

**Комитет по образованию администрации г. Улан-Удэ
МАОУ «Средняя общеобразовательная школа №37»**

**XXVII городская научно-практическая конференция
«Шаг в будущее»**

**Секция: «Математика»
Направление: «Теория вероятности и комбинаторика»**

Поиск выигрышных стратегий при решении комбинаторных задач

Выполнила: Сигачева Валерия Романовна,
учащаяся 9 класса «Г»
МАОУ «СОШ №37».

Научный руководитель:
Днепровская Татьяна Николаевна,
учитель математики
МАОУ «СОШ №37».

Улан-Удэ
2020

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	2
1. Основная часть	
1.1. Комбинаторная игра	3
1.2. Простая игра с выбыванием	4
1.3. Игра Баше	4-5
1.3.1. История игры Баше	5-6
1.4. Игры и стратегии	6-7
1.5. Игры – шутки	7
1.6. Задача игра – Ним	7
1.7. Игры, использующие симметрию	7-8
1.8. Игры, в которых стратегия — дополнение до фиксированного числа	8
1.9. Метод выигрышных позиций	8-10
2. Практическая часть	11
2.1. Игры-шутки	11
2.2. Симметрия	11
2.3. Игры, в которых стратегия — дополнение до фиксированного числа	11-12
2.4. Метод выигрышных позиций	12-13
3. Заключение	16
4. Список литературы	

Введение

В последнее время, решая различные задачи, я сталкиваюсь с комбинаторными игровыми задачами на поиск выигрышной стратегии. Такие задачи я обычно решаю методом перебора. Но зачастую, на подобные методы решения уходит много времени и не все варианты решения порой удастся перебрать.

Возникают вопросы:

- Как же играть, чтобы не проиграть?
- Как найти выигрышные стратегии игры математическими методами?
- Победа в игре – это закономерность или случайность?

Считаю, что поставленная мной проблема для исследования является актуальной, так как в ходе работы для себя лично я получу новые методы решения комбинаторных игровых задач, и в будущем смогу использовать полученные математические знания в программировании комбинаторных игр на компьютере. Результаты моего исследования будут также полезны школьникам, которые увлекаются математикой и решением комбинаторных игровых задач.

Область исследования: математическая теория комбинаторных игр.

Объект исследования: поиск выигрышных стратегий игровых комбинаторных задач.

Предмет моего исследования: математические игры

Цели исследования: Изучение выигрышных стратегий математической игры или доказательство того, что их нет, а результат игры – это лишь случайность.

Задачи исследования:

- изучить и сравнить с точки зрения эффективности различные методы решения игровых задач, рассмотреть различные ситуации, возникающие при их решении;
- провести игровой эксперимент с целью исследования математических закономерностей игры;
- обосновать полученные закономерности с точки зрения математики или доказать, что таких закономерностей нет.

В моей работе речь пойдёт об играх математических, а точнее комбинаторных.

1. Основная часть

Оказывается, математики, кроме уравнений и функций, изучают еще и игры. Этот факт школьные учебники по математике почему-то скрывают от учеников. Многие математические теории можно рассматривать как игры с определёнными правилами. А часто и наоборот- игры порождают сложные математические теории.

Крестики-нолики, шахматы, шашки, реверси – это известные примеры комбинаторных игр. Можно сказать, что комбинаторные игры - это игры, где нет элементов случайности, все правила чётко описаны, и игроки имеют полную информацию о текущей ситуации.

Комбинаторные игры – это игры на двух людей с полной информацией и без случайных ходов, с выигрышным или проигрышным исходом. Такая игра определяется множеством позиций, включая начальную позицию и игроком, чья очередь делать ход. Игра меняется от одной позиции к другой, игроки делают ход поочередно, до тех пор, пока не достигнута конечная позиция. Конечная позиция – это позиция, в которой нет возможных ходов. Потом один из игроков объявляется победителем, а второй проигравшим. Существует две основные ссылки на материал по комбинаторным играм. Одна из них – это исследовательская книга «О Числах и Играх», Дж. Конвей, Издательство Академии, 1976. Данная книга представляет нашему вниманию многие основные положения по данной теме и привела к быстрому развитию этой темы, которое продолжается, и по сей день. Еще одна ссылка, более подходящая для этого уровня – это двухтомная книга, написанная Берлекэмпом, Конвеем и Гаем в 1982, в мягкой обложке. В книге описано множество интересных игр, большая часть из которых доступна студентам бакалаврам математического направления.

