

# Готовимся к ЕГЭ по математике

Решение текстовых задач

# Самостоятельно:

- Запишите в виде математического выражения:

1.  $x$  на 5 больше  $y$
2.  $x$  в пять раз больше  $y$
3.  $z$  на 8 меньше, чем  $x$
4.  $z$  меньше  $x$  в 3,5 раза
5.  $t_1$  на 1 меньше, чем  $t_2$
6. частное от деления  $a$  на  $b$  в полтора раза больше  $b$
7. квадрат суммы  $x$  и  $y$  равен 7
8.  $x$  составляет 60 процентов от  $y$
9.  $m$  больше  $n$  на 15 процентов

# Проверь себя:

1.  $x = y + 5$

$x$  больше, чем  $y$ . Разница между ними равна пяти. Значит, чтобы получить большую величину, надо к меньшей прибавить разницу.

2.  $x = 5y$

$x$  больше, чем  $y$ , в пять раз. Значит, если  $y$  умножить на 5, получим  $x$ .

3.  $z = x - 5$

$z$  меньше, чем  $x$ . Разница между ними равна 5. Чтобы получить меньшую величину, надо из большей вычесть разницу.

4.  $z = x : 3,5$

5.  $t_1 = t_2 - 1$

$t_1$  меньше, чем  $t_2$ . Значит, если из большей величины вычтем разницу, получим меньшую.

6.  $a : b = 1,5b$

7.  $(x + y)^2 = 7$

На всякий случай повторим терминологию:

Сумма — результат сложения двух или нескольких слагаемых.

Разность — результат вычитания.

Произведение — результат умножения двух или нескольких множителей.

Частное — результат деления чисел.

8.  $x = 0,6y$

Мы помним, что  $60\%y = (60/100) \cdot y = 0,6y$ .

9.  $m = 1,15n$

Если  $n$  принять за 100%, то  $m$  на 15 процентов больше, то есть  $m = 115\%n$ .

# Задачи на движение.

Здесь всего два правила:

- Все эти задачи решаются по одной-единственной формуле:  $S = v \cdot t$   
, то есть расстояние = скорость \* время. Из этой формулы можно выразить скорость  $v = S/t$  или время  $t = S/v$
- В качестве переменной X удобнее всего выбирать скорость. Тогда задача точно решится!

# Задача №1

- Из пункта  $A$  в пункт  $B$ , расстояние между которыми 50 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт  $B$  на 4 часа позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

## Решение:

Что здесь лучше всего обозначить за  $x$ ? Скорость велосипедиста. Тем более, что ее и надо найти в этой задаче.

Автомобилист проезжает на 40 километров больше, значит, его скорость равна  $x + 40$ .

Нарисуем таблицу. В нее сразу можно внести расстояние — и велосипедист, и автомобилист проехали по 50 км. Можно внести скорость — она равна  $x$  и  $x + 40$  для велосипедиста и автомобилиста соответственно. Осталось заполнить графу «время».

Его мы найдем по формуле:  $t = \frac{S}{v}$ . Для велосипедиста получим  $t_1 = \frac{50}{x}$ , для автомобилиста  $t_2 = \frac{50}{x + 40}$ .

Эти данные тоже запишем в таблицу.

	$v$	$t$	$S$
велосипедист	$x$	$t_1 = \frac{50}{x}$	50
автомобилист	$x + 40$	$t_2 = \frac{50}{x + 40}$	50

Остается записать, что велосипедист прибыл в конечный пункт на 4 часа позже автомобилиста.

Позже — значит, времени он затратил больше.

Это значит, что  $t_1$  на четыре больше, чем  $t_2$ , то есть

$$t_2 + 4 = t_1$$

$$\frac{50}{x + 40} + 4 = \frac{50}{x}$$

Решаем уравнение.

$$\frac{50}{x} - \frac{50}{x + 40} = 4$$

$$\frac{50(x + 40) - 50x}{x(x + 40)} = 4$$

$$\frac{50x + 2000 - 50x}{x(x + 40)} = 4$$

$$\frac{2000}{x(x + 40)} = 4$$

$$\frac{500}{x(x + 40)} = 1$$

$$x(x + 40) = 500$$

$$x^2 + 40x = 500$$

$$x^2 + 40x - 500 = 0$$

$$x_1 = 10, x_2 = -50. \text{ не подходит по смыслу задачи}$$

Ответ: 10.



