

Тема: Решение практических задач на определение вероятности события

Цель:

закрепить навыки решения практических задач на определение вероятности событий

Предмет теории вероятности

Изучение однородных случайных массовых явлений составляет предмет теории вероятности и основанной на ней математической статистики.

Определение 1. Событием называется всякое явление или факт, который в результате опыта может произойти, а может не произойти. Обозначаются: $A, B, C...$

A – событие, что при подбрасывании монеты выпадет герб.

B – попадание в цель с одного выстрела.

Определение 2. Испытанием или опытом называется комплекс условий, в котором могут осуществляться или не осуществляться рассматриваемые события. Например: бросание монеты (испытание), выпад герба (событие).

События подразделяются на: случайные, достоверные, невозможные.

Случайным называется событие, которое в результате опыта может произойти, а может не произойти.

Достоверным называется событие, которое в данных условиях происходит обязательно.

Невозможным называется событие, которое в данных условиях не произойдет.

Классификация случайных событий

1. *Равновозможными* называются события, если нет основания считать, что в данных условиях какое-нибудь из них происходит чаще, чем другие. Например: выпадение очков при подбрасывании игральных костей.

2. События называются *единственно возможными*, если произойдет одно из них и никакое другое.

3. *Несовместимыми* называются события, если появление одного из них исключает появление другого.

4. Два события называются *противоположными*, если они несовместимы и единственно возможны. Они обозначаются A и \bar{A} , B и \bar{B} .

5. События называются *независимыми*, если наступление одного из них не зависит от наступления другого.

6. Совокупность несовместных и единственно-возможных событий называется *полной*.

Классическое определение вероятности

Мерой случайности является вероятность события.

Вероятностью события A называется отношение числа благоприятствующих этому событию исходов к общему числу всех единственно возможных и равновозможных исходов испытания.

Обозначается: $P(A) = \frac{m}{n}$,

где m – число благоприятных условий испытания;

n – число всех возможных исходов испытания.

Из определения вероятности события следует, что вероятность случайного события находится в пределах от 0 до 1. $0 < P(A) < 1$;

Вероятность достоверного события $P_{\text{достоверн.}} = \frac{m=n}{n} = 1$;

Вероятность невозможного события $P_{\text{невозможн.}} = \frac{m=0}{n} = 0$.

Окончательно можно сказать $0 \leq P(A) \leq 1$.

Частность события.

Пусть производится n независимых испытаний в которых событие A появилось m раз, тогда: частностью или относительной частотой появления события называется отношением числа исходов, в котором событие не появилось к общему числу произведенных испытаний.

Обозначается частность $W(A) = \frac{M}{N}$.

Примеры решения заданий

Задача 1. В коробке 20 карандашей, из них 5 красных, какова вероятность достать красный карандаш.

Решение.

Пусть A – событие, что взятый карандаш красный, тогда:

$$\begin{aligned} n &= 20; \\ m &= 5; \end{aligned} \quad P(A) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 0,25 = 2,5\%.$$

Задача 2. Произведено 100 выстрелов по объекту, при этом было 16 попаданий. Вычислить частоту попаданий.

Решение.

$$N = 100$$

$$M = 16$$

A – событие попадания в цель;

$$W(A) = \frac{16}{100} = 0,16 = 16\%.$$

Задачи для самостоятельного решения

1) На трех одинаковых карточках напечатаны буквы К,О,Т. Карточки положены буквами вниз и перемешаны. После чего извлекаются по одной, переворачиваются и кладутся слева на право. Какова вероятность, что Вы прочтете название домашнего животного?

2) На трех одинаковых карточках напечатаны буквы К,О,Т. Карточки положены буквами вниз и перемешаны. После чего извлекаются по одной, переворачиваются и кладутся слева на право. Какова вероятность, что Вы прочтете название повара на корабле?

3) Куб, все грани которого окрашены распилен на 1000 кубиков одинакового размера, которые затем тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу извлеченный кубик будет иметь окрашенных граней: а) одну, б) две, в) три.

5) Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифры 5.

6) Набирая номер телефона абонент забыл последние 2 цифры и, помня лишь то, что эти цифры различны набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.

7) В ящике из 10 деталей 7 стандартных. Найти вероятность того, что среди взятых на удачу 6 деталей 4 стандартных.

8) Восемь различных книг расставляются рядом на одной полке. Найти вероятность того, что две определенные книги окажутся поставленными рядом.

9) В забеге участвуют 5 спортсменов: А, Б, В, Г, Д, каждый из которых имеет одинаковые шансы на успех. Какова вероятность того, что первые три места займут соответственно бегуны А, Б, В?

10) Автобус должен сделать 8 остановок. Найти вероятность того, что никакие два пассажира из пяти, едущих в автобусе, не выйдут на одной и той же остановке.

Вопросы для самоконтроля:

1. Как определяется вероятность наступления случайного события?
2. Приведите формулы и примеры вычисления вероятностей.
3. Сформулируйте классическое определение вероятности.