1.1. Комбинаторная игра- это множество игровых позиций, про каждую из которых игрокам известно, как (в другие позиции) может ходить каждый из них.

Что такое комбинаторная игра?

Теперь мы дадим более точное понятие комбинаторной игры. Это игра, удовлетворяющая следующим условиям:

1. Есть два игрока.
2. Существует ограниченное количество возможных позиций.
3. Правила игры устанавливаются одинаково для двух игроков и каждая позиция, которая переходит в другую позицию, являются разрешенным ходом. Если правила не выделяют ни кого из игроков, то есть, если у игроков одинаковые возможности, игра называется беспристрастной; если все наоборот, то игра считается пристрастной.
4. Игроки ходят по очереди.

5. Игра заканчивается тогда, когда достигается позиция, из которой нет возможных ходов.

1.2.Простая игра с выбиванием.

Здесь представлены правила простой беспристрастной комбинаторной игры, в которой достают камушки из горсти камушек.

1. Имеем двух игроков. Обозначим их 1 и 2.
2. Посередине стола расположена куча из 21 камушка.
3. За один ход игрок может изъять 1,2 или 3 камушка. Нужно взять как минимум один камушек, но не больше трёх.
4. Игроки ходят по очереди, начиная с игрока 1.
5. Игрок, который достает последний камушек выигрывает. (Игрок, делающий последний ход выигрывает, а тот, у кого не остается ходов – проигрывает).

Каким образом мы можем проанализировать данную игру?

Каким игроком вы предпочли бы быть, игроком, который ходит первый или второй?

Какая стратегия является хорошей?

Мы анализируем эту игру с конца до начала. Этот метод называют обратной индукцией.

Если в конце остается лишь один, два или три камушка, то тот игрок, чья очередь делать ход просто забирает все камушки и выигрывает.

Предположим, что осталось четыре камушка. В этом случае, тот игрок, чья очередь делать ход, оставляет один, два или три камушка и следующий игрок просто выигрывает. Итак, если остается четыре камушка, то первый игрок проиграет, а второй выиграет.

Если остается 5,6 или 7 камушков, то игрок, который делает ход следующим, может оставить 4 камушка и выиграть.

Если остается 8 камушков, то игрок может оставить 5,6 или 7 камушков, таким образом, выиграет его противник.

Мы видим, что позиции с 0,4,8,12 камушков – это целевые позиции; было бы хорошо их занять. Теперь мы можем проанализировать игру с 21 камушком. Так как 21 не делится на 4, то игрок, который ходит первым, может выиграть. Самый уникальный и оптимальный ход – это взять один камушек и оставит 20, которые и будут вашей целевой позицией

Одной из известнейших игр является игра «**Баше**»

Это древнекитайская игра, в неё любили играть китайские императоры. Тем, кто у них выигрывал, отрубали головы.

1.3.Игра Баше.

Представьте себе, что вы пират в жажде сокровищ. Вы и ваш этот злостный враг приезжают на остров, и по карте сокровищ должны найти клад. Встречаетесь вы на месте

копки, а ведь вы даже оружия с собой не взяли, вы не можете друг друга убить. И вот вы договариваетесь следующим образом. У вас есть секундомер. Вы капаете по очереди. Сначала вы начинаете копать, а он держит секундомер, и когда проходит минута, передает вам секундомер, выхватывая у вас лопату и начиная рыть самим, причем он уже роет из той же ямы. Через минуту опять смена, и так далее. В минуту вы можете выкопать или 10 см земляного слоя, или 30 см, или 40 см.

Цель – первым докопаться до клада на глубине 200 см и забрать его на свой корабль.

Сформулируем по-научному

Есть целое число N и множество A целых чисел. Игроют два игрока. В свой ход они могут N присвоить разности числа N и любого элемента из множества A . Выигрывает тот, кто получит число меньше любого элемента из A больше чем ноль.

1.3.1.История игры Баше.

