

Математика ЕГЭ 2014 (система задач из открытого банка заданий)

Задания В10

Элементы теории вероятностей

Материалы подготовили:

Корянов А. Г. (г. Брянск); e-mail: akoryanov@mail.ru

Надежкина Н.В. (г. Иркутск); e-mail: nadezhkina@yahoo.com

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	1
1. Элементы комбинаторики	3
1.1. Непосредственные подсчеты	3
1.2. Правило умножения	4
1.3. Правило сложения	5
1.4. Перестановки	5
1.5. Размещения	5
1.6. Сочетания	6
2. Элементы теории вероятностей	6
2.1. Случайные опыты и события	6
2.2. Элементарные события	7
2.3. Частота события	8
2.4. Формула классической вероятности	8
2.5. Комбинаторные методы решения вероятностных задач	17
2.6. Геометрическая вероятность	18
2.7. Операции над событиями	19
2.8. Несовместные события. Формула сложения вероятностей	20
2.9. Совместные события. Формула сложения вероятностей	22
2.10. Независимые события. Формула умножения вероятностей	23
2.11. Зависимые события. Формула умножения вероятностей	27
2.12. Сложение и умножение вероятностей	27
2.13. Повторение испытаний. Формула Бернулли	31
3. Дополнительные задачи	32
Решения задач-прототипов	36
Ответы и указания	48
Список и источники литературы	52

Элементы содержания, проверяемые заданиями В10 по кодификатору:

6.3. Элементы теории вероятностей.

Проверяемые требования (умения) в заданиях В10 по кодификатору:

5.4. Использование вероятностей и статистики при решении прикладных задач

Введение

Данное пособие является десятым в серии пособий для подготовки к части В ЕГЭ по математике и посвящено решению задачи В10 – одной из новых задач части В. Пожалуй, наряду с геометрическими задачами, она является и одной из самых «нетривиальных» в плане восприятия задач первой части.

Впервые задача В10 на использование элементов теории вероятностей появилась на ЕГЭ по математике в 2012 году. Появление задачи В10 в первой части ЕГЭ потребовало уже не формального, а действительного включения изучения элементов теории вероятностей и элементов комбинаторики в стандартный курс математики старшей школы. Данная «инновация» (многие годы подобный курс входил лишь в программу углубленного изучения математики) вызвала некоторую озабоченность (а иногда и растерянность) в учительских кругах – ведь многие учителя в последний раз встречались с «задачами на вероятность» в лучшем случае на давних курсах повышения квалификации, а то и вообще в студенческие годы. Массу вопросов с самого начала вызывал и уровень сложности новых за-

дач В10, а соответственно и необходимый уровень глубины изучения данной темы.

Основываясь не только на собственном опыте, но и на мнении коллег, можно сказать, что проблема «что изучать» и «как изучать» старшеклассникам в основах теории вероятностей во многих школах все еще не решена окончательно. Именно в решении этих вопросов и призвано помочь данное пособие. Авторы старались тщательно отобрать теоретический и практический материал и адаптировать его именно к преподаванию в старших классах как обычной массовой школы, так и инновационного учебного заведения, с целью придать заинтересованным ученикам уверенность в решении задачи ЕГЭ В10 любого уровня сложности. Что же касается менее заинтересованных учащихся – здесь как никогда актуален принцип «лучше меньше, да лучше». Исходя из личного опыта авторов, даже очень слабые учащиеся, разговор о «размещениях, сочетаниях и перестановках» с которыми вести практически бессмысленно, с большим удовольствием (и некоторой гордостью) решают задачи на основе определения вероятности, а также применяют разные «хитрые» приемы, быстро приводящие к ответу даже в весьма непростых на первый взгляд задачах. Такие задачи и приемы также приведены в данном пособии.

В качестве практического материала авторами были использованы задачи «от составителей» из «открытого банка заданий» [18], а также некоторые избранные задачи из диагностических и тренировочных работ МИОО, пособий издательства МЦНМО и других учебных пособий (см. список литературы).

