокращение алгебраической дроби, приведение дробей к общему знаменателю, арифметические действия над дробями (в том числе и совместные) при решении упражнений типа 440, 441, 443, 454, 456, 465, 471, 485, 487, 495, 500, а также из рубрики *Проверь себя!* (I уровень).

§ 24 Алгебраическая дробь. Сокращение дробей (3/3 ч)

Цели изучения параграфа — знакомство с понятием алгебраической дроби на конкретных примерах; перенос знакомого учащимся основного свойства обычно-

венных дробей на алгебраические дроби и применение этого свойства в простейших случаях сокращения алгебраических дробей; формирование умения ставить перед собой новые задачи в учёбе и познавательной деятельности.

Читая введение к главе V учебника, школьник получает возможность обратиться к решению важных для него нравственных проблем. Знакомство с высказыванием великого русского писателя Л. Н. Толстого, осознание сути этого высказывания способствует формированию нравственного поведения и ответственного отношения к собственным поступкам.

Вместе с тем это высказывание напоминает, чем, по сути, является обыкновенная дробь. Далее ученик понимает, что ему предстоит узнать о дробях много нового. Таким образом, обсуждение введения к главе полезно провести в начале изучения темы и, возможно, обращаться к нему ещё не один раз.

Изучение темы начинается с повторения основного свойства обыкновенной дроби. Прodelать это можно, например, с помощью нескольких заданий, записав предварительно это свойство в общем виде:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m}; \quad \frac{a}{b} = \frac{a : m}{b : m}.$$

1. Завершить преобразование дроби:

$$1) \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \dots; \quad 2) \frac{8}{7} = \frac{8 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \dots; \quad 3) \frac{6}{8} = \frac{6 : 2}{8 : 2} = \dots.$$

2. Вводные упражнения 1 и 2.

3. Заполнить пропуски:

$$1) \frac{2}{3} = \frac{\square}{12} = \frac{10}{\square} = \frac{\square}{-21} = -\frac{20}{\square}; \quad 2) \frac{5}{4} = \frac{25}{\square} = \frac{\square}{12} = \frac{-15}{\square} = -\frac{\square}{8}.$$

При изучении главы V рекомендуется регулярно повторять приёмы разложения многочленов на множители при выполнении разложений многочленов, например, такого вида:

$$\begin{array}{ll} 9x^2 - 16y^2; & 4a^2 + 4ab + b^2; \\ 2x^3 - 8x^2 + 8x; & (a - b)^2 - b + a. \end{array}$$

На первом уроке с помощью задачи 1 параграфа вводится понятие алгебраической дроби, значения алгебраической дроби и допустимых значений букв, входящих в дробь. Выполняются упражнения 427—430, предварив выполнение упражнения 431 следующими заданиями:

- 1) из формулы $s = vt$ выразить t ;
- 2) из формулы $S = \frac{1}{2}ah$ выразить a .

При желании учитель может упражнение 430 дополнить упражнениями из дидактических материалов, § 24, № 1 и 2.

На втором уроке обсуждаются ответы на устные вопросы 1—4 к параграфу и решения вводных упражнений 3 и 4, затем в соответствии с текстом параграфа вводится основное свойство дроби и выполняются упражнения 432, 433. После решения задачи 2 и знакомства с правилами сокращения дроби выполняются упражнения 434—436 (1, 3), 438, 439 (1, 3) и рассматривается задача 3 текста учебника. После этого выполняются упражнения 436 (5), 437, 439 (5).

На третьем уроке выполняются вводные упражнения 5 и 6, отрабатывается умение сокращать алгебраические дроби в ходе выполнения упражнений.

Знакомство с *Диалогом об истории* может произойти на одном из трёх уроков или быть предложено в качестве задания на дом. Желательно, чтобы ученики могли отвечать на следующие вопросы: «В какой книге Диофанта встречаются выражения, которые теперь называют алгебраическими дробями?», «В книге какого автора впервые буквенными символами описаны действия с алгебраическими дробями?», «На какие различия обыкновенных и алгебраических дробей обращал внимание автор книги „Всеобщая арифметика“?», «Как вы думаете, почему в названиях первых книг, в которых речь идёт об алгебраических выражениях и действиях над ними, присутствует слово „арифметика“?».

После обсуждения этого диалога целесообразно предложить учащимся выбрать темы исследовательских работ.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 24 до основного свойства дроби	ВУ 1, 2; № 427—431; ДМ № 1, 2	№ 428; ДМ № 1	ПЗ № 1—4; диалог об истории (с. 153)
2	§ 24	ВУ 3, 4; УВ 1—4; № 432—439	№ 432 (3), 435 (3), 436 (3), 438 (3)	№ 449, 450; ДМ № 23; диалог об истории
3	§ 24	ВУ 5, 6; № 440—448	№ 441 (1, 3), 443 (1, 3)	№ 838, 520; РТ № 13, 14; диалог об истории

В результате изучения параграфа все учащиеся должны научиться выполнять сокращение алгебраических дробей, предложенных в упражнениях типа 439—443, и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

$$449. 1) \frac{3a^3 + ab^2 - 6a^2b - 2b^3}{9a^5 - ab^4 - 18a^4b + 2b^5} = \frac{a(3a^2 + b^2) - 2b(3a^2 + b^2)}{a(9a^4 - b^4) - 2b(9a^4 - b^4)} =$$

$$= \frac{(3a^2 + b^2)(a - 2b)}{(3a^2 - b^2)(3a^2 + b^2)(a - 2b)} = \frac{1}{3a^2 - b^2}.$$

Пусть $a = 0,2$, $b = 0,4$, тогда

$$\frac{1}{3a^2 - b^2} = \frac{1}{3 \cdot 0,2^2 - 0,4^2} = \frac{1}{0,12 - 0,16} = \frac{1}{-0,04} = -25.$$

$$450. 1) \text{ Если } a > 0, \text{ то } \frac{|a|}{2a} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2};$$

$$3) \text{ если } a < 0, \text{ то } \frac{-2a}{|a|} = \frac{-2a}{-a} = 2.$$

$$838. 1) \frac{a^2 - a - 2}{a^2 - 2a - 3} = \frac{a^2 - 1 - a - 1}{a^2 - 1 - 2a - 2} = \frac{(a-1)(a+1) - (a+1)}{(a-1)(a+1) - 2(a+1)} =$$

$$= \frac{(a+1)(a-1-1)}{(a+1)(a-1-2)} = \frac{a-2}{a-3};$$

$$2) \frac{a^3 - a^2 - a + 1}{a^3 + a^2 - a - 1} = \frac{a^2(a-1) - (a-1)}{a^2(a+1) - (a+1)} = \frac{(a-1)(a^2-1)}{(a+1)(a^2-1)} = \frac{a-1}{a+1};$$

$$3) \frac{a^2 + ab - 6b^2}{a^2 - ab - 2b^2} = \frac{a^2 - 4b^2 + ab - 2b^2}{a^2 - b^2 - ab - b^2} =$$

$$= \frac{(a-2b)(a+2b) + b(a-2b)}{(a-b)(a+b) - b(a+b)} = \frac{(a-2b)(a+2b+b)}{(a+b)(a-b-b)} = \frac{a+3b}{a+b};$$

$$4) \frac{2a^2 - ab - b^2}{2a^2 + 3ab + b^2} = \frac{a^2 - ab + a^2 - b^2}{2a^2 + 2ab + ab + b^2} = \frac{a(a-b) + (a-b)(a+b)}{2a(a+b) + b(a+b)} =$$

$$= \frac{(a-b)(a+a+b)}{(a+b)(2a+b)} = \frac{a-b}{a+b}.$$

§ 25 Приведение дробей к общему знаменателю ($\frac{2}{3}$ ч)

Цели изучения параграфа — формирование у учащихся умения приводить алгебраические дроби к общему знаменателю; формирование умений самостоятельно устанавливать аналогии, формулировать алгоритмы.

Первый урок по теме рекомендуется начать с повторения приведения обыкновенных дробей к общему знаменателю, а также действий умножения и деления одночлена на одночлен. Сделать это можно с помощью следующих заданий:

1. Вводное упражнение 1.

2. Привести дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{9}$ к знаменателю 18.

3. Привести к наименьшему общему знаменателю дроби:

1) $\frac{1}{8}$ и $\frac{5}{6}$; 2) $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{12}$; 3) $\frac{4}{15}$ и $\frac{7}{12}$; 4) $\frac{1}{8}$, $\frac{7}{10}$ и $\frac{3}{5}$.

4. Вводные упражнения 2 и 3.

5. Найти частное двух выражений:

1) $18a^2b^3 : (2ab)$; 2) $18a^2b^3 : (3a^2b^3)$; 3) $18a^2b^3 : (-6ab^2)$.

После актуализации знаний рассматривается задача 1 текста параграфа и выполняются упражнения 451—453, 457.

Второй урок можно начать с повторения на конкретных примерах разложения многочленов на множители способом вынесения общего множителя за скобки, по формулам сокращённого умножения и способом группировки.

На этом уроке рассматривается приведение к общему знаменателю дробей, знаменатели которых многочлены. Исходя из того что общий знаменатель должен делиться на знаменатель каждой из данных дробей, рассматривается упражнение 454 (1), где общим знаменателем является произведение знаменателей данных дробей. Далее в ходе выполнения упражнений учащиеся должны выявить (и сформулировать) алгоритм нахождения общего знаменателя алгебраических дробей:

1) разложить знаменатель каждой дроби на множители;

2) выписать знаменатель одной из дробей (обычно той, знаменатель которой имеет наибольшее количество множителей);

3) сравнить его со знаменателями остальных дробей и домножить на недостающие (если они есть) множители.

А для приведения дробей к общему, уже найденному знаменателю необходимо выполнить условия 2—4, сформулированные на с. 155—156 в алгоритме приведения алгебраических дробей к общему знаменателю.

Далее можно рассмотреть решение задачи 2 или продемонстрировать (при выполнении упражнения 458 (1)) применение сформулированного алгоритма приведения дробей к общему знаменателю.

При наличии времени может быть проведена проверочная самостоятельная работа.

Привести к общему знаменателю дроби:

1) $\frac{1}{12}; \frac{5}{24}; \frac{7}{36};$

2) $\frac{1}{2x}; \frac{3}{4xy}; \frac{5}{6y};$

3) $\frac{5m}{6m+6n}; \frac{mn}{2m^2-2n^2};$

4) $\frac{1}{x^2-2x+1}; \frac{1}{1-x}; \frac{1}{x^2-1}.$

1) $\frac{7}{18}; \frac{5}{27}; \frac{4}{9};$

2) $\frac{2}{3a}; \frac{4}{9b}; \frac{5}{18ab};$

3) $\frac{3c}{10b-10c}; \frac{bc}{5b^2-5c^2};$

4) $\frac{1}{a-1}; \frac{1}{1-a^2}; \frac{1}{1-2a+a^2}.$

Идеи, высказанные в рубрике *Это интересно* будут использоваться при решении других задач. Поэтому желательно разобрать предложенное в ней задание со всеми учащимися так, как это делает в диалоге Тёма.

Необходимо обратить внимание на рассуждения обоих ребят, дать им оценку и подчеркнуть манеру ведения диалога мальчиком: он не согласен с выводом девочки, но возражает вежливо и аргументированно.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 25 до задачи 2	ВУ; № 451—453, 457 (1—3); ДМ № 1 (1—4), 2, 3 (1, 2)	№ 452 (3), 453 (3), 457 (3)	№ 459
2	§ 25	№ 454—456, 458	Самостоятельная работа из текста пособия	№ 460, 461; ДМ № 10, 11; это интересно (с. 158)

В результате изучения параграфа все учащиеся должны научиться приводить к общему знаменателю дроби в упражнениях типа 453, 455, 456 и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

461. 1) Знаменатели дробей:

$$x^{4n} - y^{4n} = (x^{2n} - y^{2n})(x^{2n} + y^{2n}) = (x^n - y^n)(x^n + y^n)(x^{2n} + y^{2n});$$

$$x^{2n} - y^{2n} = (x^n - y^n)(x^n + y^n);$$

$$x^n - y^n.$$

Общий знаменатель дробей:

$$(x^n - y^n)(x^n + y^n)(x^{2n} + y^{2n}).$$

О т в е т. $x^{4n} - y^{4n}$.

§ 26 Сложение и вычитание алгебраических дробей (5/6 ч)

Цели изучения параграфа — формирование умений складывать и вычитать алгебраические дроби с одинаковыми и разными знаменателями; развитие умений определять способы действий в рамках предложенных условий, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией.

До изучения основного материала параграфа рекомендуется повторить сложение и вычитание обыкновенных дробей, например, с помощью вводного упражнения 1 и следующих заданий:

1. Выполнить действия:

$$1) \frac{5}{7} - \frac{1}{7} + \frac{2}{7}; \quad 2) \frac{4}{9} + \frac{1}{9} - \frac{2}{9}; \quad 3) \frac{1}{4} + \frac{1}{3};$$

$$4) \frac{5}{8} - \frac{1}{2}; \quad 5) \frac{1}{12} + \frac{1}{18}; \quad 6) \frac{3}{4} - \frac{1}{10}.$$

Для сложения и вычитания обыкновенных дробей с одинаковыми знаменателями следует выписать на доске в общем виде правила $\frac{a}{m} \pm \frac{b}{m} = \frac{a \pm b}{m}$ и в дальнейшем пере-

носить их на действия с алгебраическими дробями, имеющими одинаковые знаменатели. В подготовительные работы к урокам по этой теме необходимо включать определённые задания на действия с одночленами и многочленами, упражнения на приведение дробей к общему знаменателю, которые можно выбрать из вводных упражнений, а также, например, из следующих:

2. Выполнить действия:

- 1) $5a^3b \cdot a$; 2) $2a^2b^3 \cdot 3ab$; 3) $12a^3b^2 : 6ab$;
 4) $12a^3b : 4a^3$; 5) $(a+b)(a-b)$; 6) $(3x-y)(y+3x)$;
 7) $a^3(3a-c^3)$; 8) $2m^2n^5(m-n)$; 9) $(x+y)(x+y)$;
 10) $(a-2b)(a-2b)$.