Было это все давно. Еще где-то в двенадцатом веке появляется великий математик со своими великими открытиями – Фибоначчи. Он и придумал ту самую игру, где было 15 палочек, а игроки хвастались своим проворством, ну и может знанием математики, беря то одну, то две, то три палочки, и в конце концов кто-то забирал последнюю палочку. Впрочем, на этом все исторические познания автора в математике заканчиваются, ну может быть можно еще сказать, что в книге Баше де Меризиака (который придал ей неплохую известность, получив за это право назвать ее своим именем) она была упомянута. В Википедии сообщалось, что она упоминалась в “Утешных действиях” Магницкого, но, когда автор открыл эту книгу он ничего общего с ней не нашёл. Вот и все.

Приглашаю Вас сыграть:

Поле для игры:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Ход: 1,3,4

Результат:

п	п	п	в	п	в	п	п	п	п	в	п	в	п	п	п	п	в	п	в
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

В данных задачах – играх, выигрышные и проигрышные позиции расставляются по следующим правилам:

- Позиция, из которой нельзя сделать ход- выигрышная.
- Если из позиции x можно попасть в выигрышную, то позиция x -проигрышная
- Если все ходы из позиции x ведут в проигрышные позиции, то позиция x -выигрышная.

- Если игрок имеет возможность ходить так, чтобы у него выиграть, независимо от того, как он будет ходить, значит, игрок «выигрывает» в данной позиции.

Эта возможность и описание того, как нужно отвечать на ходы соперника и называется выигрышной стратегией.

Наша задача, чтобы выиграть, ходить только в выигрышные позиции, они обозначены буквой «В», тогда, противник будет ходить только в проигрышные позиции, а в итоге победа будет за нами.

Существует очень много подобных игр, они подразделяются на:

1. игры с вычитанием;
2. упражнения;
3. очищай и разделяй;
4. динамичное вычитание;
5. Ним Фибиначчи;
6. Граф игры и другие.

Однако с помощью темы о выигрышных и проигрышных позициях можно не только играть в комбинаторные игры, но и решать олимпиадные и другие интересные задачи.

1.4. Игры и стратегии

Игровые задачи являются неременной составляющей любого математического соревнования, будь то городская олимпиада или математический бой. Многие школьные учителя не уделяют таким задачам заслуженного внимания, считая, что они не несут в себе никакой содержательной идеи. На самом же деле, задачи-игры очень полезны для развития математической культуры и четкого понимания того, что значит решить задачу.

Прежде чем приступить к рассмотрению задач, нам потребуется осознать, что соображения типа «если он ходит так, то я хожу так» не являются, как правило, решением игры. На самом деле, для решения игровой задачи необходимо, во-первых, грамотно и четко сформулировать стратегию, во-вторых, доказать, что она действительно ведет к выигрышу, и, в-третьих, показать, что описанная стратегия реализуема. Особое внимание следует обратить именно на третий пункт: именно про него чаще всего забывают и именно из-за него, казалось бы, совершенно правильная стратегия оказывается не более чем бессмысленным набором действий, который далеко не всегда сможет обеспечить выигрыш в игре.

Но не будем спешить. Заметим лишь, что во всех задачах ответить надо на один и тот же вопрос – кто побеждает: начинающий (первый) или его соперник (второй)? Свой ответ, естественно, Вам потребуется аргументировать.

С подобными задачами в более расширенных вариантах я столкнулась, проходя математическую образовательную программу в ОЦ «Сириус».

1.5.Игры-шутки.

Игры – шутки – это такие игры, где для построения выигрышного алгоритма можно ничего и не знать, так как в них результат будет зависеть не от игры партнеров, а от начальных условий. Однако для этого в решении нужно заметить, что это игра-шутка, а не какая-то другая, в которой нужно искать выигрышную стратегию. На самом деле, нет никакой стратегии (а нас хотят обмануть, что она якобы есть!) Просто... как бы кто ни ходил, либо всегда выиграет первый игрок (тот, кто начинает игру), либо всегда второй. Задача - в том, чтобы математически доказать такую закономерность. Для доказательства обычно находится какая-то величина, которая понятно чему равна в начале и конце и понятно как изменяется на каждом ходу - тут даже частенько число ходов до конца однозначно посчитать можно. Это величина называется инвариантом (четность – самый известный инвариант в математике).

1.6.Задача – игра Ним.

Задача 1. Имеется три кучки камней: в первой - 10, во второй - 15, в третьей - 20. За ход можно разбить любую кучку на две меньшие. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет?