Структура пособия такова, что задачи из «открытого банка заданий», наряду с фиксированным номером из открытого банка заданий (он расположен в скобках непосредственно перед текстом задачи), имеют также собственную тройную нумерацию внутри пособия. Все типы задач из «открытого банка заданий» систематизированы по содержанию. Каждый тип задачи представлен тремя задачами (пер-

вая из этих трех задач и есть прототип данного типа задач), что позволяет учащемуся при необходимости неоднократно проверить себя, а учителю – использовать дополнительные задания в виде отдельных, уже готовых трех вариантов для домашних или проверочных работ. Таким образом, первое число (в скобках) в тройной нумерации каждой задачи означает номер раздела, второе число – номер типа задачи внутри этого раздела, третье число – номер задачи внутри типа (или номер варианта).

Задачи из «открытого банка заданий» помечены буквой «Б», тренировочные задачи – буквой «Т». Тренировочные задачи также систематизированы по содержанию. Нумерация этих задач также тройная.

Для первых задач каждого типа представлены подробные решения, для всех задач есть ответы.

Мы постарались сделать так, чтобы пособие было полезно и для ученика практически любого уровня подготовки, и для учителя, и для репетитора. Ответы и решения задач-прототипов представлены отдельно для того, чтобы в конкретном экземпляре пособия можно было легко оставить только нужную форму ответов или решений для проверки либо самопроверки. Например, в экземплярах пособий, предлагаемых для уверенных в своих силах учеников, можно вообще убрать и ответы, и решения. Для менее уверенных в своих силах учащихся можно оставить только решения задач-прототипов. Для учителя и репетитора необходимы как раз ответы ко всем задачам для упрощения процесса проверки и оценки домашних и самостоятельных работ.

1. Элементы комбинаторики

Комбинаторика – это раздел элементарной математики, связанный с изучением количества комбинаций, подчинённых тем или иным условиям, которые можно составить из заданного конечного множества элементов (безразлично, какой природы; это могут быть буквы, цифры, какие-либо предметы и т.п.).

1.1. Непосредственные подсчеты

Для решения комбинаторных задач существуют различные способы грамотного подсчета, исключающие возможность потери какой-либо комбинации элементов.

Логический перебор

При логическом переборе выписывают все комбинации элементов, придерживаясь некоторого правила.

Пример 1. В случайном эксперименте симметричную монету бросают: а) дважды; б) трижды. Определите все возможные комбинации выпадения орла и решки.

Решение. Выпадение орла обозначим буквой О, решки – буквой Р.

а) Записываем на первом месте букву О: ОО, ОР. Теперь на первом месте записываем букву Р: РО, РР. В итоге получаем 4 комбинации выпадения орла и решки: ОО, ОР, РО, РР.

б) В каждой комбинации, полученной в предыдущей задаче, добавляем слева букву О: ООО, ООР, ОРО, ОРР. Аналогично слева приписываем букву Р: РОО, РОР, РРО, РРР. В итоге получаем 8 комбинаций.

Для любителей информатики (и не только) можно предложить еще один весьма удобный подход к записи всех возможных комбинаций. Подход основан на использовании двоичной системы счисления. Будем обозначать выпадение орла цифрой 0, а выпадение решки цифрой 1.

а) Записываем в порядке возрастания все числа в двоичной системе счисления, требующие для своего представления не более двух знаков:

$$00_2 = 0_{10}$$

$$01_2 = 1_{10}$$

$$10_2 = 2_{10}$$

$$11_2 = 3_{10}$$

В итоге получаем 4 комбинации выпадения орла (0) и решки (1): 00, 01, 10, 11.

б) Записываем в порядке возрастания все числа в двоичной системе счисления, требующие для своего представления не более трех знаков:

$$000_2 = 0_{10}$$

$$001_2 = 1_{10}$$

$$010_2 = 2_{10}$$

$$011_2 = 3_{10}$$

$$100_2 = 4_{10}$$

$$101_2 = 5_{10}$$

$$110_2 = 6_{10}$$

$$111_2 = 7_{10}$$

В итоге получаем 8 комбинаций выпадения орла (0) и решки (1): 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111.

Таблица вариантов

Таблица вариантов удобна при подсчете числа комбинаций из двух элементов.

Пример 2. Сколько четных двузначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 5, 8, 9?