3. Упростить:

- 1) $15a - b + (3a - 5b)$; 2) $15a - b - (3a - 5b)$;
 3) $3(2x^2 - 7y) - 2x(3x - 5y)$; 4) $2mn(1 - m) - 3(mn + 1)$.

4. Привести к общему знаменателю дроби:

- 1) $\frac{1}{8x}$ и $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{xy^2}$, $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{2x^2}$;
 3) $\frac{1}{4a^3b^5}$, $\frac{1}{3a^2b}$ и $\frac{1}{6a^4b^2}$; 4) $\frac{1}{(a-b)^2}$ и $\frac{1}{2(a-b)}$;
 5) $\frac{1}{x-y}$ и $\frac{1}{y-x}$; 6) $\frac{1}{(x-y)^2}$ и $\frac{1}{(y-x)}$;
 7) $\frac{1}{a^2-b^2}$ и $\frac{1}{b+a}$; 8) $\frac{1}{a^2-b^2}$ и $\frac{1}{(a-b)^2}$.

На первых этапах обучения сложению и вычитанию алгебраических дробей записи преобразований следует выполнять аналогично тому, как это показано в разобранных задачах текста параграфа. Далее можно перейти к более краткой форме записи выполнения действий. (Обе формы записи являются равноправными.)

$$465. 2) \frac{2\sqrt[4]{x^2}}{3y^3} - \frac{1\sqrt[2]{y^2}}{6x^2y} + \frac{5\sqrt[5]{xy}}{12xy^2} = \frac{8x^2 - 2y^2 + 5xy}{12x^2y^3}.$$

$$470. 1) \frac{12n - 5\sqrt[1]}{n^2 - 49} + \frac{6\sqrt{-(n+7)}}{7-n} = \frac{12n - 5 - 6n - 42}{(n-7)(n+7)} = \frac{6n - 47}{n^2 - 49}.$$

При сложении и вычитании дробей с разными знаменателями учащимся рекомендуется проговаривать соответствующие этапы алгоритма, сформулированного на с. 160 учебника.

На первых двух уроках выполняются упражнения на сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями, являющимися одночленами; рассматриваются решения задач 1 и 2 текста учебника, после чего учащиеся самостоятельно выполняют, например, такие задания:

1. Сложить дроби $\frac{x+y}{x-y}$, $\frac{3x-y}{x-y}$ и $\frac{2y-6x}{x-y}$.

2. Найти разность дробей $\frac{2a+b}{a^2-b^2}$ и $\frac{a}{a^2-b^2}$.

После рассмотрения задач 3 и 4 выполняются упражнения **463—465** и **476**, а при наличии времени **506** и **508**.

На последующих уроках рассматриваются задачи 5 и 6 текста параграфа и выполняются соответствующие им упражнения на сложение и вычитание дробей со знаменателями, требующими разложения их на множители различными способами.

На последнем уроке по теме может быть проведена проверочная самостоятельная работа следующего содержания:

1. Выполнить действия:

$$1) \frac{2}{3a^2b^5} + \frac{3}{4a^3b^4}; \quad 2) 3 - \frac{c}{b} - \frac{d}{b^2};$$

$$3) \frac{4}{x+3} - \frac{5}{x-3} + \frac{4x+36}{9-x^2}.$$

$$\left[1) \frac{5}{2x^3y^4} + \frac{3}{6x^4y^2}; \quad 2) b - \frac{1}{a} - \frac{1}{a^2}; \right.$$

$$3) \left. \frac{2}{x+4} - \frac{5x+4}{16-x^2} + \frac{3}{4-x} \right]$$

2. Решить уравнение $\frac{4x-3}{6} = \frac{5-x}{2} - \frac{3x-1}{4}$.
 $\left[\frac{5x-7}{3} - \frac{3x-5}{4} = \frac{x+2}{2} \right]$

Материал рубрики *Разговор о важном* является логическим продолжением материала рубрики *Это интересно* к § 25. Важно, чтобы школьники внимательно прочитали и обсудили этот диалог, обращая внимание на то, как участники беседы вспоминают изученное, как помогают друг другу, как рассуждают, пытаются решить задачу. В результате полезно выполнить предложенные для самостоятельной работы задания (похожие задания (**825** и **826**) имеются в конце учебника).

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 26, задачи 1, 2	ВУ 1, 2; № 462—464; ДМ № 1	№ 462 (3), 463 (3)	ПЗ № 4, 5

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
2	§ 26, задачи 3, 4	№ 465, 466, 506 (1, 2); ДМ № 2, 3	№ 464 (3); ДМ № 2 (3)	№ 518
3	§ 26, задачи 5, 6	№ 476 (1, 2), 508 (1, 2), 467—469, 472 (1, 2)	№ 467 (3), 468 (3), 464 (3)	№ 477
4	§ 26	№ 470, 471, 474 (1, 2)	№ 471 (3), 506 (3)	№ 478, 479; разговор о важном (с. 162)
5	§ 26	№ 474 (3, 4), 475, 476 (3, 4), 477; ДМ № 7, 8	Самостоятельная работа из текста пособия	№ 522, 825, 826

В результате изучения параграфа все учащиеся должны научиться находить сумму и разность алгебраических дробей с разными знаменателями в упражнениях типа **465, 467, 470, 469** и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

$$518. 1) \frac{1}{R} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2}, \text{ откуда } R = \frac{R_1 R_2}{R_2 + R_1};$$

$$2) \frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} - \frac{1}{R_2}, \frac{1}{R_1} = \frac{R_2 - R}{R R_2}, \text{ откуда } R_1 = \frac{R R_2}{R_2 - R}.$$

$$522. \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = \frac{a(c+a)(a+b) + b(b+c)(a+b) + c(b+c)(c+a)}{(b+c)(c+a)(a+b)}.$$

Преобразуем чис-

литель этой дроби:

$$\begin{aligned} a^2c + \underline{acb} + \underline{a^3} + a^2b + b^2a + \underline{b^3} + cba + cb^2 + c^2b + cba + \underline{c^3} + c^2a &= \\ = \underbrace{(a^3 + b^3 + c^3 + abc)}_{\text{по условию равно нулю}} + (a^2c + a^2b) + (abc + ab^2) + (abc + ac^2) + \\ + (b^2c + bc^2) &= a^2(b+c) + ab(b+c) + ac(b+c) + bc(b+c) = \end{aligned}$$

$$= (b+c)((a^2+ab)+(ac+bc)) = (b+c)(a(a+b)+c(a+b)) = \\ = (b+c)(a+b)(a+c).$$

Таким образом, $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = \frac{(b+c)(a+b)(a+c)}{(b+c)(c+a)(a+b)} = 1$
при $a+b \neq 0$, $b+c \neq 0$ и $a+c \neq 0$, что и требовалось доказать.

§ 27 Умножение и деление алгебраических дробей (4/4 ч)

Цели изучения параграфа — формирование умения выполнять умножение и деление алгебраических дробей, перенося на алгебраические дроби правила действий с обыкновенными дробями; развитие умения создавать обобщения и делать выводы.

В устную работу к первым двум урокам по теме желательно включать задания на действия умножения, деления и возведения в степень обыкновенных дробей:

1. Вычислить:

- | | | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|---|
| 1) $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{9}$; | 2) $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{8}$; | 3) $\frac{1}{6} \cdot 3$; | 4) $4 \cdot \frac{2}{3}$; |
| 5) $\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$; | 6) $\frac{2}{5} : \frac{2}{3}$; | 7) $\frac{8}{15} : 4$; | 8) $4 : \frac{8}{15}$; |
| 9) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$; | 10) $\left(2\frac{1}{3}\right)^2$; | 11) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$; | 12) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$; |
| 13) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$; | 14) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$; | 15) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$; | 16) $\frac{2^5}{3} \cdot \frac{3^2}{2^4}$. |

2. Вводные упражнения.

После записи в общем виде правил умножения и деления дробей, а также возведения дроби в степень рассматривается задача 1 текста параграфа, выполняются упражнения на умножение и деление дробей с одночленами в числителе и знаменателе. Затем разбираются задачи 2 и 3 учебника и выполняются упражнения обязательного уровня на деление и умножение дробей, в числителе и знаменателе которых многочлены.

На третьем и четвертом уроках в устную работу рекомендуется включать задания на повторение свойств степеней и разложение многочленов на множители. На этих уроках выполняются более сложные упражнения. На последнем уроке изучения темы можно провести проверочную самостоятельную работу:

1. Выполнить действия:

$$1) \frac{2x^6y^7}{z^3} \cdot \frac{y^2z^6}{6x^5}; \quad 2) \frac{5m^2}{3n^3} : (15mn); \quad 3) \left(\frac{2a^2}{3b} \right)^2 \cdot 12ab.$$

$$\left[1) \frac{8a^6b^3}{3c} : \frac{4a^3}{bc^8}; \quad 2) 18x^2y \cdot \left(\frac{2x}{3y^3} \right)^2; \quad 3) 10mn : \frac{2n^2}{5m^3} \cdot \right]$$

2. Найти значение выражения $\frac{x^2-1}{3xy+3y} \cdot \frac{y^3}{1-x}$ при $y = -0,9$.

$$\left[\frac{a^2-b^2}{5a^2b+5ab^2} \cdot \frac{a^4 \cdot b}{b-a} \text{ при } a = -2. \right]$$

На этих и следующих уроках при умножении и делении алгебраических дробей, в числителях и (или) знаменателях которых встречаются многочлены, следует особое внимание учащихся обращать на правильное сокращение дробей, предупреждая достаточно распространённую ошибку «сокращения на слагаемые».

Знакомство с диалогом рубрики *Шаг вперёд* можно предложить учащимся осуществить дома, при этом порекомендовать попытаться самостоятельно выполнить задание, о котором мальчик сказал, что с ним справится. На следующем уроке обсудить это решение и предложить найти путь решения второй задачи. После внимательного изучения рекомендаций Профессора школьники должны найти решение самостоятельно.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 27	ВУ; № 480—484 (1, 2)	№ 482 (5), 483 (3)	ПЗ № 6, 3
2	§ 27	№ 484 (3, 4), 485, 486; ДМ № 2—4	№ 484 (3), 485 (3), 486 (3)	№ 491, 514; РТ № 9; шаг вперёд (с. 167)
3	§ 27	№ 487, 488 (1, 2), 489, 507; ДМ № 5, 6	№ 487 (3), 488 (1)	№ 492; ДМ № 9; РТ № 10; шаг вперёд (с. 167)

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
4	§ 27	№ 488 (3, 4), 490, 511; ДМ № 7, 8	Самостоятельная работа из текста пособия	№ 493, 494; ДМ № 10

В результате изучения параграфа все учащиеся должны уметь применять правила выполнения действий умножения, деления и возведения в степень алгебраических дробей в заданиях типа 485, 487 и уметь отвечать на устные вопросы к параграфу.

§ 28 Совместные действия над алгебраическими дробями (5/5 ч)

Цели изучения параграфа — систематизация знаний учащихся по выполнению арифметических действий над алгебраическими дробями; формирование умений в выполнении двух-трёх совместных действий с дробями; формирование умений организовывать учебное сотрудничество, работать в группе.

При рассмотрении материала параграфа повторяется порядок выполнения действий. Для этого в подготовительную работу в начале уроков можно включать вводные упражнения и задания на вычисления с конкретными числами, которые в общем виде можно записать так: $(a - b) : c$, $a - b : c$, $a \cdot b - c$, $a(b - c)$, $a : b + c$, $a : (b + c)$, $a - b : (c + d)$, $(a - b) : c + d$, $(a - b) : (c + d)$, $a - b^2$, $a + b^2c$ и т. п.

Записи решений упражнений можно вести так, как это сделано в задачах 1 и 2 учебника, заменяя словесные пояснения о выполнении конкретного действия нумерацией действий, как это привыкли делать учащиеся в 6 классе при выполнении совместных действий с рациональными числами. Запись решения в виде непрерывной цепочки преобразований, как это показано в задачах 1 и 3, от исходного выражения до окончательного ответа для большинства учащихся трудна, а в ряде случаев и неоправданно громоздка. Поэтому учитель в зависимости от готовности класса либо приучает школьников к однозначно постоянному выполнению упражнений такого типа всегда по действиям, либо учит их видеть, как проще (рациональнее)

выполнять (по действиям или цепочкой) то или иное задание.

На отведённых на изучение параграфа уроках в произвольной комбинации учитель рассматривает с классом задачи текста учебника и подкрепляет их разбор самостоятельным или с его помощью выполнением упражнений.

Для самостоятельной работы на этих уроках рекомендуются упражнения из учебника, дидактических материалов, сборника тестовых заданий, а также следующие задания:

Выполнить действия:

$$1) \frac{a}{b} - \frac{a^2 - b^2}{b^2} \cdot \frac{b}{a + b}; \quad 2) \left(x + 2 + \frac{1}{x - 2} \right) : \frac{x^2}{4 - 4x + x^2};$$

$$3) \left(\frac{m^2}{m + n} - \frac{m^3}{m^2 + 2mn + n^2} \right) : \left(\frac{m^2}{n^2 - m^2} + \frac{m}{m + n} \right);$$

$$4) \frac{24a}{a - 4} + \left(\frac{3a}{a - 4} - \frac{6a}{a^2 - 8a + 16} \right) : \frac{a - 6}{16 - a^2}.$$

Работа на уроках может быть организована и по группам. Это могут быть группы учащихся как одного уровня математической подготовки, так и разного. Соответственно и выбор обязательных для выполнения заданий (с заранее сообщёнными балловыми оценками каждого из них) предполагается разным при условии, что школьникам будет сообщено, что суммарная оценка за каждое верно выполненное задание в баллах определит общую оценку за работу по изучению темы.

Важно, чтобы в группах была организована взаимопомощь, а на каждом уроке представитель каждой группы докладывал у доски о решении той или иной задачи по выбору учителя. Желательно, чтобы за 5 уроков у доски побывал каждый ученик класса, а на доске были разобраны разные по уровню сложности упражнения.

На последнем уроке изучения темы желательно провести проверку (с помощью *теста 5*) полученных умений в действиях с дробями. Проверить выполнение теста нужно в классе и по итогам проверки сформулировать учащимся индивидуальные маршруты подготовки к предстоящей контрольной работе. В домашнюю работу могут включаться задания рубрики *Проверь себя!*.

