

## УМНОЖЕНИЕ МАТРИЦ

**ДАНО:**  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix};$

**НАЙТИ:**  $A \cdot B =$

В матрице  $A$  три строки и три столбца, значит размерность матрицы  $3 \times 3$ .

В матрице  $B$  три строки и три столбца, значит размерность матрицы  $3 \times 3$ .

$A_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} B_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix};$

У согласованных для умножения матриц количество столбцов первого множителя совпадает с количеством строк второго множителя.

Видим, что для матриц  $A$  и  $B$  эти условия выполняются, значит матрицу  $A$  можно умножить на матрицу  $B$ .

$A_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} B_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

$\therefore A \cdot B = C_{3 \times 3}$

Количество строк в матрице  $C$  совпадает с количеством строк первого множителя, то есть с матрицей  $A$ . Количество столбцов в матрице  $C$  совпадает с количеством столбцов второго множителя, то есть матрицы  $B$ .

**ДАНО:**  $A_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} B_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix};$

**НАЙТИ:**  $A \cdot B = C_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$

$c_{11} = (1 \ -3 \ 2) \cdot \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} =$

**ДАНО:**  $A_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} B_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

**НАЙТИ:**  $A \cdot B = C_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$

$c_{11} = (1 \ -3 \ 2) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} =$

ДАНО:  $A_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}$   $B_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ ;

НАЙТИ:  $A \cdot B = C_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$

$c_{11} = (1 \ -3 \ 2) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} =$   
 $= 1 \cdot 2 + (-3) \cdot 1 + 2 \cdot 1 =$   
 $= 2 - 3 + 2 = 1;$

ДАНО:  $A_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}$   $B_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ ;

НАЙТИ:  $A \cdot B = C_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$

$c_{12} = (1 \ -3 \ 2) \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} =$

ДАНО:  $A_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}$   $B_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ ;

НАЙТИ:  $A \cdot B = C_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$

$c_{12} = (1 \ -3 \ 2) \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} =$   
 $= 1 \cdot 5 + (-3) \cdot 2 + 2 \cdot 3 =$   
 $= 5 - 6 + 6 = 5;$

ДАНО:  $A_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}$   $B_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ ;

НАЙТИ:  $A \cdot B = C_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$

$c_{13} = (1 \ -3 \ 2) \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} =$

ДАНО:  $A_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}$   $B_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ ;

НАЙТИ:  $A \cdot B = C_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$

$c_{13} = (1 \ -3 \ 2) \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} =$   
 $= 1 \cdot 6 + (-3) \cdot 5 + 2 \cdot 2 =$   
 $= 6 - 15 + 4 = -5;$

ДАНО:  $A_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}$   $B_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ ;

НАЙТИ:  $A \cdot B = C_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -5 \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$

$c_{21} = (3 \ -4 \ 1) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} =$

$$= 3 \cdot 2 + (-4) \cdot 1 + 1 \cdot 1 =$$

$$= 6 - 4 + 1 = 3;$$

Вычислите элементы  $c_{22}$  и  $c_{23}$  самостоятельно и проверьте свой результат.

ДАНО:  $A_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}$   $B_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ ;

НАЙТИ:  $A \cdot B = C_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -5 \\ 3 & 10 & 0 \\ 2 & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$

$c_{31} = (2 \ -5 \ 3) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 2 \cdot 2 + (-5) \cdot 1 + 3 \cdot 1 =$

$$= 4 - 5 + 3 = 2;$$

Вычислите элементы  $c_{32}$  и  $c_{33}$  самостоятельно и проверьте свой результат.

ДАНО:  $A_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}$   $B_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ ;

НАЙТИ:  $A \cdot B = C_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -5 \\ 3 & 10 & 0 \\ 2 & 9 & -7 \end{pmatrix}$  ОТВЕТ

ВОПРОС: можно ли найти произведение матриц  $B \cdot A$ ?

ЗАДАНИЕ: вычислить  $B \cdot A = D$

Рассмотрим ещё один пример умножения матриц друг на друга.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & \\ & \end{pmatrix}$$

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 4 \cdot 1 = 2 + 2 + 4 = 8$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 15 \\ & \end{pmatrix}$$

$1*5 + 2*3 + 4*1 = 5 + 6 + 4 = 15$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 15 \\ 7 & \end{pmatrix}$$

$2*2 + 0*1 + 3*1 = 4 + 0 + 3 = 7$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 15 \\ 7 & 13 \end{pmatrix}$$

$2*5 + 0*3 + 3*1 = 10 + 0 + 3 = 13$