Решение. Составим таблицу: слева от первого столбца таблицы поместим цифры десятков двузначных чисел, выше первой строки – цифры единиц.

	0	2	8
1	10	12	18
2	20	22	28
5	50	52	58
8	80	82	88
9	90	92	98

Искомых чисел будет столько же, сколько клеток в таблице, то есть $5 \cdot 3 = 15$.

Ответ: 15.

Иногда подсчет вариантов облегчают *графы*. Так называют геометрические

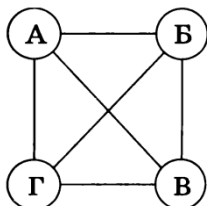
фигуры, состоящие из точек (их называют *вершинами*) и соединяющих их отрезков (называемых *ребрами* графа). Для удобства иллюстрации условия задачи с помощью графа его вершины-точки могут быть заменены кругами или прямоугольниками, а ребра-отрезки – любыми линиями.

Полный граф

При решении задач с помощью полного графа проводят все возможные ребра.

Пример 3. Андрей, Борис, Виктор и Григорий играли в шахматы. Каждый сыграл с каждым по одной партии. Сколько партий было сыграно?

Решение. Рассмотрим полный граф с четырьмя вершинами, обозначенными по первым буквам имен каждого из 4 мальчиков. Отрезки-ребра обозначают шахматные партии, сыгранные каждой парой мальчиков. Из рисунка видно, что граф имеет 6 ребер, следовательно, и партий было сыграно 6.



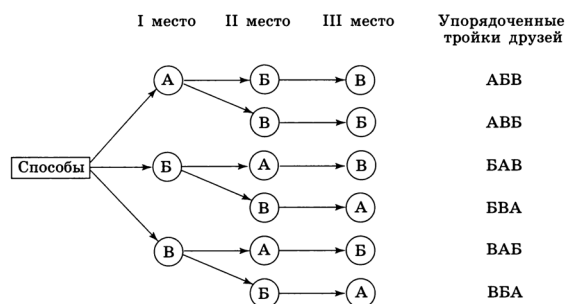
Ответ: 6.

Граф-дерево

При решении некоторых задач удобно использовать граф, называемый *деревом* (за внешнее сходство с деревом).

Пример 4. Антон, Борис и Василий купили 3 билета на футбольный матч на 1, 2 и 3-е места первого ряда. Сколькими способами они могут занять имеющиеся три места?

Решение. Изобразим перебор способов с помощью графа-дерева, помещая в вершины графа первые буквы имен друзей А, Б и В.



В итоге получаем 6 способов.

Ответ: 6.

Т(1.1)1.1. Андрей, Борис, Виктор и Григорий после возвращения из спортивного лагеря подарили на память друг другу свои фотографии. Причем каждый мальчик подарил каждому по одной фотографии. Сколько всего фотографий было подарено?

Т(1.1)1.2. Сколько различных трехзначных чисел можно записать с помощью цифр 0, 1, 2, если цифры в числе могут повторяться?

Т(1.1)1.3. Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, используя в записи числа каждую из них не более одного раза?

1.2. Правило умножения

Перебрать и подсчитать всевозможные комбинации из данных элементов, используя наглядные средства, несложно, когда их количество невелико. Однако при большом количестве элементов этот перебор затруднителен, и тогда используют правила комбинаторики.

Правило умножения (правило «и») — одно из основных правил комбинаторики. Согласно ему, если элемент множества A может быть выбран m способами, а элемент множества B — n способами, то упорядоченная пара (A, B) может быть составлена $m \cdot n$ способами. Правило обобщается на произвольную длину последовательности.

Пример 5. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, если: а) числа не повторяются; б) числа могут повторяться.

Решение. а) Первую цифру выбираем 5 способами, вторую цифру – 4 способами, третью – 3 способами. Всего $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ трехзначных чисел.

б) Всего $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ трехзначных чисел.

Ответ: а) 60; б) 125.

Т(1.2)1.1. В меню столовой указано 5 закусок, 3 первых блюда, 4 вторых и 3 десерта. Каким числом способов можно заказать обед из четырех блюд?