Изучение *Разговора о важном* можно предложить для домашней работы, чтобы школьники на следующем уроке, опираясь на материал диалога, обсудили путь решения задачи **504**. Желательно, чтобы решение этой задачи

они выполнили самостоятельно. Дополнительно можно предложить выполнить следующие задания:

1. Известно, что $x + \frac{1}{x} = 10$. Найти $x^2 + \frac{1}{x^2}$.

2. Упростить:

$$1) \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1+x}}}; \quad 2) 1 + \frac{a}{1 - \frac{a}{a + \frac{a}{a-1}}}.$$

Возможная запись решения.

1. Если $x + \frac{1}{x} = 10$, то $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 100$, $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 100$,

откуда $x^2 + \frac{1}{x^2} = 98$.

2. 1) $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1+x}}} = \frac{1}{1 - \frac{1+x}{x}} = \frac{x}{-1} = -x;$

2) $1 + \frac{a}{1 - \frac{a}{a + \frac{a}{a-1}}} = 1 + \frac{a}{1 - \frac{a(a-1)}{a^2}} = 1 + \frac{a^2}{1} = 1 + a^2.$

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 28, задача 1	ВУ 1—2; № 495; ДМ № 1	№ 495 (3, 6)	ПЗ № 8; № 780
2	§ 28, задача 2	№ 496, 497; ДМ № 2, 3	№ 497 (1); ДМ № 2 (3)	№ 516, 517, 519; разговор о важном (с. 171)
3		№ 498, 499, 501 (1, 2); ДМ № 4	№ 498 (1)	№ 504, 522; ДМ № 8
4	§ 28, задача 3	№ 500, 502 (1, 2); ДМ № 5	Тест 5	№ 503, 505; РТ № 5

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
5	§ 28	№ 501 (3, 4), 502 (3, 4)	Самостоятельная работа из текста пособия	№ 798; ДМ № 9

В результате изучения параграфа все учащиеся должны правильно определять порядок действий с дробями, выполнять совместные действия с алгебраическими дробями в упражнениях типа **497, 500** и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Решение упражнений

504. Пусть $x + \frac{1}{x} = a$, тогда

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3a.$$

Так как $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = a^3$, то $x^3 + \frac{1}{x^3} + 3a = a^3$, откуда

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = a^3 - 3a = a(a^2 - 3).$$

$$\begin{aligned} \mathbf{505.} \quad & \left(\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{4} - \frac{1}{4x}\right) = \frac{x^2 - 2x + 1 - (x^2 + 2x + 1)}{(x+1)(x-1)} \times \\ & \times \frac{2x - x^2 - 1}{4x} = \frac{-4x}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{-(x-1)^2}{4x} = \frac{4x \cdot (x-1)^2}{(x+1)(x-1) \cdot 4x} = \frac{x-1}{x+1}. \end{aligned}$$

При $-1 < x < 0$ и $0 < x < 1$ значение $x - 1 < 0$, а значение $x + 1 > 0$, поэтому $\frac{x-1}{x+1} < 0$.

Урок обобщения знаний и представления исследовательских работ (1/1 ч)

На этом уроке учитель контролирует и корректирует выполнение индивидуальных заданий для подготовки к предстоящей тематической контрольной работе, рас-

смаатривает наиболее типичные ошибки при выполнении действий с дробями (используя не решённые ранее упражнения к главе, задания рубрики *Проверь себя!* и дидактические материалы).

Вторую половину урока можно посвятить представлению лучших исследовательских работ.

Контрольная работа № 5

1. Выполнить действия:

$$1) \frac{2a-3}{2a} - \frac{b-2}{b}; \quad 2) \frac{3a+9}{8a} \cdot \frac{12a^3}{a+3}; \quad 3) \frac{x^2-y^2}{2x} : (x+y).$$

$$\left[1) \frac{5-6a}{3a} - \frac{1-2b}{b}; \quad 2) \frac{12x^2}{5x-10} \cdot \frac{x-2}{18x}; \quad 3) (a-b) : \frac{a^2-b^2}{3a^2} \right]$$

2. Упростить выражение

$$\frac{15a}{5-a} + \frac{6a}{a^2-25} \cdot \frac{7a+35}{3}.$$

$$\left[\frac{14n}{n-3} + \frac{12n}{(3-n)^2} \cdot \frac{15-5n}{4} \right]$$

3. Найти числовое значение выражения

$$\left(\frac{2x}{x+y} - \frac{2x^2}{x^2+2xy+y^2} \right) \cdot \left(1 + \frac{2y}{x-y} \right) \text{ при } x = -1, y = -\frac{1}{2}.$$

$$\left[\left(\frac{x}{x-y} + \frac{2xy}{x^2-2xy+y^2} \right) \cdot \left(\frac{2x}{x+y} - 1 \right) \text{ при } x = -2, y = -1. \right]$$

4. Решить уравнение

$$\frac{(x+1)^2}{6} + \frac{(x-1)^2}{12} - \frac{x^2-1}{4} = 1.$$

$$\left[\frac{(x+2)^2}{2} - \frac{x^2-4}{4} - \frac{(x-2)^2}{8} = \frac{x^2}{8} \right]$$



Линейная функция и её график (11 ч / 13 ч)

Функция является одним из основных понятий математики, в частности математического анализа. В школьных курсах математики и физики, как правило, рассматриваются числовые функции числового аргумента. Простейшей из них функцией является линейная функция.

В данной главе функция вводится как зависимая переменная, значения которой $y(x)$ вычисляются по определённом правилу по значениям независимой переменной x . Зависимость переменных y и x называют функциональной.

Из всех способов задания функции основным является задание её формулой, так как по формуле, как правило, можно дать наиболее полную её характеристику.

От задания функции формулой учащиеся всегда могут перейти к её заданию графически. Обратная операция не всегда возможна.

Рассматриваемая в главе линейная функция определена на множестве всех действительных чисел, поэтому вопрос об области определения функции здесь не ставится. На этом этапе обучения пока ещё невозможно строго доказать, что графиком линейной функции является вся геометрическая прямая, так как учащиеся знакомы только с рациональными числами (а значит, прямая на самом деле оказывается с «дырочками»). Это утверждение принимается без доказательства.

При рассмотрении линейной функции, заданной формулой или графиком, предлагаются следующие задачи: нахождение значения функции при заданном значении аргумента и обратная ей задача; нахождение промежутков знакопостоянства. Поэтому задачи, связанные с «чтением» графика, ограничиваются только этими вопросами.

При изучении материала данной главы эффективность уроков будет выше, если учитель с учащимися всего класса будет использовать задания рабочих тетрадей.

Предметные цели изучения главы:

- овладение основными функциональными понятиями (функция; зависимая и независимая переменные; задание функции с помощью формулы, таблицы, графика; прямая пропорциональная зависимость; функции $y = kx$ и $y = kx + b$, их графики);
- формирование начального умения использовать функционально-графические представления для решения учеб-

ных и прикладных задач, для описания и анализа реальных зависимостей;

- развитие изобразительных умений и навыков геометрических построений;
- формирование представлений о математике как о методе познания окружающей действительности, как об универсальном языке науки;
- развитие умения работать с учебным математическим и научно-популярным текстом;
- формирование умения чётко и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии.

Метапредметные цели:

- развитие мотивов и интересов познавательной деятельности учащихся;
- формирование умения планировать маршруты достижения цели, выбирать оптимальные способы решения учебных и прикладных задач;
- формирование навыков самоконтроля и самооценки своей деятельности, оценки правильности решения задачи;
- формирование умений устанавливать аналогии в понятиях, явлениях и действиях; классифицировать, создавать обобщения.

Личностные цели:

- формирование целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки;
- развитие интереса к истории, культуре, традициям различных народов, достижениям учёных разных стран и времён;
- формирование уважительного и доброжелательного отношения к другому человеку и его мнению;
- формирование коммуникативной компетентности в общении и совместной деятельности со сверстниками и взрослыми.

В результате изучения главы VI все учащиеся должны уметь строить точки на координатной плоскости по их координатам, находить координаты данной точки на плоскости, иметь представление о функции и её графике, уметь строить график линейной функции и выполнять упражнения типа **582, 586, 600, 601, 604, 605, 607, 608**, а также из рубрики *Проверь себя!* (I уровень), отвечать на устные вопросы, сформулированные в конце каждого параграфа.

Цели изучения параграфа — уточнение и систематизация известных учащимся из курса математики 6 класса понятий, связанных с координатной плоскостью и координатами точек на плоскости; формирование представления о соответствии между точками координатной плоскости и парами чисел $(x; y)$; установление межпредметных связей алгебры и геометрии; формирование графической культуры и навыков самоконтроля.

Предварить введение теоретического материала параграфа можно рассказом об истории возникновения и широкой применимости метода координат, о жизнедеятельности Рене Декарта (за основу рассказа можно взять тексты введения к параграфу и диалога об истории со с. 181).

До начала изучения параграфа повторить материал курса математики 5—6 классов с помощью вводных упражнений.

В ходе рассмотрения теоретической части параграфа для лучшего запоминания всех введённых в параграфе терминов желательно порекомендовать учащимся в тетрадях сделать рисунок, аналогичный рисунку 2.



Рис. 2

Усвоение всех функциональных понятий, вводимых в этом параграфе, происходит наилучшим образом в ходе выполнения практических упражнений и обоснования выполняемых действий. Система упражнений параграфа даёт возможность реализовать связь алгебры и геометрии: при их выполнении целесообразно повторить определения и свойства некоторых геометрических фигур, понятия симметрии относительно прямой и точки.

Рекомендуется выполнить все упражнения к параграфу. Для самостоятельной работы в классе предложить упражнения 525, 527 (1), дома — 524 (2), 528 (2), 532.

Полезно особо обратить внимание учащихся на точки, одна из координат которых равна нулю. Можно выполнить на уроке практически задания, аналогичные следующему:

Отметить на координатной плоскости точки $A(-2; 4)$, $B(2; 6)$, $C(-2; 6)$, $D(-2; -2)$, $E(0; -2)$, $F(0; 4)$. Соединить последовательно точки A , B , C , D , E и F . Определить вид полученной фигуры.

В результате изучения параграфа все учащиеся должны научиться строить точку по её координатам, уметь находить координаты любой точки координатной плоскости с целочисленными координатами и уметь отвечать на устные вопросы, сформулированные в конце параграфа.

§ 30 Функция (2/3 ч)

Цели изучения параграфа — введение понятия функции как зависимой переменной и знакомство учащихся с тремя способами задания функции (формулой, таблицей и графиком); развитие графических навыков; формирование умений создавать, применять и преобразовывать модели решения задач, выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач.

Удобство введения понятия функции как зависимой переменной на данном этапе обучения заключается в том, что не возникает противоречий с трактовкой функциональных понятий в курсе физики, а также в том, что после описания понятий функции и функциональной зависимости появляется возможность непосредственного практического применения этих понятий.

К восприятию понятий числовой функции учащиеся уже готовы: они работали с формулами, алгебраическими выражениями, учились находить числовые значения при различных значениях входящих в выражение букв, изучали диаграммы и элементарные графики, составляли различные таблицы в курсах математики и физики.

На различных этапах уроков по этой теме могут быть полезны следующие (и аналогичные им) устные упражнения, подготавливающие учащихся к восприятию как понятия функции, так и способов её задания:

1. Вводное упражнение 1.
2. Найти числовое значение выражения

$$-\frac{1}{2}x + 5 \text{ при } x = 0; 2; -4; 3.$$

3. Бензоколонка находится на расстоянии 20 км от города по пути к дачному посёлку. Автомобиль, заправившись бензином, поехал в сторону дачного посёлка со скоростью 80 км/ч. Записать формулу для нахождения расстояния, которое будет между городом и автомобилем через t ч после отъезда автомобиля от бензоколонки. Найти s для $t = \frac{1}{4}$; 1,5; 2.

4. Найти числовое значение y по формуле

$$y = x^2 + 1 \text{ при } x = 0; -1; 0,5; -\frac{1}{3}.$$

5. Заполнить таблицу кубов целых чисел от -4 до 4 :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^3									

6. Дана таблица:

x	-2	-1	0	1,5	2	2,5	5
y	-4	-3	-2	-0,5	0	0,5	3

- 1) Указать значение y , соответствующее значению $x = -1$; 2; 5.
 - 2) Какому значению x соответствует значение y , равное -3 ; 0,5?
 - 3) Указать несколько значений x , при которых соответствующее значение y положительно; отрицательно; равно нулю.
7. Вводное упражнение 2.
8. Назвать координаты точек A , B , C , D , E , F , K (рис. 3) и ответить на вопросы:
- 1) Какая точка имеет наименьшую (наибольшую) абсциссу?
 - 2) Какая точка имеет наименьшую (наибольшую) ординату?
 - 3) Какая точка имеет равную нулю абсциссу (ординату)?
 - 4) Какие точки имеют положительные (отрицательные) ординаты?
 - 5) Какие точки имеют абсциссу больше 3?

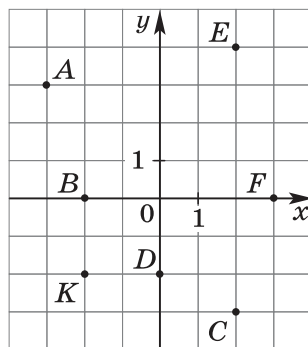


Рис. 3

9. На рисунке 21 (с. 185 учебника) изображён график изменения температуры. После ответов на вопросы упражнения 545 определить:

1) в какое время суток температура поднималась выше 0° ; выше 1° ;

2) в какое время суток температура понижалась; повышалась.

На первом уроке после разбора задачи 1 вводятся понятия переменных — зависимой и независимой. Учащиеся знакомятся с термином «функциональная зависимость», однако добиваться осознания этого понятия следует на том уроке, где будет рассмотрен графический способ задания функции. При рассмотрении конкретных числовых функций на этом уроке следует акцентировать внимание учащихся на том, что функция — это зависимая переменная, значения которой вычисляются по определённому правилу. Необходимо, чтобы учащиеся по условию задачи определяли, какая из переменных — зависимая (т. е. функция), а какая — независимая (т. е. аргумент).