Решение: И это задача-шутка. Количество возможных ходов для раскладывания кучек: $45 - 3 = 42$. Поэтому, как бы ни ходил первый игрок, при его ходе всегда будет четное число кучек. При ходе же второго игрока количество кучек будет всегда нечетно. Значит, победит первый игрок, так как по окончании игры всегда остается ровно 45 кучек по одному камню в каждой.

1.7.Игры, использующие симметрию

Сейчас мы познакомимся с мощным и красивым, но очень простым методом решения игровых задач- симметричной стратегией. Суть его- делать каждый ход, симметричный ходу противника или дополняющий его до чего-либо. Доказательство правильности нашей стратегии будет пользоваться тем, что после каждого нашего хода позиция симметрична: раз так, то если противник сумел сделать свой ход, то и мы сможем сделать ход, симметричный ему. Неправильно думать, что симметрии-стратегия только для второго игрока. Если исходная позиция- несимметричная, то обычно первый игрок может её как-то сделать симметричной, а потом играть по симметрии, отвечая на ходы второго.

Задача. Соты имеют форму квадрата 9×9 . Все квадратики, кроме центрального заполнены медом. В центре- дёготь. За один ход разрешено разломить соты вдоль любой

вертикальной или горизонтальной линии и съесть ту часть, где нет дёгтя. Проигрывает тот, кому остался дёготь. Кто выиграет при правильной игре?

Ответ: выигрышная стратегия есть у второго игрока

Решение: для победы второму игроку достаточно совершать ходы, симметричные ходам соперника относительно центра квадрата.

1.8. Игры, в которых стратегия — дополнение до фиксированного числа

Другая идея выигрышной стратегии в играх — дополнение хода соперника до некоторого фиксированного числа, уменьшая каждым «совместным» ходом (т.е. ход первого и второго игрока) общее число элементов на некоторое постоянное число, что сводит игру к игре с меньшим числом элементов, т.е. более простой. Понятно, что победа в данной стратегии зависит от общего количества данных по условию элементов.

Задача: На столе лежат 15 карандашей. Двое берут по очереди один, два или три карандаша. Проигрывает тот, кому достанется взять последний карандаш. Как должен играть начинающий, чтобы заставить своего противника взять последний карандаш?

Решение: Остаток от деления числа 15 на $3 + 1 = 4$ равен 3. Начинающему надо, добиться того, чтобы последний карандаш взял противник, поэтому первым ходом он должен взять не 3 карандаша (остаток от деления), а 2 (1 карандаш — противнику!) Затем каждым последующим ходом будет дополнять количество карандашей, взятых вторым игроком, до 4. После первого хода 1-го игрока на столе останется 13 карандашей, после второго хода — 9, после третьего — 5, после четвертого — 1. Следовательно, последний карандаш берет второй игрок.

1.9. Метод выигрышных позиций

Бесспорно, самый мощный и универсальный способ решения задач на игры - поиск выигрышных позиций. Здесь мы будем называть выигрышной ту позицию, которую выгодно оставлять после своего хода, а проигрышной, соответственно, ту, которую невыгодно (в согласии с одной половиной методической литературы и в противоположность другой половине :-). Тогда финальная позиция, из которой уже нельзя сделать ход - выигрышная.

Основные свойства позиций таковы:

1. каждая позиция - либо выигрышная, либо проигрышная (промежуточных вариантов нет!);
2. из выигрышной позиции можно пойти только на проигрышную;
3. из любой проигрышной позиции можно пойти на выигрышную.

Тогда, если начальная позиция - проигрышная, выигрывает первый,

если выигрышная - второй. Стратегия одинакова: каждый раз ходить на выигрышную позицию. Тогда противник должен будет походить на проигрышную позицию (свойство 2), а мы опять сможем пойти на выигрышную (свойство 3).

Суть метода: делим всю доску (или все возможные ходы) на два вида полей — выигрывающие и проигрывающие (причем под это определение попадают все рассматриваемые клетки или ходы). После этого стратегия играющего заключается в том, чтобы делать свой ход на выигрывающие клетки (или делать выигрывающие ходы). Данный метод пригоден почти для всех игровых задач.

Рассмотрим применение данного метода на конкретной задаче:

Задача: Имеются две кучки конфет: в одной — 20, в другой — 21. За ход нужно съесть все конфеты в одной из кучек, а вторую разделить на две необязательно равные кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет?