# Задача №2

2. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города  $A$  в город  $B$ , расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из  $A$  в  $B$ . Найдите скорость велосипедиста на пути из  $A$  в  $B$ . Ответ дайте в км/ч.

Пусть скорость велосипедиста на пути из  $A$  в  $B$  равна  $x$ . Тогда его скорость на обратном пути равна  $x + 3$ .

Расстояние в обеих строчках таблицы пишем одинаковое — 70 километров. Осталось записать время. Поскольку

$$t = \frac{S}{v}, \text{ на путь из } A \text{ в } B \text{ велосипедист затратит время } t_1 = \frac{70}{x}, \text{ а на обратный путь время } t_2 = \frac{70}{x + 3}.$$

	$v$	$t$	$S$
туда	$x$	$t_1 = \frac{70}{x}$	70
обратно	$x + 3$	$t_2 = \frac{70}{x + 3}$	70

На обратном пути велосипедист сделал остановку на 3 часа и в результате затратил столько же времени, сколько на пути из  $A$  в  $B$ . Это значит, что на обратном пути он крутил педали на 3 часа меньше.

Значит,  $t_2$  на три меньше, чем  $t_1$ . Получается уравнение:

Ответ: 7.

$$\frac{70}{x + 3} + 3 = \frac{70}{x}$$

# Задача №3

3. Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Пусть скорость лодки в неподвижной воде равна  $x$ .

Тогда скорость движения моторки по течению равна  $x + 1$ , а скорость, с которой она движется против течения  $x - 1$ .

	$S$	$v$	$t$
по течению	255	$x + 1$	$t_1 = \frac{255}{x + 1}$
против течения	255	$x - 1$	$t_2 = \frac{255}{x - 1}$

Условие « $t_2$  на два часа больше, чем  $t_1$ » можно записать в виде:

$$t_1 + 2 = t_2$$

Составляем уравнение:

$$\frac{255}{x + 1} + 2 = \frac{255}{x - 1}$$

и решаем его.

$$\frac{255}{x - 1} - \frac{255}{x + 1} = 2$$

Ответ: 16.

# Задача №4

4. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Снова обозначим за  $x$  скорость течения. Тогда скорость движения теплохода по течению равна  $15 + x$ , скорость его движения против течения равна  $15 - x$ . Расстояния — и туда, и обратно — равны 200 км.

	$S$	$v$	$t$
по течению	200	$x + 15$	$\frac{200}{15 + x}$
против течения	200	$15 - x$	$\frac{200}{15 - x}$

В пункт отправления теплоход вернулся через 40 часов после отплытия из него. Стоянка длилась 10 часов, следовательно, 30 часов теплоход плыл — сначала по течению, затем против.

$$\text{Значит, } t_1 + t_2 = 30$$

$$\frac{200}{15 + x} + \frac{200}{15 - x} = 30$$

Ответ: 5.

# Задача №5

5. Баржа в 10 : 00 вышла из пункта  $A$  в пункт  $B$ , расположенный в 15 км от  $A$ . Пробыв в пункте  $B$  — 1 час 20 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт  $A$  в 16 : 00. Определите (в км/час) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 7 км/ч.

Пусть скорость течения равна  $x$ . Тогда по течению баржа плывет со скоростью  $7 + x$ , а против течения со скоростью  $7 - x$ .

Сколько времени баржа плыла? Ясно, что надо из 16 вычесть 10, а затем вычесть время стоянки. Обратите внимание, что 1 час 20 минут придется перевести в часы: 1 час 20 минут =  $1\frac{1}{3}$  часа. Получаем, что суммарное время движения баржи (по течению и против) равно  $4\frac{2}{3}$  часа.

$$\frac{15}{7+x} + \frac{15}{7-x} = 4\frac{2}{3}$$

	S	V	t
По течению	15	$x+7$	$\frac{15}{x+7}$
Против течения	15	$x-7$	$\frac{15}{x-7}$

Ответ: 2.