Важно усвоение смысла новых обозначений $s(t)$, $s\left(\frac{1}{2}\right)$, $y(x)$, $y(-2)$ и т. п., а также умение их прочитывать.

Для проверки усвоения смысла введённых в учебнике обозначений можно в ходе рассмотрения задач 1—2 и выполнения упражнения 536 задавать учащимся вопросы следующего характера: «Что означает (в задаче 1) запись

$s\left(\frac{1}{2}\right)$?» При этом нужно добиваться следующих ответов:

«Это путь, пройденный поездом за $\frac{1}{2}$ ч» или «Это значение функции при $t = \frac{1}{2}$ ». Вопросы типа «За какое время

путь, пройденный поездом, будет составлять 600 км?», «При каком значении t верно равенство $s(t) = 1800$?» не только помогут усвоению понятия функции, но и позволят повторить решение уравнений с одним неизвестным. В устную работу при изучении этого параграфа полезно включать задания, аналогичные упражнению 537, а также решение уравнений типа

$$120t = 60, 3x = 2, 1 = \frac{1}{2}x - 1.$$

Завершить первый урок можно сообщением о том, что функция может быть задана различными способами и что при решении задач 1 и 2 фактически были рассмотрены функции, заданные формулой. Далее рассмотреть задачи 3 и 4 параграфа и выполнить упражнения 538 и 539. Для домашней работы предлагается изучение § 30 до п. 2 и вы-

полнение упражнений 537 (2, 4) и 540. На с л е д у ю щ е м уроке при выполнении упражнений 541—542 закрепляется наиболее употребляемый в школе способ задания функции с помощью формулы (можно сообщить, что этот способ также называют аналитическим). Рассматриваются табличный и графический способы задания функции, формулируется определение графика функции и разбирается задача 5 текста параграфа. Выполняются в классе упражнения 543 (после рассмотрения п. 2 параграфа), 545, 547, 600, 550 (после изучения п. 3). Для домашней работы предлагаются упражнения 546, 548, 601, 551.

На втором уроке полезно рассмотреть решение практических задач № 1, 2, 4, 5 (с. 209), после чего предложить определиться с выбором темы исследовательской работы.

Заметим, что в 7 классе рассматриваются только графики функциональных зависимостей, поэтому на данном этапе обучения (и вплоть до 9 класса) не следует акцентировать внимание учащихся на том, что изображённая в системе координат линия является графиком функции только в том случае, если каждому значению x соответствует не более одного значения y .

После первого урока в домашнюю работу желательно включить рассмотрение *Диалога об истории* возникновения понятия функции. Вопросы на проверку усвоения его текста могут быть следующими: «С какими величинами были связаны первые представления о зависимых переменных?», «По какой формуле в Древнем Вавилоне вычисляли площадь круга?», «Кто первым ввёл понятие координат (с неотрицательными координатами) на плоскости?», «Почему система координат на плоскости, которой мы пользуемся, носит имя Декарта?», «Перечислите имена учёных, внёсших весомый вклад в развитие понятия функции».

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 30 до п. 2	БУ; № 536—540; ПЗ № 6	№ 540 (из каждого номера два последних значения)	№ 552; ПЗ № 7, 8; диалог об истории (с. 190)
2	§ 30, пп. 2 и 3	№ 541—551, 600, 601; ПЗ № 1, 2, 4, 5	№ 541 (3), 542 (третье задание из каждого номера), 547	ПЗ № 3; № 553—555

В результате изучения параграфа все учащиеся должны получить представление о функции как о зависимой переменной, уметь выполнять упражнения типа 539, 544, 548 и отвечать на устные вопросы, приведённые в конце параграфа.

§ 31 Функция $y=kx$ и её график (3/3 ч)

Цели изучения параграфа — знакомство учащихся с функцией $y=kx$, её графиком и способом его построения; выяснение расположения графика функции $y=kx$ в зависимости от знака числа k ; знакомство с прямой и обратной пропорциональными зависимостями; формирование умений создавать обобщения, устанавливать аналогии, преобразовывать модели.

При изучении данной темы рекомендуется повторять все рассмотренные в § 30 способы задания функции в их взаимосвязи. Сделать это можно, например, с помощью задания следующего содержания:

1. Функция задана формулой $y=x^2-4$.

1) Заполнить таблицу:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

2) Построить на координатной плоскости точки, координаты которых указаны в таблице, и соединить их плавной кривой.

2. На рисунке 4 изображён график функции $y=f(x)$. С его помощью:

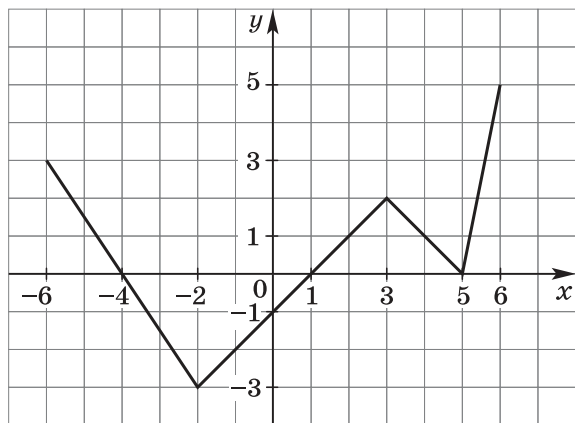


Рис. 4

1) заполнить таблицу:

x	-6	-4	-2	0	1	3	6
$f(x)$							

2) определить, при каком значении x функция принимает значение, равное -3 ; 0 ; 1 ;

3) определить, при каких целочисленных значениях функция принимает положительные; отрицательные значения.

Мотивация изучения функций вида $y = kx$ приведена во введении к параграфу. В тексте параграфа функция $y = kx$ вводится как одна из простейших зависимостей между двумя переменными. До рассмотрения вводной задачи учебника о площади прямоугольника можно выполнить вводные упражнения, а также следующие задания:

1. Какой путь пройдёт пешеход, двигаясь со скоростью 4 км/ч, за 1 ч? за 2 ч? за x ч?

2. Найти значение выражения:

1) $5x$ при $x = -2$; 0 ; $\frac{1}{2}$; 2) $-2x$ при $x = -4$; 0 ; $\frac{1}{4}$.

На первом уроке следует разобрать материал параграфа до ссылки на рисунок 26 (с. 194). До рассмотрения задачи 1 необходимо убедить учащихся в том, что графиком функции $y = kx$ является прямая, проходящая через начало координат (возможно, отметив больше предложенных в учебнике точек координатной плоскости, принадлежащих графику функции), а также сообщить, что строгое доказательство факта принадлежности всех точек графика одной прямой они получают в 9 классе. Опираясь на известную из курса геометрии аксиому о единственности прямой, проходящей через две различные точки, графики функций $y = kx$ при выполнении упражнений строятся по двум точкам: началу координат и точке, координаты которой легко вычисляются по формуле, задающей функцию.

Возможное оформление решения:

559. 1) $y = 1,5x$ (рис. 5).

x	0	2
y	0	3

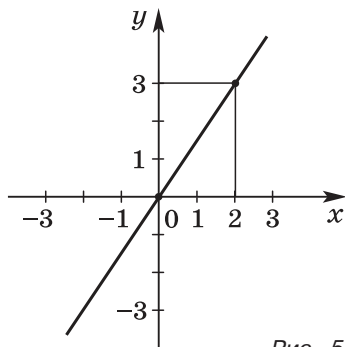


Рис. 5

Второй урок можно начать с самостоятельного выполнения учащимися упражнения 560 (1, 3). При рассмотрении рисунка 26 учебника нужно сфокусировать внимание учащихся на расположении графика функции $y=kx$ в зависимости от знака k . Далее на третьем уроке изучается теоретическая часть параграфа, следующая за задачей 1, после чего выполняются упражнения.

Возможное оформление решения упражнения:

564. I способ.

$$y = \frac{1}{2}x, A(5; -3), \\ -3 \neq \frac{1}{2} \cdot 5,$$

т. е. точка A не принадлежит графику функции $y = \frac{1}{2}x$.

II способ. Точка $A(5; -3)$ не принадлежит графику функции $y = \frac{1}{2}x$, так как $-3 \neq \frac{1}{2} \cdot 5$.

571. $y=kx$. При $y=-5$ и $x=2,5$ имеем $-5=k \cdot 2,5$, откуда $k=-5:2,5=-2$. Ответ. $k=-2$.

В устную работу на этом уроке рекомендуется включить решение уравнений типа $5=2x$, $3x=-2$, $3=\frac{1}{2}x$. При наличии времени на третьем уроке изучения темы можно провести проверочную самостоятельную работу:

1. Построить график функции $y=-\frac{1}{4}x$. [$y=1\frac{1}{2}x$.]
2. График функции $y=kx$ проходит через точку $A(-4; 1)$. [$B(6; -9)$.] Найти k .

Интересующимся математикой школьникам можно предложить рассмотреть материал рубрики *Шаг вперед* (с. 198) и самостоятельно построить графики функций $y=|3x|$, $y=|0,3x|$, $y=[x]$ и $y=\{x\}$.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 31 до рассмотрения рис. 26	№ 556—569, 560 (2), 561, 562	№ 560 (2)	№ 600

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
2	Анализ рисунка 26	№ 560 (1, 3), 563, 564, 604, 605	№ 560 (1, 3)	ПЗ № 9; шаг вперёд (с. 198)
3	§ 31: прямая и обратная пропорциональные зависимости	№ 602, 565—573	Самостоятельная работа из текста пособия	№ 574—578

В результате изучения параграфа все учащиеся должны знать, что графиком функции $y=kx$ является прямая, проходящая через начало координат, и уметь строить график этой функции по двум точкам; иметь представление о прямой и обратной пропорциональных зависимостях и отвечать на устные вопросы, сформулированные в конце параграфа.

§ 32 Линейная функция и её график (3/3 ч)

Цели изучения параграфа — знакомство учащихся с понятием линейной функции, с её графиком и алгоритмом его построения по двум точкам, со взаимным расположением графиков функций $y=kx$ и $y=kx+b$; развитие представлений о математических моделях; развитие умения использовать функционально-графические представления для решения математических задач и для описания реальных зависимостей величин; развитие интересов и мотивов познавательной деятельности учащихся; совершенствование навыков самоконтроля и самооценки; развитие умений создавать обобщения и устанавливать аналогии.

На первом уроке после повторения с помощью вводного упражнения 1 построения графика функции $y=kx$, после повторения взаимного расположения прямых на плоскости (вводное упражнение 2) и понятия параллельных прямых вводится определение линейной функции. Затем выполняется упражнение 579 и разбирается задача 1 текста параграфа. При её решении следует обратить внимание учащихся на то, что график функции

$y = 2x + 5$ проходит через точку $(0; 5)$, а в дальнейшем обратить внимание учащихся на тот факт, что график функции $y = kx + b$ проходит через точку $(0; b)$, — это поможет учащимся строить график линейной функции быстро, отыскав ещё одну принадлежащую ему точку. Вывод о взаимном расположении графиков функций $y = 2x$ и $y = 2x + 5$ стоит предложить учащимся сделать самостоятельно, предварительно введя в их лексику термин сдвига вдоль оси ординат. Общее рассуждение о взаимном расположении графиков функций $y = kx$ и $y = kx + b$ лучше провести самому учителю.

В работу при изучении материала параграфа следует включать решение уравнений типа $-3x + 5 = 0$, $-\frac{1}{2}x + 1 = 1$, $4 = 2x - 3$, а также задания, аналогичные упражнению 580 и вводному упражнению 3.

На следующих двух уроках следует рассмотреть задачи 2 и 3 текста параграфа. При этом акцентировать внимание учащихся на удобстве построения графика линейной функции по точкам его пересечения с осями координат в тех случаях, когда эти точки находятся «в зоне досягаемости» на изображаемой части координатной плоскости.

После второго урока в домашнюю работу учащимся, интересующимся математикой, желательно включить изучение текста рубрики *Шаг вперёд*. Для самостоятельного выполнения этим учащимся можно предложить дополнительно построить графики функций $y = [x] - 2$, $y = [x - 2]$, $y = \{x\} + 2$, $y = \{x + 2\}$.

На последнем уроке рекомендуется сообщить учащимся несколько примеров линейных зависимостей величин из реальной жизни и практики (можно воспользоваться формулами из практических задач № 7 и 8), из курса физики. Например, помимо приведённой в учебнике формулы $v = v_0 + at$, можно привести формулу зависимости длины стержня l от изменения его температуры Δt : $l = l_0 + \alpha l_0 \Delta t$, где α — коэффициент линейного расширения того материала, из которого изготовлен стержень, l_0 — первоначальная длина стержня.

В конце последнего урока можно провести *тест 6* или проверочную самостоятельную работу.

1. Построить график функции $y = -\frac{1}{2}x + 1$ [$y = 2x + 1$], найдя предварительно точки пересечения его с осями координат.
2. Не используя график функции $y = 3x - 2$ [$y = -x + 2$], найти:

1) значение y при $x = -\frac{1}{6} \left[x = \frac{1}{3} \right]$;

2) значение x , при котором $y = -6$ [$y = -5$].

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 32 со с. 207	ВУ; № 579—583, 589, 590	№ 581 (5)	
2	§ 32, задачи 2 и 3	№ 584, 585, 587, 588, 591, 592; ПЗ № 7, 8	№ 584 (с), 587 (5)	№ 596—598; шаг вперёд (с. 204)
3	§ 32	№ 586, 593—595; ПЗ № 10, 11	Самостоятельная работа из текста пособия или тест 6	№ 613, 614, 599

В результате изучения параграфа все учащиеся должны знать определение линейной функции, уметь строить по двум точкам график функции $y = kx + b$ при любых значениях k и b (k и b одновременно не равны нулю), справляться с заданиями типа **581, 582, 584, 587** и отвечать на устные вопросы к параграфу.

Урок обобщения знаний и представления исследовательских работ (1/1 ч)

Урок следует начать с анализа результатов выполнения проверочной самостоятельной работы или теста, проведённых на предыдущем уроке. Для коррекции найденных ошибок и с целью подготовки к контрольной работе можно использовать задачи из дидактических материалов к учебнику (к главе VI), а также задания рубрики *Проверь себя!*.