Решение: Если мы решили использовать метод выигрышных позиций, то нам нужно найти эти выигрышные позиции. Чтобы их найти, рассмотрим простейшие случаи.

Простейшая выигрышная позиция для того игрока, кто ее создал (т.е. «сходил» последним): это 1 и 1. Понятно, что в этом случае побеждает тот, кто ходит вторым, так как у первого игрока нет хода.

Очевидно, что позиция 2 и 1 выигрышная для первого и проигрышная для второго.

Если 3 и 1, тогда второй вновь с победой, как несложно убедиться простой проверкой, так как есть ровно два хода.

Когда в кучках 3 и 2, победа у первого (убираем 3, делим 2).

Если же 3 и 3, тогда победа вновь возвращается ко второму, что можно показать простым перебором и т. д.

Замечаем закономерность: если в каждой из кучек по нечетному числу конфет, тогда позиция выигрышная для второго.

Если же хотя бы в одной из кучек четное число конфет, то такая позиция выигрышная для первого.

Несложно понять, что когда в обеих кучках по нечетному числу конфет, то за один ход нельзя получить такую же позицию, так как при разделении любого нечетного числа на два слагаемых одно из них будет четным. Однако если хотя бы в одной из кучек четное (ненулевое) число конфет, то ее несложно разбить на два нечетных слагаемых. Таким образом мы можем разбить все позиции на выигрышные и проигрышные с учетом того, сколько конфет в кучках. И задача выигрывающего делать ход на выигрышные позиции.

После этого уже понятно, кто выиграет в данной по условию игре и как ему этого добиться.

Делим все возможные ходы на «выигрышные» и «проигрышные». Если после разбиения получились две кучки с нечетным числом конфет, тогда назовем такую позицию «выигрышной», а все остальные — «проигрышными».

Стратегия победителя заключается в том, что он делает ход на «выигрышные» поля. Так как первый может сделать ход на «выигрышное» поле, а хода с одного «выигрышного» поля на другое нет, и с любого «проигрышного» поля за один ход можно попасть на «выигрышное», то побеждает начинающий. Своим первым ходом он может съест кучку из 21 конфеты, а кучу с 20 конфетами разделить на две, в которых нечетное количество конфет в обеих кучках (например, 19 и 1). Заметим, что последняя позиция, когда две кучки, по одной конфете в каждой, выигрышная, т.е. последний ход сделает первый.

2. Практическая часть

Я сыграла с некоторыми ребятами из своего класса в игру Баше, во всех пяти случаях победителем оказалась я, после этого я рассказала ребятам о правильной стратегии и о том, как вычислять подобные позиции. Так же я нашла много интересных игровых задач на подобные темы и с удовольствием их прорешала .

2.1.Игры-шутки.

Задача 1. Двое по очереди ломают шоколадку 5×8 . За ход можно разломать любой кусок по прямой линии между дольками. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?

Решение: Долек *всегда* будет $5 \times 8 = 40$ штук, а шоколадка в начале была одна. Заметим, что на каждом ходу один кусок шоколадки всегда разламывается на 2, т.е. *количество различных кусков* шоколадки увеличивается на 1. В начале это кол-во было равно 1, а в конце, как мы заметили, 40. Значит, игра продолжалась *ровно* 39 ходов. Поэтому последний (39-й) ход был обязательно ходом первого (его ходы - первый, третий и все с нечетными номерами) - и первый выиграл. Вот такая получилась шутка - как ни ходи, первый всегда выигрывает.

Если число кусочков шоколадки четно, тогда побеждает первый, если число нечетно, тогда второй.

2.2.Симметрия.

Задача 1. Двое по очереди кладут пятаки на круглый стол так, чтобы они не накладывались друг на друга и не выступали за край стола. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет?

Решение: Нам нужно найти такую последовательность ходов, которая позволила бы, глядя на ходы соперника, делать ходы, которые привели бы к победе. Как же ходить после хода соперника? Стол круглый, поэтому первый ход так и просится — положить пятак в центр доски. А дальше? А дальше — по симметрии, относительно центра стола! И понятно, что первый выиграет.

2.3.Игры, в которых стратегия — дополнение до фиксированного числа.