# Задачи на работу:

- Задачи на работу также решаются с помощью одной-единственной формулы:  $A=pt$ . Здесь  $A$  — работа,  $t$  — время, а величина  $p$ , которая по смыслу является скоростью работы, носит специальное название — производительность. Она показывает, сколько работы сделано в единицу времени. Например, продавец в супермаркете надует воздушные шары. Количество шариков, которые он надует за час — это и есть его производительность.
- Правила решения задач на работу очень просты.
- $A=pt$ , то есть работа = производительность  $\times$  время. Из этой формулы легко найти  $p$  или  $t$ .
- Если объем работы не важен в задаче и нет никаких данных, позволяющих его найти — работа принимается за единицу. Построен дом (один). Написана книга (одна). А вот если речь идет о количестве кирпичей, страниц или построенных домов — работа как раз и равна этому количеству.
- Если трудятся двое рабочих (два экскаватора, два завода...) — их производительности складываются. Очень логичное правило.
- В качестве переменной  $X$  удобно взять именно производительность.

# Задача №1

- Заказ на детали первый рабочий выполняет на час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на деталь больше?
  - Решение:
- Так же, как и в задачах на движение, заполним таблицу.
- В колонке «работа» и для первого, и для второго рабочего запишем: 110 .
- В задаче спрашивается, сколько деталей в час делает второй рабочий, то есть какова его производительность.
- Примем ее за  $x$ .
- Тогда производительность первого рабочего равна  $x+1$  (он делает на одну деталь в час больше).

	$A$	$p$	$t$
первый рабочий	110	$x + 1$	$t_1 = \frac{110}{x + 1}$
второй рабочий	110	$x$	$t_2 = \frac{110}{x}$

Время работы второго рабочего больше, чем время работы первого рабочего на 1 час.

Исходя из этого условия, составим уравнение:

$$\frac{110}{x} - \frac{110}{x + 1} = 1$$

Ответ: 10.

# Задача №2

Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за три дня?

Решение:

В этой задаче ничего не сказано о том, какая это работа, чему равен ее объем. Значит, работу можем принять за единицу.

Пусть  $x$  — производительность первого рабочего.

Но тогда производительность второго нам тоже понадобится, и ее мы обозначим за  $y$ .

По условию, первый рабочий за два дня делает такую же часть работы, какую второй — за три дня

Значит,  $2x=3y$ . Отсюда  $y = \frac{2}{3}x$

Работая вместе, эти двое сделали всю работу за 12 дней. При совместной работе производительности складываются, значит,



$$(x + y) \cdot 12 = 1$$

$$\left(x + \frac{2}{3}x\right) \cdot 12 = 1$$

$$\frac{5}{3}x \cdot 12 = 1$$

$$20x = 1$$

$$x = \frac{1}{20}$$

Итак, первый рабочий за день выполняет  $\frac{1}{20}$  всей работы. Значит, на всю работу ему понадобится 20 дней.

Ответ: 20.

## Задача №3

- Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 99 литров?

Примем производительность первой трубы за  $x$ . Именно эту величину и требуется найти в задаче. Тогда производительность второй трубы равна  $x + 1$ , поскольку она пропускает на один литр в минуту больше, чем первая. Заполним таблицу

	$A$	$p$	$t$
первая труба	110	$x$	$t_1 = \frac{110}{x}$
вторая труба	99	$x + 1$	$t_2 = \frac{99}{x + 1}$

Первая труба заполняет резервуар на две минуты дольше, чем вторая.  
Значит,  $t_1 - t_2 = 2$

Составим уравнение:  $\frac{110}{x} - \frac{99}{x + 1} = 2$   
и решим его.

Ответ: 10 .

# Задача №4

Андрей и Паша красят забор за 9 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Андрей — за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

**Правила решения таких задач такие же , что и для задач на движение**

Отличие лишь в том, что здесь работают трое, и переменных будет тоже три.

Пусть  $x$  — производительность Андрея,  $y$  — производительность Паши, а  $z$  — производительность Володи. Забор, то есть величину работы, примем за 1 — ведь мы ничего не можем сказать о его размере.