Вторую часть урока желательно посвятить презентации лучших исследовательских работ по теме.

Тематическую контрольную работу учитель вправе составить самостоятельно (исходя из уровня подготовленности учащихся конкретного класса). Можно использовать готовые тексты контрольных работ, предложенных как в этом пособии, так и в дидактических материалах.

Контрольная работа № 6

1. Построить график функции $y = 4 - 2x$. $\left[y = \frac{1}{2}x + 2. \right]$

Используя построенный график, ответить на вопросы:

- 1) При каком значении x значение функции равно нулю?
 - 2) При каком значении x значение функции равно 6 $[-1]$?
 - 3) Какое значение принимает функция при значении x , равном -2 ; 0 ; 4 $[-4; 0; 2]$?
 - 4) Указать два любых значения x , при которых функция принимает положительные значения [отрицательные значения].
2. Дана функция $y(x) = 7x - 3$. $[y(x) = -9x + 3.]$
Найти $y(0,1)$ $[y(0,2)]$ и значение x , при котором значение функции равно 60 $[57]$. Принадлежит ли графику этой функции точка $M(-1; 4)$ $[K(1; 6)]$?

-
-
3. График функции $y = kx$ проходит через точку $A(10; -5)$ $[B(-5; 15)]$. Проходит ли график этой функции через точку $K(-8; -4)$; $M(0,2; -0,1)$ $[C(-4; -12); D(0,4; 1,2)]$?
4. Графики функций $y = kx$ и $y = 3x + b$ параллельны, причём график функции $y = 3x + b$ проходит через точку $N(-1; 2)$. Найти k и b . [Графики функций $y = -5x$ и $y = kx + b$ параллельны, причём график функции $y = kx + b$ проходит через точку $E(2; -7)$. Найти k и b .]



Системы двух уравнений с двумя неизвестными

Особенностью изложения данной темы является то, что способы решения системы вводятся без применения понятия равносильности. Так же как и способ решения уравнений, сводящихся к линейным, способы решения систем основаны на свойствах верных числовых равенств, причём общие рассуждения проводятся на конкретных примерах.

Рассуждения проводятся так: предположив, что некоторая пара чисел является решением данной системы, опираясь на свойства верных числовых равенств, получают конкретное возможное решение (тем самым доказываются единственность решения, если оно существует); затем, выполняя проверку, показывают, что найденная пара чисел удовлетворяет уравнениям системы (тем самым доказываются существование решения).

Способы решения систем подстановкой и сложением являются основными, а графический способ следует рассматривать как геометрическую иллюстрацию возможных случаев решений систем. Это связано с тем, что при графическом способе решения редко удаётся найти точное решение, а часто и вообще не удаётся.

Как правило, способы решения систем следует отрабатывать на примерах систем с целочисленными коэффициентами, чтобы не создавать учащимся трудностей вычислительного характера.

Так как при решении текстовых задач составить систему уравнений часто легче, чем одно уравнение, то решение задач с помощью систем дополнительных трудностей не вызывает. Методика их решений аналогична той, которая описана в главе II.

Предметные цели изучения главы:

- формирование представлений о математике как о части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, методе познания, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления;
- овладение приёмами преобразования алгебраических выражений, приёмами решения уравнений и систем линейных уравнений с двумя неизвестными;
- формирование умения моделировать реальные явления с помощью систем уравнений, исследовать созданные модели и интерпретировать результаты решения задач;

- формирование умения переходить от одной модели решения задачи к другой и выбирать оптимальную из них;
- создание представлений о внутриспредметных связях в курсе алгебры и межпредметных связях алгебры с курсом геометрии.

Метапредметные и личностные цели изучения данной главы аналогичны целям, сформулированным для глав II и VI.

В результате изучения главы VII учащиеся должны усвоить способы подстановки и сложения, уметь геометрически иллюстрировать решение системы, решать текстовые задачи с помощью составления систем уравнений при выполнении упражнений типа **672, 673 (1—4), 674, 675**, а также из рубрики *Проверь себя!* (I уровень), уметь отвечать на устные вопросы ко всем параграфам.

§



Уравнение первой степени

с двумя неизвестными.

Системы уравнений (1/1 ч)

Цели изучения параграфа — знакомство всех учащихся с понятиями линейного уравнения с двумя неизвестными, системы уравнений, решением системы двух уравнений с двумя неизвестными; формирование умений определять понятия, устанавливать аналогии, строить логические рассуждения и делать выводы.

В начале урока рассматривается введение к главе, после чего могут быть предложены следующие вопросы и задания:

1. Заполнить пропуски так, чтобы получилось верное равенство:
1) $15 - 8 = 4 + \square$; 2) $3 \cdot \square = 47 - 14$.
2. Что такое корень уравнения?
3. Вводное упражнение 1.
4. Что значит решить уравнение?
5. Решить уравнение:
1) $6x = 9$; 2) $5y - 1 = 0$; 3) $3x - 5 = 1$;
4) $2x^2 + 1 = 0$; 5) $2(x + 1) - 2 = 2x$.
6. Вводные упражнения 2, 4—6, 3.
7. Известно, что $y = 2x - 3$.

Заполнить таблицу:

x	0	-3	-1	2	5					
y						0	1	-1	-3	5

Изучение темы следует провести в соответствии с текстом параграфа. После введения понятий линейного уравнения с двумя неизвестными и решения такого уравнения, рассмотрения задачи 2 текста параграфа выполняются упражнения **615—617** (нечётные задания). После рассмотрения задачи 3 и остального текста параграфа выполняются упражнения **618, 619, 621 (1), 622**, при наличии времени в сильном классе — **624, 625**. Для работы дома, после изучения материала § 33 и усвоения определения решения системы двух уравнений с двумя неизвестными, предложить выполнить упражнения **615—617** (чётные задания), **620, 621 (2), 623**.

При желании в конце урока можно провести обучающую самостоятельную работу следующего содержания:

1. Среди пар чисел (6; 4), (7; 3), (2; 1) [(1; -1), (4; 3), (9; 13)] выбрать ту, которая является решением системы уравнений

$$\begin{cases} 3x - 4y = 2, \\ -2x + 5y = 1. \end{cases} \quad \begin{cases} 4x - 3y = 7, \\ 5x + 2y = 26. \end{cases}$$

2. Найти подбором решение системы уравнений

$$\begin{cases} y = x, \\ x + 2y = 12. \end{cases} \quad \begin{cases} y = x, \\ 2x - y = 20. \end{cases}$$

Для интересующихся математикой учащихся в домашнюю работу следует включить изучение рубрики *Шаг вперёд* (с. 219) и решение задачи из этого диалога.

В результате изучения параграфа все учащиеся должны получить представление о системе уравнений и её решений, должны отвечать на устные вопросы в конце параграфа и выполнять упражнения типа **618, 619**.

Решение задач

624. Задача сводится к решению в целых неотрицательных числах уравнения $0,8x + 0,9y = 10$ (*). Имеем $8x + 9y = 100$, откуда $y = \frac{4(25 - 2x)}{9}$. Так как числа 4 и 9 взаимно простые, то ищем такое значение x , при котором $25 - 2x$

при делении на 9 даёт целое неотрицательное число. Это происходит при $x = 9$. Тогда $y = 4$. Вывод: раз уравнение (*) имеет решение при целых неотрицательных значениях x и y , значит, ответ на вопрос задачи утвердительный.

Задача из рубрики *Шаг вперёд*. Пусть было x стульев и y табуреток, тогда $(x + y)$ — число людей, занявших все сидячие места. По условию задачи $4x + 3y + 2(x + y) = 49$, откуда $6x + 5y = 49$, $y = \frac{49 - 6x}{5}$. Условие того, что y — целое неотрицательное число, выполняется лишь в случае, когда $x = 4$. Соответственно $y = 5$.

§ 34 Способ подстановки (2/3 ч)

Цели изучения параграфа — формирование у учащихся умения решать системы линейных уравнений с двумя неизвестными способом подстановки; формирование навыков алгебраических преобразований; развитие алгоритмической культуры, умения делать обобщения.

Этому способу решения систем следует уделить особое внимание, так как он находит широкое применение и в дальнейшем, при решении более сложных систем уравнений. Умение же выражать одну неизвестную через другую важно и при работе с формулами в курсе физики.

Учителю следует подчеркнуть, что рассуждения, проведённые в тексте параграфа при нахождении решения системы и установлении его единственности, справедливы и при решении других систем линейных уравнений, т. е. являются общими, но проведёнными на конкретном примере.

Начать первый урок следует с повторения свойств верных числовых равенств и выполнения вводных упражнений и упражнения 626.

При рассмотрении задачи 1 текста параграфа обратить внимание учащихся на предварительное допущение о том, что пара чисел $(x; y)$ предположительно является решением системы, т. е. в дальнейших рассуждениях именно эти x и y обозначают определённые числа, и поэтому уравнения системы становятся верными числовыми равенствами. Пояснить учащимся, почему рассмотренный способ решения систем называется способом подстановки, и в соответствии с текстом учебника сформулировать алгоритм решения систем уравнений этим способом. Не стоит требовать от всех учащихся воспроизведения рассуждений, приводящих к этому алгоритму. Применение сформулированного

алгоритма демонстрируется в ходе решения задачи 2 параграфа (оформление решений задач 2 и 3 можно считать на данном этапе обучения образцами оформления записи решения систем способом подстановки).

В качестве устных упражнений при изучении параграфа можно предлагать задания, аналогичные следующим:

Решить систему уравнений:

$$1) \begin{cases} \frac{x}{3} + 5y = 30, \\ x = 0; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 6x + 2y = 0, \\ 3x = 9; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x + \frac{y}{2} = 2, \\ 2y = -2. \end{cases}$$

На втором уроке повторяются свойства уравнений (§ 7). После разбора решения задачи 3 текста учебника, требующей упростить систему до применения способа подстановки, выполняются упражнения **629—632**.

На втором уроке оформление решения системы может стать более компактным и не содержать явного выделения этапов решения, соответствующих алгоритму, сформулированному на первом уроке. Оформление же решения систем упражнения **629** ещё должно соответствовать оформлению решения задачи 3 текста параграфа.

В дальнейшем возможна следующая запись решения системы:

$$\left| \begin{array}{l} \mathbf{631.} \\ 1) \left\{ \begin{array}{l} \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{3} = 8, \\ \frac{x+y}{3} + \frac{x-y}{4} = 11; \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} \cdot 6 \\ \cdot 12 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 3(x+y) - 2(x-y) = 48, \\ 4(x+y) + 3(x-y) = 132; \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} 3x + 3y - 2x + 2y = 48, \\ 4x + 4y + 3x - 3y = 132; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x + 5y = 48, \\ 7x + y = 132; \end{array} \right. \quad x = 48 - 5y. \\ 7(48 - 5y) + y = 132, \\ 336 - 35y + y = 132, \\ -34y = -204, \\ y = 6; \\ x = 48 - 5 \cdot 6 = 48 - 30 = 18. \end{array} \right.$$

О т в е т. $x = 18$, $y = 6$.

Интересующимся математикой учащимся можно предложить решить системы **631 (1)** и **672 (1)**, используя промежуточную замену обозначений, например $x + y = m$, $x - y = n$. В домашнюю работу этим учащимся следует включить изучение рубрики *Шаг вперёд* и решение № 6 (2), 7 (2) из § 36 дидактических материалов.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 34 до задачи 3	№ 626—628, 671	№ 628 (5)	ДМ № 2, 4
2	§ 34	№ 629—632; ДМ № 5	№ 629 (3)	№ 672, 676; ДМ № 8; шаг вперёд (с. 224)

К концу изучения параграфа все учащиеся должны освоить алгоритм решения систем линейных уравнений с двумя неизвестными применительно к упражнениям типа 628, должны отвечать на устные вопросы к параграфу.

§ 35 Способ сложения (3/4 ч)

Цели изучения параграфа — формирование умения учащихся решать системы линейных уравнений способом сложения; формирование умений выбирать наиболее эффективные способы решения задач и оценивать правильность выполнения учебного задания; развитие алгоритмической культуры.

На первом уроке изучения темы можно провести самостоятельную работу с целью проверки усвоения метода подстановки для решения систем линейных уравнений (с проверкой в парах сразу после выполнения работы): дидактические материалы, § 34, № 3 (3) [ДМ: § 34, № 3 (4)].

Обоснование способа алгебраического сложения на первом уроке проводится по той же схеме, что и способа подстановки. Хотя рассуждения ведутся на конкретном примере (задача 1), они являются общими — их можно повторить при решении любой другой системы. Воспроизведение этих рассуждений от всех учащихся требовать не следует.

После рассмотрения задач 1 и 2 выполняются упражнения 633 и 634. Далее можно предложить учащимся самостоятельно прочитать текст учебника, следующий за задачей 2, и разобрать решение задачи 3; затем, обсуждая решение этой задачи, сформулировать алгоритм решения систем способом алгебраического сложения.

Применение алгоритма с одновременным поэтапным оформлением решения системы уравнений способом сложения можно продемонстрировать на втором уроке

либо разбирая задачу 4 текста параграфа, либо выполняя упражнение 635.

На двух последних уроках в ходе выполнения упражнений 635—640 закрепляется применение способа алгебраического сложения при решении систем уравнений.

Возможная запись решения:

$$\begin{array}{rcl}
 635. & 1) \left\{ \begin{array}{l} 4x + 3y = -4, \\ 6x + 5y = -7; \end{array} \right. & \begin{array}{l} \cdot 5 \\ \cdot (-3) \end{array} \\
 & & + \begin{array}{r} 20x + 15y = -20, \\ -18x - 15y = 21, \\ \hline 2x = 1, \\ x = \frac{1}{2}. \end{array}
 \end{array}$$

$$4 \cdot \frac{1}{2} + 3y = -4,$$

$$2 + 3y = -4,$$

$$3y = -6,$$

$$y = -2.$$

$$\text{О т в е т. } x = \frac{1}{2}, y = -2.$$

После второго урока в домашнюю работу для большинства учащихся можно включить изучение *Разговора о важном* с той целью, чтобы на третьем уроке упражнение 639 (2) было решено способом сложения дважды: 1) после непосредственного приведения системы к виду линейной с двумя неизвестными; 2) с предварительной заменой обозначения: $x + y = a$, $x - y = b$.