Задача 1. Двое играют в игру, которая заключается в прибавлении к нулю любого натурального числа, не превышающего пяти. Выигрывает тот, кто скажет число 50. Кто выиграет в данной игре?

Решение: Начинаящий первым ходом говорит число 2, и при каждом следующем ходе будет говорить число, которое больше предыдущего (т. е. сказанному им на предыдущем

ходу) ровно на 6. Итак, на втором ходу он говорит число 8, на третьем - 14, ..., на девятом - 50.

Второй игрок не сможет помешать начинающему, так как максимальное число, которое он может прибавить к сказанному первым игроком — это 5, а минимальное - это 1 (а разность между числами, произносимыми первым, - 6).

2.4.Метод выигрышных позиций

Задача 1. Имеются две кучки конфет: в одной — 20, в другой — 21. За ход нужно съесть все конфеты в одной из кучек, а вторую разделить на две необязательно равные кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет?

Решение: Если мы решили использовать метод выигрышных позиций, то нам нужно найти эти выигрышные позиции. Чтобы их найти, рассмотрим простейшие случаи.

Простейшая выигрышная позиция для того игрока, кто ее создал: это 1 и 1. Понятно, что в этом случае побеждает тот, кто ходит вторым, так как у первого игрока нет хода.

Очевидно, что позиция 2 и 1 выигрышная для первого и проигрышная для второго.

Если 3 и 1, тогда второй вновь с победой, как несложно убедиться простой проверкой, так как есть ровно два хода.

Когда в кучках 3 и 2, победа у первого (убираем 3, делим 2).

Если же 3 и 3, тогда победа вновь возвращается ко второму, что можно показать простым перебором и т. д.

Замечаем закономерность: если в каждой из кучек по нечетному числу конфет, тогда позиция выигрышная для второго.

Если же хотя бы в одной из кучек четное число конфет, то такая позиция выигрышная для первого.

Несложно понять, что когда в обеих кучках по нечетному числу конфет, то за один ход нельзя получить такую же позицию, так как при разделении любого нечетного числа на два слагаемых одно из них будет четным. Однако если хотя бы в одной из кучек четное (ненулевое) число конфет, то ее несложно разбить на два нечетных слагаемых. Таким образом мы можем разбить все позиции на выигрышные и проигрышные с учетом того, сколько конфет в кучках. И задача выигрывающего делать ход на выигрышные позиции.

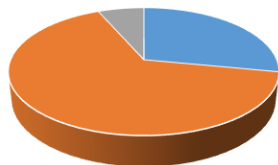
После этого уже понятно, кто выиграет в данной по условию игре и как ему этого добиться.

Делим все возможные ходы на «выигрышные» и «проигрышные». Если после разбиения получились две кучки с нечетным числом конфет, тогда назовем такую позицию «выигрышной», а все остальные — «проигрышными».

Стратегия победителя заключается в том, что он делает ход на «выигрышные» поля. Так как первый может сделать ход на «выигрышное» поле, а хода с одного «выигрышного» поля на другое нет, и с любого «проигрышного» поля за один ход можно попасть на «выигрышное», то побеждает начинающий. Своим первым ходом он может съест кучку из 21 конфеты, а кучу с 20 конфетами разделить на две, в которых нечетное количество конфет в обеих кучках (например, 19 и 1). Заметим, что последняя позиция, когда две кучки, по одной конфете в каждой, выигрышная, т. е. последний ход сделает первый. После такой продуктивной работы по данной теме я решила спросить ребят из моего класса о подобных задачах и стратегиях. Вот что у меня получилось:

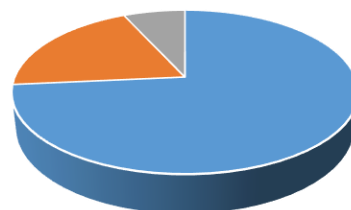
Вопрос	Да	Нет	Не знаю
Вам когда-нибудь приходилось решать или просто встречаться с математическими задачами-играми?	6	14	9
Хотели бы вы изучать решения таких задач в рамках школьной программы?	15	4	10
Знаете ли вы способы решения подобных задач?	2	15	12
На ваш взгляд, полезно для вас самих умение решать подобные задачи?	16	5	8
Кажется ли Вам интересной данная тема? И хотели бы вы изучить стратегии решения задач-игр?	20	4	5

1. Вам когда-нибудь приходилось решать или просто встречаться с математическими задачами-играми?