Т(1.2)1.2. Четыре мальчика и четыре девочки садятся на 8 расположенных подряд стульев, причём мальчики садятся на места с чётными номерами, а девочки – на места с нечётными номерами. Сколькими способами это можно сделать?

Т(1.2)1.3. В розыгрыше первенства по футболу принимают участие 18 команд. Сколькими способами могут быть распределены золотая, серебряная и бронзовая медали, если любая команда может получить только одну медаль?

1.3. Правило сложения

Правило сложения (правило «или») – одно из основных правил комбинаторики, утверждающее, что, если элемент множества A можно выбрать m способами, элемент множества B можно выбрать n способами, и множества A и B не имеют общих элементов, то выбор одного из элементов множеств A или B осуществляется $m + n$ способами.

Пример 6. На блюде лежит 8 яблок и 6 груш. Сколькими способами можно взять плод с блюда?

Решение. Всего способов $6 + 8 = 14$.

Ответ: 14.

Т(1.3)1.1. Из города A в город B ведет 5 дорог, из города A в город C ведет 4 дороги; из B в D – 3 дороги; из C в D – 6 дорог. B и C маршрутами не соединены. Сколько маршрутов можно провести между городами A и D ?

Т(1.3)1.2. Алфавит состоит из пяти букв. Сколько можно составить слов, имеющих не более трех букв, из букв этого алфавита?

Т(1.3)1.3. Сколько существует делителей числа 42?

1.4. Перестановки

Перестановками называют комбинации, состоящие из одних и тех же n различных элементов и отличающиеся только порядком их расположения. Число всех возможных перестановок из n различных элементов $P_n = n!$, где $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$; $1! = 1$; $0! = 1$.

Например, из трех элементов a , b и c можно образовать $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ перестановок: $abc, acb, bac, bca, cab, cba$.

Пример 7. Сколькими способами можно обозначить вершины куба буквами A, B, C, D, E, F, G, H ?

Решение. Число способов обозначить восемь вершин куба данными различными буквами (которых также восемь) равно $P_8 = 8! = 40320$.

Т(1.4)1.1. Сколькими способами можно разместить на полке 4 книги?

Т(1.4)1.2. Сколько всего шестизначных четных чисел можно составить из цифр 1, 3, 4, 5, 7 и 9, если в каждом из этих чисел ни одна цифра не повторяется?

Т(1.4)1.3. Сколькими способами можно расположить на шахматной доске 8 ладей так, чтобы они не могли бить друг друга?

1.5. Размещения

Размещениями называют комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов, которые отличаются либо составом элементов, либо их порядком. Число всех возможных размещений

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}.$$

В частности, при $m = n$

получаем $A_n^n = n! = P_n$.

Например, из четырех элементов a, b, c и d можно образовать

$A_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = 12$ размещений по два элемента: $ab, ba, ac, ca, ad, da, bc, cb, bd, db, cd, dc$.

Пример 8. Сколько можно составить сигналов из 6 флажков различного цвета, взятых по 2?

Решение. $A_6^2 = \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{6!}{4!} = 6 \cdot 5 = 30$.

Т(1.5)1.1. Сколько всего семизначных телефонных номеров, в каждом из которых ни одна цифра не повторяется?

Т(1.5)1.2. Учащиеся 2 класса изучают 8 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нем было 4 различных предмета?

Т(1.5)1.3. На станции 7 запасных путей. Сколькими способами можно расставить на них 4 поезда?

1.6. Сочетания

Сочетаниями называют комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов, которые отличаются только составом элементов. Число всех возможных сочетаний $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$.

Например, из пяти элементов a, b, c , d и e можно образовать $C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = 10$ сочетаний по три элемента: $abc, abd, abe, acd, ace, ade, bcd, bce, bde, cde$.

Пример 9. Сколькими способами читатель может выбрать две книжки из пяти имеющихся?

Решение. $C_5^2 = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10$.

Числа размещений, перестановок и сочетаний связаны равенством $A_n^m = P_m \cdot C_n^m$.

Т(1.6)1.1. В розыгрыше первенства по футболу принимают участие 16 команд, при этом любые две команды играют между собой только один матч. Сколько всего календарных игр?