В начале последнего урока может быть проведена проверочная самостоятельная работа.

1. Решить способом алгебраического сложения систему

$$\begin{cases} 5x + 2y = 2, \\ 3x - y = 10. \end{cases} \quad \begin{cases} 4x + 3y = 11, \\ 2x - y = 13. \end{cases}$$

2. Систему предыдущего задания решить способом подстановки.

Результаты этой работы (оба варианта) желательно проанализировать со всем классом и выяснить, какой из способов решения систем в каком случае более рационален. В домашнюю работу следует включить задание на построение графика линейной функции.

Интересующимся математикой учащимся можно предложить решить системы:

$$\begin{array}{ll}
 1) \begin{cases} 3x - 2y = 0, \\ x + |y| = 5; \end{cases} & 2) \begin{cases} 2|x| - y = 1, \\ x + y = 5. \end{cases}
 \end{array}$$

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 35 до задачи 4	№ 633, 634	ДМ № 3 (3, 4)	№ 671; ДМ № 1, 2
2	§ 35, задача 4	№ 635—637	№ 636 (3)	№ 672; ДМ № 3; разговор о важном (с. 229)
3	§ 35	№ 638—640	Самостоятельная работа из текста пособия	№ 673; ДМ № 4; РТ № 13, 14

К концу изучения параграфа все учащиеся должны научиться применять алгоритм решения систем линейных уравнений способом алгебраического сложения при выполнении упражнений типа **635, 636** и отвечать на устные вопросы, сформулированные в конце параграфа.

§ **36** Графический способ решения систем уравнений (2/2 ч)

Цели изучения параграфа — введение понятия графика уравнения; демонстрация того факта, что графиком любого уравнения $ax + by = c$ ($a^2 + b^2 \neq 0$) является прямая; обучение выполнению геометрической иллюстрации системы линейных уравнений и определению с её помощью количества решений системы; формирование понимания того, что решение системы линейных уравнений с двумя неизвестными (если оно единственно) совпадает с координатами точки пересечения прямых — графиков уравнений системы; развитие изобразительных умений, навыков геометрических построений; формирование умений выбирать основания для классификации, классифицировать явления, создавать обобщения.

Первый урок можно начать с выполнения следующих заданий:

1. Вводные упражнения 1 и 2.
2. Найти координаты точек пересечения с осями абсцисс и ординат графика функции:
 - 1) $y = x + 5$; 2) $y = -3x + 6$.

Объяснение нового материала следует вести в соответствии с текстом учебника, обращая внимание учащихся на то, что графиком любого уравнения первой степени с двумя неизвестными является прямая. Построение прямой, не проходящей через начало координат, иногда удобно выполнять по точкам пересечения этой прямой с осями координат, находя координаты этих точек, поочерёдно придавая x и y значение, равное нулю. С помощью нахождения этих точек строятся графики рассматриваемых в параграфе уравнений. Координаты (1; 2) точки пересечения уже построенных прямых авторы учебника предлагают найти сначала аналитически, решив систему

$$\begin{cases} x - y = -1, \\ 2x + y = 4. \end{cases}$$

Делается это с тем, чтобы найденные затем визуально координаты (1; 2) точки пересечения прямых были учащимися названы такими же, несмотря на возможные неточности в построении прямых.

Далее разъясняется понятие графического решения системы уравнений, формулируется алгоритм такого решения и делается важное замечание о том, что при графическом способе решения системы обычно получается приближённое решение. При этом учитель должен сформировать у учащихся потребность в проверке найденного графическим способом решения до того, как записать ответ — результат решения системы.

Только в случае, когда координаты точки пересечения графиков каждое уравнение системы обращают в верное равенство, ответ записывается парой чисел в скобках, например $(a; b)$, или в виде $x = a, y = b$. В остальных случаях после применения графического способа решения системы ответ следует записывать с помощью знака приближённого равенства, например $x \approx a, y \approx b$.

На втором уроке, после выполнения вводных упражнений 3, 4 и проверки домашней работы, рассматриваются три возможных случая взаимного расположения прямых, при этом используется текст параграфа и разбор решения задач 2 и 3, выполняются упражнения.

Возможная запись решения:

$$645. \quad 3) \quad \begin{cases} x + 2y = 5, \\ 2x - y = 5. \end{cases}$$

$$а) \quad x + 2y = 5,$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 2,5;$$

$$б) \quad 2x - y = 5,$$

$$y = 2x - 5 \text{ (рис. 6).}$$

x	0	5
y	2,5	0

x	0	2,5
y	-5	0

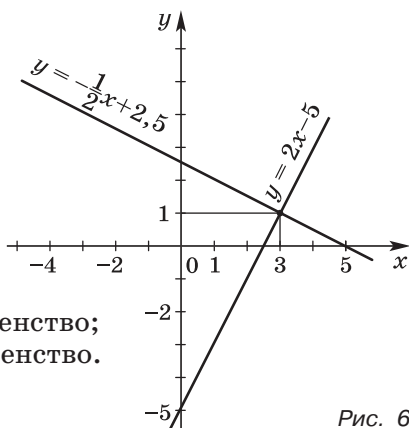


Рис. 6

Проверка.

1) $3 + 2 \cdot 1 = 5$ — верное равенство;

2) $2 \cdot 3 - 1 = 5$ — верное равенство.

О т в е т. $x = 3$, $y = 1$.

$$647. \quad 1) \begin{cases} y = 3x, \\ 6x - 2y = 3; \end{cases} \quad \begin{cases} -3x + y = 0, \quad | \cdot (-2) \\ 6x - 2y = 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x - 2y = 0, \\ 6x - 2y = 3. \end{cases}$$

Левые части уравнений системы равны при любых x и y , а правые части не равны. (При наличии времени можно построить графики уравнений $y = 3x$ и $6x - 2y = 3$ и убедиться, что получены параллельные прямые.)

О т в е т. Решений нет.

$$648. \quad 1) \begin{cases} x + y = 0, \\ 2x + 2y = 0; \end{cases} \quad | \cdot 2 \quad \begin{cases} 2x + 2y = 0, \\ 2x + 2y = 0. \end{cases}$$

Уравнения системы выражают одну и ту же зависимость между x и y , значит, их графики — одна и та же прямая, т. е. система имеет бесконечно много решений.

В домашнюю работу всем учащимся следует включить рассмотрение рубрики *Разговор о важном*. Проконтролировать изучение этого диалога можно с помощью следующих вопросов: «Как стали рассматривать многие математики неизвестные x и y в уравнении с двумя неизвестными после публикации работы Декарта о методе координат?», «В каком виде стали записывать уравнение $ax + by = c$ при $b \neq 0$?».

Интересующиеся математикой учащиеся могут выполнить упражнения **650—652, 684**.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 36, с. 238—239	БУ 1, 2; № 641—645	№ 645 (3)	№ 650, 651; ДМ № 3, 4
2	§ 36, случаи взаимного расположения прямых, задачи 2 и 3	БУ 3, 4; № 646—649	№ 646 (3)	№ 652; ДМ № 5—7; разговор о важном (с. 235); РТ № 11

В результате изучения параграфа все учащиеся должны научиться графически решать системы линейных уравнений, имеющих единственное решение (примеры таких систем даны в упражнениях **644**, **645**); все должны понимать, что графический способ, вообще говоря, даёт приближённое решение системы, а точное решение системы можно найти либо способом подстановки, либо способом алгебраического сложения.

§ Решение задач с помощью систем уравнений (3/5 ч)

Цели изучения параграфа — обучение составлению системы уравнений по условию задачи с последующим соотносением найденного решения системы с этим условием; развитие умений моделировать реальные процессы и ситуации на языке алгебры и выбирать оптимальные модели, адекватные рассматриваемой ситуации; развитие навыков самоконтроля и самооценки; развитие мотивов и интересов познавательной деятельности.

На первом уроке до изучения материала параграфа желательно повторить формулы законов движения, работы и других процессов. Сделать это можно с помощью вводных упражнений.

Изучение темы можно провести в соответствии с текстом параграфа, а можно начать с решения, например, упражнения **656** с помощью уравнения с одним неизвестным (обозначив через x , например, количество дубовых брёвен), затем показать решение этой же задачи с помощью системы уравнений с двумя неизвестными; перейти к рассмотрению задачи 1 текста параграфа, решение которой с помощью одного уравнения с одним неизвестным ($30 - x = 20 + x$, где x км/ч — скорость течения реки) для многих учащихся может быть неочевидным. Тем самым

будет мотивировано умение решать задачи с помощью систем уравнений.

Следует обратить внимание учащихся на то, что, если применять для решения метод составления системы уравнений, условие задачи мысленно делится на две независимые части, для каждой из которых составляется уравнение с двумя неизвестными. Так как в обоих уравнениях неизвестные числа одни и те же, то эти уравнения можно рассматривать совместно, т. е. объединить их в систему уравнений.

Учащиеся должны при решении задачи с помощью уравнения (или системы уравнений) чётко выделять сформулированные на с. 238 этапы решения задачи. Оформление решения задачи 3 можно принять за образец оформления решения задач с помощью системы уравнений.

На отведённых на изучение темы уроках учитель в произвольной последовательности рассматривает с классом задачи параграфа (можно предлагать учащимся разбирать решения этих задач по учебнику самостоятельно). Интересующимся математикой школьникам предлагаются упражнения **669, 670**.

На первом уроке следует распределить между учащимися темы исследовательских работ. Для тех учащихся, которые выберут тему № 4, обязательным является рассмотрение *Диалога об истории*. Остальные учащиеся рассматривают этот диалог по желанию.

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 37, задача 2, схема решения текстовых задач, задача 3	№ 653—658; старинная задача № 2	№ 655	№ 667, 668; ПЗ № 4; старинная задача № 1; диалог об истории (с. 241)
2	§ 37, задача 1	№ 659, 660, 663, 664	№ 659; ПЗ № 2 (разобрать указание и решить)	№ 669, 679; ПЗ № 1
3	§ 37	№ 661, 662, 665, 666; старинные задачи № 4, 5	№ 665	№ 670, 678, 681; ПЗ № 3, 5

В результате изучения параграфа все учащиеся должны уметь решать задачи типа **653** с помощью системы уравнений с двумя неизвестными и перечислять этапы решения текстовой задачи.

Решение упражнений

667. Пусть x — число десятков, y — число единиц числа. По условию задачи имеем

$$\begin{cases} x + y = 12, \\ (10y + x) - (10x + y) = 54. \end{cases}$$

Решим эту систему:

$$\begin{array}{rcl} \left\{ \begin{array}{l} x + y = 12, \\ -9x + 9y = 54; \end{array} \right. \cdot 9 & & \begin{array}{r} 9x + 9y = 108, \\ + \quad -9x + 9y = 54, \\ \hline 18y = 162, \\ y = 9. \end{array} \end{array}$$

Подставим $y = 9$ в первое уравнение системы: $x + 9 = 12$, $x = 3$.

О т в е т. 39.

669. Указание к решению I способом. Обозначить через x л, y л, z л объёмы воды в I, II и III сосудах соответственно до переливания, тогда по условию задачи

$$\begin{cases} \frac{2}{3} \left(\frac{x}{2} + y \right) = 6 \text{ (стало во II сосуде),} \\ \frac{3}{4} \left(\frac{1}{3} \left(\frac{x}{2} + y \right) + z \right) = 6 \text{ (стало в III сосуде),} \\ \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} \left(\frac{x}{2} + y \right) + z \right) = 6 \text{ (стало в I сосуде).} \end{cases}$$

II способ (арифметический) решения задачи.

- 1) $6 : \frac{3}{4} = 8$ (л) — было в III сосуде до отливания из него;
- 2) $6 : \frac{2}{3} = 9$ (л) — было во II сосуде до отливания из него;
- 3) $8 - 6 = 2$ (л) — влили из III сосуда в I сосуд;
- 4) $6 - 2 = 4$ (л) — было в I сосуде до наливания в него (столько же отлили из него);
- 5) $4 : \frac{1}{2} = 8$ (л) — было в I сосуде первоначально;
- 6) $9 - 4 = 5$ (л) — было во II сосуде первоначально;
- 7) $6 \cdot 3 - 8 - 5 = 5$ (л) — было в III сосуде первоначально.

670. У к а з а н и е. Обозначить через x км расстояние от A до C , через y км расстояние от A до B . Скорость течения по течению реки 24 км/ч, против течения 16 км/ч. Тогда по условию

$$\begin{cases} \frac{y}{24} + \frac{x+y}{16} = 9\frac{1}{3}, \\ \frac{x+y}{24} + \frac{y}{16} = 9. \end{cases}$$

Решение старинных задач

1. З а м е ч а н и е. В учебнике приведён дословный перевод текста задачи, которая в Древнем Китае решалась методом двух ложных положений (кстати, учитель может в качестве исследовательской работы предложить одному из учащихся решить эту задачу методом двух ложных положений). Следует понимать, что после «перекладывания» на одной чаше весов находятся 8 слитков золота и 1 слиток серебра (и эту чашу весов в условии называли «золото»), а на другой — 10 слитков серебра и 1 слиток золота.

Если x л. — вес одного слитка золота, y л. — вес одного слитка серебра, то задача сводится к решению системы

$$\begin{cases} 9x = 11y, \\ (8x + y) + 13 = 10y + x. \end{cases}$$

Решение системы: $x = 37\frac{3}{4}$, $y = 29\frac{1}{4}$.

Д о п о л н е н и е. Известно, что 1 цзинь = 16 ланам, 1 лан = 24 чжу. В китайском трактате ответ был следующим: один слиток золота весил 2 цзиня 3 лана 18 чжу, один слиток серебра — 1 цзинь 13 ланов 6 чжу.

2. Пусть x р. было у I человека и y р. — у II, тогда

$$\begin{cases} x + 100 = 2(y - 100), \\ y + 10 = 6(x - 10). \end{cases}$$

О т в е т. У первого было 40 рупий, у второго — 170 рупий.

3. Пусть было x человек, а курица стоила y монет. Согласно условию

$$\begin{cases} 9x - 11 = y, \\ 6x + 16 = y. \end{cases}$$

О т в е т. 9 человек, 70 монет.