	производительность	работа
Андрей	$x$	1
Паша	$y$	1
Володя	$z$	1
Вместе	$x + y + z$	1

---

Андрей и Паша покрасили забор за 9 часов. Мы помним, что при совместной работе производительности складываются. Запишем уравнение:

$$(x + y) \cdot 9 = 1$$

Аналогично,

$$(y + z) \cdot 12 = 1$$

$$(x + z) \cdot 18 = 1$$

Тогда

$$x + y = \frac{1}{9}$$

$$y + z = \frac{1}{12}$$

$$x + z = \frac{1}{18}$$

Можно искать  $x$ ,  $y$  и  $z$  по отдельности, но лучше просто сложить все три уравнения. Получим, что

$$2(x + y + z) = \frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{18}$$

Значит, работая втроем, Андрей, Паша и Володя красят за час одну восьмую часть забора. Весь забор они покрасят за 8 часов.

Ответ: 8.

# Задачи на движение протяженных тел и сложение скоростей

1. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 80 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 500 метров, за 36 секунд. Найдите длину поезда в метрах.



36 секунд, за которые поезд проезжает мимо лесополосы, - это время от момента, когда голова поезда поравнялась с началом лесополосы, до момента, когда хвост поезда поравнялся с концом лесополосы. За это время поезд проезжает расстояние, равное сумме собственной длины и длины лесополосы.

Переведем 36 секунды в часы.  $36\text{с} = \frac{36}{60}\text{мин} = \frac{36}{3600}\text{ч} = \frac{1}{100}\text{ч}$ .

За это время поезд проехал  $S = v \cdot t = 80 \cdot \frac{1}{100} = 0,8\text{км} = 800\text{м}$

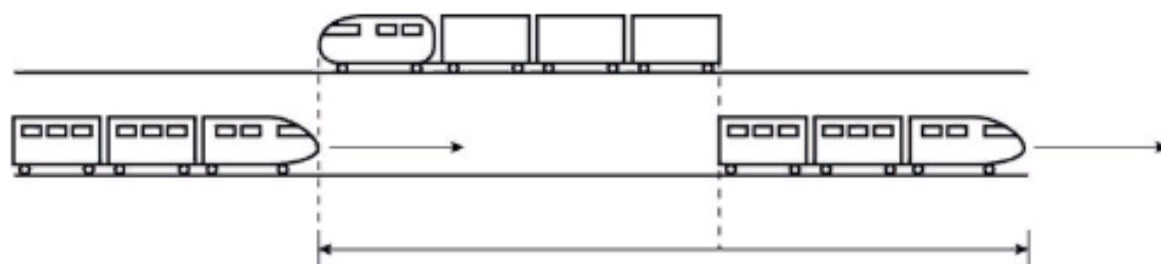
$l_{\text{поезда}} = S - l_{\text{лесополосы}} = 800 - 500 = 300\text{м}$

Ответ: 300

2. По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 60 км/ч и 30 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 400 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо пассажирского поезда, равно 38 секундам. Ответ дайте в метрах.

Решим задачу в системе отсчета, связанную с головой пассажирского поезда. Представим, что мы находимся в кабине машиниста неподвижного поезда, а мимо нас проносится скорый поезд. Скорость, с которой один поезд движется относительно другого, равна

$$v = v_1 + v_2 = 30 + 60 = 90 \text{ км/ч.}$$



Тогда 38 секунд, за которые движущийся поезд проезжает мимо неподвижного, - это время от момента, когда голова первого поезда поравнялась с хвостом второго, до момента, когда хвост первого поезда поравнялся с головой второго (смотри рисунки) За это время скорый поезд проезжает расстояние, равное сумме длин двух поездов.

Переведем 38 секунд в часы:

$$38 \text{ с} = \frac{38}{60} \text{ мин} = \frac{38}{3600} \text{ ч} = \frac{19}{1800} \text{ ч.}$$

За это время поезд проехал  $S = v \cdot t = 90 \cdot \frac{19}{1800} = 0,95 \text{ км} = 950 \text{ м.}$

$$l_I \text{ поезда} = S - l_{II} \text{ поезда} = 950 - 400 = 550 \text{ м.}$$

Ответ: 550