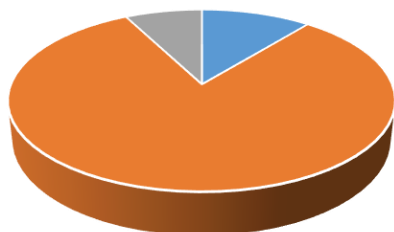
■ Да ■ Нет ■ Не знаю ■

2. Хотели бы вы изучать решения таких задач в рамках школьной программы?



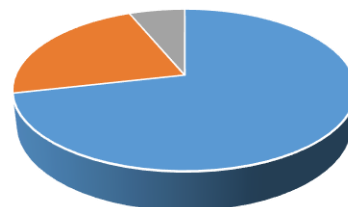
■ Да ■ Нет ■ Не знаю ■

3. Знаете ли вы способы решения подобных задач?



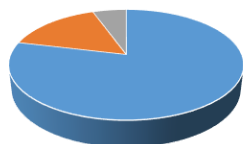
■ Да ■ Нет ■ Не знаю ■

4. На ваш взгляд, полезно для вас самих умение решать подобные задачи?



■ Да ■ Нет ■ Не знаю ■

5. Кажется ли Вам интересной данная тема? И хотели бы вы изучить стратегии решения задач-игр?



■ Да ■ Нет ■ Не знаю ■

Ребятам были приведена задача для решения:

Задача	Не решено	Правильный ответ (без решения)	Правильный ход мыслей в решении	Полное правильное решение
<p>Два игрока играют в следующую игру. Перед ними лежат две кучки камней, в первой из которых 3, а во второй — 2 камня. У каждого игрока неограниченно много камней. Игроки ходят по очереди. Ход состоит в том, что игрок или увеличивает в 3 раза число камней в какой-то куче, или добавляет один камень в какую-то кучу. Выигрывает игрок, после хода которого общее число камней в двух кучах становится не менее 16 камней. Кто выигрывает при безошибочной игре обоих игроков — игрок, делающий первый ход, или игрок, делающий второй ход? Каким должен быть первый ход выигрывающего игрока?</p>	17	6	5	1



Таким образом я поняла, что ребята редко сталкивались с подобными задачами, в основном такие задачи встречали ребята-олимпиадники, однако моим одноклассникам подобные задачи показались очень интересными и они захотели узнать о них побольше. Я прочитала им теоретическую часть своей работы и рассказала о различных стратегиях решения задач. Ребята остались довольными и даже на переменах играли в игры НИМ и Баше.

Заключение

Несомненно, что игровые задачи являются одним из самых мощных инструментов развития человеческого интеллекта. Человеку в течение всей жизни приходится не один раз оказываться в затруднительном положении, выход из которого можно найти с помощью логических рассуждений. А способность логически мыслить, и отрабатывается на решении нестандартных занимательных задач, при решении которых развивается интеллект человека. Эти задачи проверяют не знания, а умение логически рассуждать, ориентироваться в необычных ситуациях, предвидеть и действовать.

В ходе работы мы изучили и сравнили с точки зрения эффективности различные методы решения игровых задач, рассмотрели различные ситуации, возникающие при их решении; провели игровой эксперимент с целью исследования математических закономерностей игры; обосновали полученные закономерности с точки зрения математики и доказали, что таких закономерностей нет.

Мне очень понравились решать такие интересные и содержательные задачи, это увлекло и моих одноклассников, что мы с ребятами решили организовать турнир на параллели, который будет посвящён как раз-таки решению игровых задач и поиску выигрышных стратегий.

Список литературы

1. М. Гарднер, Математические головоломки и развлечения, М.: Мир, 1999 г. – 447 с.
2. Виленкин, Н.Я. За страницами учебника математики: Арифметика. Алгебра: Пособие для учащихся 10-11 кл. /Н.Я. Виленкин, Л.П. Шибасов, З.Ф. Шибасова. – М.: Просвещение, 2008. – 192 с.
3. Коннова Е.Г. « Математика. Поступаем в вуз по результатам олимпиад». Издательство «Легион», 2008. -185 с.
4. Мерлин А.В., Мерлина Н.И, Картошова С.А. «Математическая олимпиада школьников «Юные дарования». Издательство «Клио», 1998. - 80 с.