4. Пусть x ц. — вес одного воробья, y ц. — вес одной ласточки. По условию

$$\begin{cases} 5x + 6y = 1, \\ 5x > 6y, \\ 4x + y = 5y + x. \end{cases}$$

О т в е т. Воробей весит $\frac{2}{19}$ цзиня, ласточка весит $\frac{3}{38}$ цзиня (условие $5x > 6y$ — избыточное).

5. Пусть было x бедных людей и y динариев у раздающего. По условию

$$\begin{cases} 3x = y + 8, \\ 2x = y - 3. \end{cases}$$

О т в е т. 11 бедных, 25 динариев.

Решение практических и прикладных задач

2. Пусть сплав содержал x г меди и y г цинка. Согласно условию

$$\begin{cases} x - y = 640, \\ \frac{1}{7}x + 0,4y = 200, \end{cases}$$

откуда $x = 840$, $y = 200$.

О т в е т. 1040 г.

3. Пусть чашка стоила x р., а блюдо — y р. По условию

$$\begin{cases} x + y = 155, \\ 0,9x + 0,85y = 136. \end{cases}$$

О т в е т. 85 р. и 70 р.

4. Пусть на I складе было x ц сахара, а на II — y ц. По условию

$$\begin{cases} 0,7x + 0,8y = 436, \\ 0,75(0,8y) - 0,7x = 33. \end{cases}$$

О т в е т. 240 ц, 335 ц.

5. Пусть x г — масса сплава A , y г — масса сплава B . После сплавления сплавов A и B в нём оказалось золота $\left(\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}y\right)$ г, а серебра — $\left(\frac{2}{3}x + \frac{3}{5}y\right)$ г. Отношение масс этих

металлов $7 : 12$, т. е. $\frac{\frac{x}{3} + \frac{2y}{5}}{\frac{2x}{3} + \frac{3y}{5}} = \frac{7}{12}$, откуда $4x + \frac{24}{5}y = \frac{14}{3}x +$
 $+ \frac{21}{5}y$, $\frac{3}{5}y = \frac{2}{3}x$. Тогда $\frac{x}{y} = \frac{9}{10}$.

Урок обобщения знаний и представления исследовательских работ (1/1 ч)

В первой половине урока систематизируются и обобщаются знания по решению систем линейных уравнений с двумя неизвестными. Проводится с помощью *теста 7* диагностика сформированных умений и по её результатам определяется дифференцированное домашнее задание.

Для этих заданий можно использовать задачи рубрики *Проверь себя!* и упражнения из дидактических материалов. Оставшееся время посвящается представлению лучших исследовательских работ.

Контрольная работа № 7

1. Решить систему уравнений:

$$1) \begin{cases} x - y = 3, \\ 2x + 3y = 16; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 4x + 3y = -1, \\ 3x - 2y = 12. \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} 2x + y = 7, \\ 3x - 2y = 7; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x + 4y = -1, \\ 2x + 5y = 4. \end{cases}$$

2. Два токаря выточили вместе 290 деталей. Первый из них работал 5 дней, а второй — 6 дней. Сколько деталей вытачивал в день каждый токарь, если первый вытачивал на 3 детали в день больше второго?

[Масса болта с гайкой равна 49 г, а масса четырёх болтов на 70 г больше массы пяти гаек. Чему равна масса одного болта и масса одной гайки?]

-
-
3. Решить графически систему уравнений

$$\begin{cases} 2x - y = 4, \\ x + y = 5. \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = -7, \\ 2x + y = -2. \end{cases}$$

4. Дана система уравнений

$$\begin{cases} y = ax, \\ y = 2x + 5. \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3x, \\ y = ax + 2. \end{cases}$$

Выяснить, при каких значениях a система:

- 1) не имеет решений;
- 2) имеет единственное решение.



В Стандарты математического образования основной школы включена новая содержательная линия — *стохастическая (стохастика* — наука о случайном), представленная элементами комбинаторики, теории вероятностей и статистики. В рассматриваемых учебниках алгебры новое содержание распределено по годам обучения следующим образом: 7 класс — элементы комбинаторики, 9 класс — введение в теорию вероятностей и вопросы статистики. Такое распределение по годам обучения мотивировано следующими причинами:

1) в ходе изучения математики 1—6 классов учащиеся неоднократно встречались с решением комбинаторных задач (на уроках и внеклассных занятиях), поэтому в 7 классе разумно продолжить изучение комбинаторики на уровне обобщения ранее полученных представлений и продолжить формировать комбинаторное мышление;

2) комбинаторика — аппарат решения вероятностных задач, и поэтому её изучение должно предшествовать знакомству с теорией вероятностей;

3) вероятностные и статистические понятия не так просты для осознания всеми учащимися, поэтому в нашем курсе эти вопросы рассматриваются в конце 9 класса, когда учащимися накоплен определённый жизненный и учебный опыт для осознанного восприятия случайных явлений, когда они в состоянии обзирать достаточно большие по объёму выборки (без работы с которыми невозможно решать реальные статистические задачи);

4) в период обучения в 8 классе разделы стохастики не рассматриваются, так как предполагается, что учащиеся за этот период будут обогащать свои учебно-предметные и жизненные знания.

Желательно, чтобы в ходе обучения в 8 классе учащиеся смогли либо организовать с помощью учителя свою самостоятельную внеклассную работу, либо посещать кружковые очные или интерактивные занятия по *решению занимательных, логических, комбинаторных задач*. Подбору таких задач может, в частности, способствовать материал статьи М. В. Ткачёвой «Анализ данных в учебниках Н. Я. Виленкина и других», опубликованной в журнале «Математика в школе» (№ 5, 2003 с. 42—43).

С сильными учащимися преподаватель может провести серию внеклассных занятий по пропедевтике изучения «формульной» комбинаторики и метода математической индукции (этот материал входит в содержание образования 10—11 классов).

Глава VIII учебника берёт на себя функции начальной подготовки в наглядном и компактном представлении заданной информации, в формировании умения организовать эффективный перебор различных комбинаций элементов из заданных наборов данных.

В этой главе на простейших примерах вводится (и обосновывается с помощью таблиц и графов) комбинаторное *правило произведения*. С помощью этого правила решаются учебные и прикладные задачи на подсчёт комбинаций из двух-трёх элементов. Понятия размещений и сочетаний для всех учащихся не вводятся (теория соединений подробно будет рассматриваться в старшей школе).

Выявление взаимосвязей элементов некоторого множества, а также подсчёт определённых комбинаций из нескольких элементов демонстрируются с помощью ориентированных и неориентированных графов, графов-деревьев. Явные определения графов не даются; графы используются лишь как удобное средство для решения комбинаторных задач.

Следует иметь в виду, что на данном этапе обучения комбинаторике важна постоянная опора на жизненный опыт учащихся. Желательно, чтобы задачи и задания носили практический характер, а описание понятий и применение правил рассматривались на интересных и понятных примерах. Тогда изучение вопросов стохастики, бесспорно, будет способствовать совершенствованию всех форм мышления учащихся.

Предметные цели изучения главы VIII:

- формирование умения организованного перебора элементов выборки небольшого объёма;
- обучение составлению комбинаций (упорядоченных и неупорядоченных) из двух-трёх элементов;
- знакомство с комбинаторным правилом произведения;
- формирование навыков подсчёта комбинаций из двух элементов с помощью таблиц, графов, правила произведения;
- демонстрация значения комбинаторных знаний и умений для решения бытовых, учебных и прикладных задач;
- формирование комбинаторного мышления, развитие математической интуиции;
- развитие интереса к математике, вкуса к решению нестандартных задач.

Метапредметные цели изучения главы:

- развитие мотивов и интересов познавательной деятельности;
- формирование вариативности мышления, умения находить наиболее рациональные способы решения задач;
- развитие умений контролировать свою деятельность через решение одной комбинаторной задачи различными способами (с помощью правила произведения, таблиц, графов, организованного перебора по разным принципам), оценивать правильность решения задачи;
- формирование умения создавать и использовать необходимые для решения учебных и прикладных задач средства: символы, схемы и другие модели;
- развитие умений создавать обобщения, устанавливать аналогии, систематизировать и классифицировать объекты.

Личностные цели изучения главы:

- воспитание уважительного отношения к историческому наследию математической науки;
- формирование желания и способности учащихся к саморазвитию и самообразованию через поддержание устойчивых познавательных интересов;
- формирование целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки;
- формирование уважительного и доброжелательного отношения к собеседнику, к его мнению; формирование коммуникативной компетенции в общении и сотрудничестве.

§ 38 Различные комбинации из трёх элементов (1/2 ч)

Цели изучения параграфа — знакомство с новым разделом математики — комбинаторикой; обучение составлению и подсчёту упорядоченных и неупорядоченных комбинаций из двух-трёх элементов; развитие умений сравнивать, сопоставлять, классифицировать и систематизировать объекты, находить оптимальные решения задач.

Начать урок по теме следует с рассказа о новом разделе математики — комбинаторике, её месте и значении в научных и практических знаниях (за основу рассказа можно взять введение к главе).

Приводя примеры комбинаторных задач, следует упомянуть о задачах составления *магических* и *латинских квадратов*. При наличии времени (второго урока по теме) желательно рассмотреть материал рубрики *Это интересно*.

но — исторические комбинаторные задачи (с. 254), после чего решить практические и прикладные задачи 10 и 11 (с. 274). Если на изучение параграфа отводится один урок, то материал рубрики *Это интересно* следует предложить учащимся изучить дома. Возможно включение исторических задач во внеклассную работу с интересующимися математикой учащимися.

Задачи 1—3 из текста параграфа решаются устно; учитель показывает символические записи пар и троек друзей, идущих на футбольный матч, фиксируя внимание учащихся на том, как в дальнейшем будут записываться комбинации элементов, в которых важен или не важен порядок расположения элементов. Вводить для всех учащихся понятия сочетаний, размещений и перестановок на данном этапе обучения не следует (лишь понятие перестановок подробно будет рассмотрено в § 40). Материал рубрики *Шаг вперёд* (с. 251) рекомендуется для рассмотрения дома только учащимся, интересующимся математикой; можно предложить этим учащимся найти в справочной литературе или в Интернете определения каждого вида соединения.

После решения задачи 3 текста учебника можно выполнить вводные упражнения, затем перейти к рассмотрению задачи 4. При этом задачу 4 (1) можно предложить учащимся решить самостоятельно, а решение задачи 4 (2) разобрать по учебнику.

Для классной и домашней работы выбирают упражнения из номеров 686—699, причём задачи 686—688 решаются устно, а при решении остальных задач рассуждения должны сопровождаться символическими записями перебираемых комбинаций элементов.

В результате изучения параграфа все учащиеся должны уметь решать задачи типа 690, 693—695 и отвечать на устные вопросы, сформулированные после параграфа.

Решение упражнения

699. Наибольшее число слов — это и все слова из одной буквы, и все слова из двух и из трёх букв. Их число равно $3 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 \cdot 3 = 39$.

§



Таблица вариантов и правило произведения (2/2 ч)

Цели изучения параграфа — знакомство с частным случаем комбинаторного правила произведения (для комбинаций из двух элементов) и его применением

для решения учебных и практических задач; обучение организации перебора комбинаций из двух элементов с помощью таблицы вариантов; развитие умений осознанно выбирать оптимальный способ решения учебных и познавательных задач, оценивать правильность решения задачи, создавать и пользоваться моделями (в виде таблиц) для решения прикладных задач.

На первом уроке (после проверки выполнения домашней работы) актуализировать умения составления и чтения таблиц можно с помощью вводных упражнений. Объяснение нового материала стоит провести на одном уроке, следуя логике его изложения в параграфе. Желательно, чтобы таблицы вариантов при решении задач 1 и 2 учащиеся перенесли в тетради. Так как таблица задачи 2 будет иметь важное значение при решении вероятностных задач, имеет смысл зафиксировать в памяти учащихся возможности решать с её помощью разнообразные исследовательские задачи. Например, можно по этой таблице задать учащимся следующие вопросы: «Сколько существует вариантов появления одинаковых очков на верхних гранях?», «Сколько комбинаций очков дают в сумме число 2; 12; 3; 11; 4; 10?», «Какая сумма очков на двух появившихся гранях встречается в таблице чаще других?».

Второй урок — это урок решения различных задач на применение правила произведения. При наличии времени можно на этом уроке предложить учащимся самостоятельно прочитать материал рубрики *Это интересно*. А можно оставить этот материал для изучения дома после второго урока. Тогда, анализируя текст рубрики на первом уроке изучения следующего параграфа, реально создать мотивацию подсчёта числа комбинаций из большего, чем 2, числа элементов (в § 40 правило произведения обобщается на подсчёт комбинаций из любого числа элементов).

Вопросы и задания для обсуждения рубрики могут быть следующими: «Приведите примеры помощи математиков политикам», «Что такое *анаграмма*?», «Сколько анаграмм существует у слова (вместе с ним) *як*; *мир*; *коза*?», «Зачем Галилею понадобилось создавать анаграмму о своих наблюдениях?», «Подтвердилось ли открытие Галилея?», «Сколько примерно анаграмм имеет зашифрованная Галилеем фраза?», «Как называется вид числа, которым в тексте записано количество анаграмм фразы Галилея?».

Распределение учебного материала по урокам может быть следующим:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 39	ВУ; № 700—702, 704, 705	№ 702	№ 730
2	§ 39	УВ; № 703, 706—710	№ 710 (1)	№ 711; РТ № 8, 9; это интересно (с. 261)

Возможное оформление решения упражнения:

703. Первым уроком может быть любой из двух предметов ($n = 2$), после него вторым уроком может быть любой из трёх предметов ($m = 3$). Согласно правилу произведения вариантов составления расписания на первые два урока существует $n \cdot m = 2 \cdot 3 = 6$.

О т в е т. 6 вариантов.

709. $n = 8$, $m = 7$, $n \cdot m = 8 \cdot 7 = 56$. О т в е т. 56.

В результате изучения параграфа все учащиеся должны отвечать на устные вопросы и уметь применять правило произведения при решении упражнений типа **702**, **705**.

§ 40 Подсчёт вариантов с помощью графов (2/2 ч)

Цели изучения параграфа — знакомство с новым способом (с помощью графов) организации перебора элементов и подсчёта комбинаций из большего, чем 2, числа элементов; перенос применения правила произведения с подсчёта комбинаций из двух элементов на подсчёт комбинаций из трёх и более элементов; введение понятия перестановок из n элементов и формулы нахождения числа всех перестановок из n элементов; формирование умений самостоятельно планировать маршруты достижения целей (в том числе альтернативные), выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и прикладных задач, оценивать правильность решения задачи, создавать и применять для решения задач адекватные модели.

После проверки выполнения домашнего задания и выполнения вводных упражнений с помощью рисунков 46 и 47 учебника формулируется представление о графах разных видов.

Строгие определения графов и их элементов не формулируются, от учащихся следует лишь требовать правильное и уместное использование терминов *граф*, *граф-дерево*

(или просто *дерево*, *дерево вариантов*), *ребро графа*, *вершина графа*. Представления об этих понятиях учитель вводит на первом уроке в ходе решения задач 1—4 параграфа.

После закрепления умений в изображении деревьев вариантов (в конце первого урока) следует распределить среди учащихся темы исследовательских работ, порекомендовать источники информации для их выполнения. Выступления и презентации лучших творческих работ запланировать на урок обобщения знаний по теме.

На втором уроке после решения задачи 5 текста параграфа следует произвести обобщение применимости правила произведения для подсчёта комбинаций из большего, чем 2, числа элементов.

Напомним, как звучит **обобщённое правило произведения** (учащимся его не следует сообщать в таком виде): «Если в множестве A_1 содержится n_1 элементов, в множестве A_2 содержится n_2 элементов и т. д., в множестве A_k содержится n_k элементов, то способов одновременно выбрать один элемент множества A_1 , один элемент множества A_2 и т. д., один элемент множества A_k в указанном порядке равно $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$ ».

Закрепляется применение правила произведения для подсчёта комбинаций из трёх элементов при разборе решения задачи 6 текста параграфа, а также при решении упражнений.

Задача 7 является мотивацией к введению понятия *перестановок* из определённого числа элементов. Вводится определение факториала натурального числа n и при решении задачи 8 (2) демонстрируется возможность упрощения выражений, содержащих факториалы.

Учителю следует иметь в виду, что при решении задачи 4 из раздела *Практические и прикладные задачи* (с. 273) учащиеся интуитивно должны применить комбинаторное **правило суммы**: «Если множества A_1, A_2, \dots, A_k не имеют общих элементов, то количество элементов в их объединении равно сумме количества элементов в каждом множестве». Если учитель будет рассматривать в сильном классе прикладную задачу № 4 (об азбуке Морзе), то предложить её можно решением более простой задачи. Например, следующей:

Задача. Имеются 3 разных карандаша, 4 разных шариковых и 5 разных гелиевых ручек. Сколькими способами можно выбрать отсюда два предмета с разными названиями?

Карандаш и шариковую ручку можно выбрать $3 \cdot 4 = 12$ способами; карандаш и гелиевую ручку можно выбрать $3 \cdot 5 = 15$ способами; шариковую ручку и гелиевую ручку

можно выбрать $4 \cdot 5 = 20$ способами. Всего способов выбрать два разноимённых предмета существует $12 + 15 + 20 = 47$.

Изучение рубрики *Диалог об истории* желательно включить в домашнюю работу после первого урока, сформулировав к нему следующие вопросы и задания: «Какие области знаний пользуются графами для решения своих задач?», «Когда зародилась теория графов?», «Кто является её основоположником?», «Как формулируется задача о кёнигсбергских мостах?», «Как сегодня называется бывший город Кёнигсберг?», «Возможно ли выполнить условия задачи о кёнигсбергских мостах?», «Перечислите признаки, по которым определяется, можно ли начертить заданную фигуру одним росчерком (не отрывая карандаш от бумаги и не проводя по одному месту более одного раза)».

Распределение учебного материала:

Номер урока	Теоретический материал	Задания		
		основные для работы в классе и дома	для самостоятельной работы в классе	дополнительные
1	§ 40, задачи 1, 2, 4—6	ВУ; № 712—719; ПЗ № 3	№ 717, 719	№ 722, 723; ПЗ № 2, 8; диалог об истории (с. 270)
2	§ 40 от задачи 7 до конца	№ 720, 721, 724—727; ПЗ № 1	№ 725 (2); найти $\frac{P_5}{P_6}$, $\frac{P_{10}}{P_7}$, $\frac{P_{100}}{P_{101}}$	Задача 3 текста учебника и № 728, 729; ПЗ № 5, 4; обсуждение решений задач из диалога об истории; РТ № 10, 11

В результате изучения параграфа все учащиеся должны научиться выбирать оптимальный способ решения заданной комбинаторной задачи (с помощью таблицы, графа или применяя правило произведения); отвечать на устные вопросы к параграфу и выполнять упражнения типа 714, 718, 721.

Решение упражнений

722. Каждая из двух забытых цифр могла быть любой из десяти (0, 1, 2, ..., 9), поэтому в худшем случае Васе предстоит перебрать $10 \cdot 10 = 100$ комбинаций из двух цифр.

723. Выбрать первый вид овощей можно 6 способами, добавить второй вид — 5 способами (из оставшихся 5 видов овощей), третий вид — 4 способами. Число вариантов салатов равно $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$.

725. 1) Первый игрок поставить крестик может в любую из 9 имеющихся клеток, второй игрок может поставить нолик в любую из оставшихся 8 клеток. Существует $9 \cdot 8 = 72$ варианта заполнения двух клеток.

726. 1) Сдвоенный урок алгебры можно для данной задачи принять за единый урок, тогда задача сведётся к подсчёту числа перестановок из 4 уроков (алгебры, литературы, истории и физики): $P_4 = 4! = 24$.

728. 1) Число рёбер полного графа, имеющего n вершин, равно $\frac{n(n-1)}{2}$. При $n = 12$ число рёбер равно $\frac{12(12-1)}{2} = 6 \cdot 11 = 66$.

729. 1) Моделью условия данной задачи является полный граф, вершины которого — учащиеся класса. Число пар для дежурства по столовой находится как число рёбер полного графа с n вершинами. При $n = 24$ число рёбер (пар дежурных) равно $\frac{24(24-1)}{2} = 12 \cdot 23 = 276$.

Решение практических и прикладных задач

1. 1) Число возможных различных последовательностей старта 6 лыжников равно $P_6 = 6! = 720$.

2. 1) Предварительно найдём число всевозможных номеров (включая номер 000), не содержащих цифру 2. На первом месте номера может стоять любая, отличная от 2 цифра, т. е. $n_1 = 9$.

На втором и третьем местах также могут стоять отличные от 2 цифры, т. е. $n_2 = 9$ и $n_3 = 9$. Число всевозможных трёхзначных номеров согласно правилу произведения равно $9 \cdot 9 \cdot 9 = 729$. Вычитая один включённый сюда несуществующий номер 000, получим: 728 номеров отвечают требованию задачи.

3. Первую карточку Оля может выбрать 4 способами, к ней присоединить вторую — 3 способами, третью — 2 способами. Существует $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ варианта случайного выкладывания трёхбуквенных слов. В худшем случае слово ОЛЯ получится последним, значит, прежде чем получилось имя девочки, Оля выложила 23 слова.

4. Одним знаком можно закодировать 2 буквы, двумя знаками — $2 \cdot 2 = 4$, тремя знаками — $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$, четырьмя — $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$, пятью — $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$. Максимальное число символов, кодируемых с помощью азбуки Морзе, равно $2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 62$.

5. На каждой из 6 позиций, отведённых под кодирование символа с помощью азбуки Брайля (рис. 7), присут-

ствует или отсутствует выпуклая «точка».	○	○
Всевозможных комбинаций из «есть точка»	○	○
или «нет точки» существует 2^6 , т. е. 64.	○	○

8. Первое место может занять любая из 7 команд, второе место — любая из 6 оставшихся, третье место — любая из 5 оставшихся (после того как первые два места заняты). Согласно правилу произведения существует $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$ способов распределения 7 команд по трём местам (соответствующим золотой, серебряной и бронзовой медалям).

Рис. 7

Урок обобщения знаний и представления исследовательских работ (1/1 ч)

В начале урока можно повторить основные теоретические и практические сведения, полученные при изучении главы. Сделать это можно с помощью информации в рубрике *В этой главе вы узнали* и упражнений к главе **730—735** (дополнительно можно рассмотреть решения задач 6, 7 из раздела *Практические и прикладные задачи*).

Самостоятельную работу на 10—15 мин (с проверкой в классе) учитель может провести, используя по своему выбору задачи *теста* 8 или составляя им аналогичные. Если учитель решит провести самостоятельную работу по вариантам, то в проверку можно включить следующие задачи рубрики *Проверь себя!*:

I вариант: № 1 (а), 4 (б), 3;

II вариант: № 1 (б), 4 (а), 5.

Вторую половину урока желательно посвятить представлению наиболее интересных исследовательских работ (остальные работы можно представить на следующих уроках итогового повторения либо на одном из внеклассных мероприятий).

Решение упражнений

735. I способ. Не отправляя на дежурство поочерёдно каждого из четверых ребят данной группы, будем получать всевозможные тройки ребят, идущих на дежурство. Таким образом, существует 4 способа выбрать троих ребят для дежурства в столовой.

II способ. Упорядоченных троек ребят, выбираемых из 4 имеющихся (согласно правилу произведения), существует $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$. Однако по условию задачи нужны тройки ребят, порядок расположения в которых не имеет

значения. Упорядоченных троек элементов из трёх имеющихся существует $P_3 = 3! = 6$. Таким образом, неупорядоченных троек ребят, выбираемых из 4, в 6 раз меньше, чем упорядоченных, т. е. их существует $24 : 6 = 4$.

Решение практических и прикладных задач

6. С помощью 4 различных нуклеидов можно закодировать (согласно правилу произведения) $4 \cdot 4 = 16$ пар нуклеидов. Гамову не хватило пар для кодирования 20 видов аминокислот ($16 < 20$). Объединяя нуклеиды тройками, удаётся закодировать $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ видов аминокислот.

7. Модель условия задачи — граф с 12 вершинами; рёбра — всевозможные пары детей, их число равно $\frac{12(12-1)}{2} = 66$. Гуляя ежедневно с 6 парами детей, воспитатель может разнообразить пары $66 : 6 = 11$ дней.

Оглавление

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ГЛАВА I. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ	7
§ 1. Числовые выражения	9
§ 2. Алгебраические выражения	14
§ 3. Алгебраические равенства. Формулы	15
§ 4. Свойства арифметических действий	19
§ 5. Правила раскрытия скобок	21
ГЛАВА II. УРАВНЕНИЯ С ОДНИМ НЕИЗВЕСТНЫМ	27
§ 6. Уравнение и его корни	28
§ 7. Решение уравнений с одним неизвестным, сводящихся к линейным	31
§ 8. Решение задач с помощью уравнений	34
ГЛАВА III. ОДНОЧЛЕНЫ И МНОГОЧЛЕНЫ	40
§ 9. Степень с натуральным показателем	41
§ 10. Свойства степени с натуральным показателем	45
§ 11. Одночлен. Стандартный вид одночлена	49
§ 12. Умножение одночленов	50
§ 13. Многочлены	51
§ 14. Приведение подобных членов	53
§ 15. Сложение и вычитание многочленов	55
§ 16. Умножение многочлена на одночлен	57
§ 17. Умножение многочлена на многочлен	58
§ 18. Деление одночлена и многочлена на одночлен	60
ГЛАВА IV. РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ НА МНОЖИТЕЛИ	64
§ 19. Вынесение общего множителя за скобки	65
§ 20. Способ группировки	69
§ 21. Формула разности квадратов	72
§ 22. Квадрат суммы. Квадрат разности	76
§ 23. Применение нескольких способов разложения многочлена на множители	80
ГЛАВА V. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДРОБИ	84
§ 24. Алгебраическая дробь. Сокращение дробей	85
§ 25. Приведение дробей к общему знаменателю	89
§ 26. Сложение и вычитание алгебраических дробей	91
§ 27. Умножение и деление алгебраических дробей	95
§ 28. Совместные действия над алгебраическими дробями	97
ГЛАВА VI. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ И ЕЁ ГРАФИК ..	102
§ 29. Прямоугольная система координат на плоскости	104
§ 30. Функция	105
§ 31. Функция $y = kx$ и её график	109
§ 32. Линейная функция и её график	112

ГЛАВА VII. СИСТЕМЫ ДВУХ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ НЕИЗВЕСТНЫМИ	116
§ 33. Уравнение первой степени с двумя неизвестными. Системы уравнений	117
§ 34. Способ подстановки	119
§ 35. Способ сложения	121
§ 36. Графический способ решения систем уравнений	123
§ 37. Решение задач с помощью систем уравнений	126
ГЛАВА VIII. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ	132
§ 38. Различные комбинации из трёх элементов	134
§ 39. Таблица вариантов и правило произведения	135
§ 40. Подсчёт вариантов с помощью графов	137

Учебное издание

Колягин Юрий Михайлович
Ткачёва Мария Владимировна
Фёдорова Надежда Евгеньевна
Шабунин Михаил Иванович

АЛГЕБРА
Методические рекомендации
7 класс

Учебное пособие для общеобразовательных организаций

Центр естественно-математического образования
 Редакция математики и информатики
 Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*
 Редакторы *Н. Н. Сорокина, И. В. Рекман*
 Младший редактор *Е. А. Андреевкова*
 Художник *О. П. Богомолова*
 Художественный редактор *О. П. Богомолова*
 Компьютерная графика *О. Ю. Тупкиной*
 Компьютерная вёрстка
 и техническое редактирование *Т. М. Якутович*
 Корректор *И. П. Ткаченко*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 21.07.16. Формат 60 × 90^{1/16}. Бумага офсетная. Гарнитура SchoolBookC SP. Уч.-изд. л. 7,16. Тираж 50 экз. Заказ №

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».
 127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в полном соответствии с качеством предоставленных материалов в ОАО «Смоленский полиграфический комбинат».
 214020, г. Смоленск, ул. Смольянинова, д. 1.