Т(1.6)1.2. В выпуклом семиугольнике проведены всевозможные диагонали, при этом никакие три из них не пересекаются в одной точке. Сколько точек пересечения указанных диагоналей?

Т(1.6)1.3. Для участия в первенстве университета по легкой атлетике необходимо составить команду из 5 человек. Сколькими способами это можно сделать, если имеется 7 бегунов?

2. Элементы теории вероятностей

Теория вероятностей (ТВ) – раздел математики, изучающий вероятности событий. ТВ разрабатывает методы, с помощью которых можно вычислить вероятности одних событий, зная вероятности других. ТВ изучает также случайные величины и их распределения.

2.1. Случайные опыты и события

То или иное событие может осуществиться только при определенных условиях.

Определение. *Случайное событие* – событие, которое может наступить в ходе некоторого опыта, а может не наступить.

Например, при бросании игральной кости невозможно предсказать, какая из шести граней выпадет.

Определение. Те условия и действия, при которых может осуществиться случайное событие, называют *случайным опытом* (экспериментом, испытанием).

Например, в опыте «подбрасывание симметричной монеты» возможно случайное событие «появление орла».

Т(2.1)1.1. Ученик написал изложение и не сделал ни одной ошибки. Что здесь является случайным опытом, а что – случайным событием?

Т(2.1)1.2. При подбрасывании игральной кости выпало три очка. Что здесь является случайным опытом, а что – случайным событием?

Т(2.1)1.3. Ученик по дороге из школы встретил черную кошку. Что здесь является случайным опытом, а что – случайным событием?

Т(2.1)1.4. Лампочка в люстре перегорит в течение года. Что здесь является случайным опытом, а что – случайным событием?

Т(2.1)1.5. Стрелок при стрельбе в мишень выбил больше 6 очков. Что здесь является случайным опытом, а что – случайным событием?

2.2. Элементарные события

В каждом опыте можно выделить такие элементарные события, из которых состоят все остальные события.

Определение. События, которые нельзя разбить на более простые, называют *элементарными событиями* (исходами, случаями).

Например, событие «выпало четное число очков» при бросании игральной кости состоит из трех элементарных событий: «выпало два очка», «выпало четыре очка», «выпало шесть очков».

Определение. Элементарные события, при которых наступает событие A , называют *элементарными событиями, благоприятствующими (благоприятными) событию A* .

Например, событию «сумма очков на обеих костях равна 7» при двойном бросании игральной кости благоприятствуют только шесть элементарных событий $(1;6)$, $(2;5)$, $(3;4)$, $(4;3)$, $(5;2)$, $(6;1)$.

Определение. Элементарные события, шансы наступления которых одинаковы, называют *равновозможными событиями*.

Примером может служить опыт, состоящий в бросании правильной игральной кости. В этом опыте шесть элементарных событий, и все они равновозможны.

Т(2.2)1.1. Симметричную монету подбрасывают один раз. Будем обозначать буквой O выпадение орла и буквой P выпадение решки. Выпишите все элементарные события этого опыта.

Т(2.2)1.2. Симметричную монету подбрасывают дважды. Будем обозначать буквой O выпадение орла и буквой P выпадение решки. Выпишите все элементарные события этого опыта.

Т(2.2)1.3. Симметричную монету подбрасывают трижды. Будем обозначать буквой O выпадение орла и буквой P выпадение решки. Выпишите все элементарные события этого опыта.

Т(2.2)1.4. Сколько элементарных событий при четырех бросаниях симметричной монеты?

Т(2.2)2.1. Игральную кость подбрасывают один раз. Сколько элементарных событий в этом эксперименте?

Т(2.2)2.2. Игральную кость подбрасывают дважды. Сколько элементарных событий в этом эксперименте? Выпишите все элементарные события этого опыта.

Т(2.2)2.3. Игральную кость подбрасывают трижды. Сколько элементарных событий в этом эксперименте?

Т(2.2)2.4. Игральную кость подбрасывают трижды. Найдите число элементарных событий, при которых в сумме выпало:

а) 2 очка; б) 3 очка; в) 4 очка; г) более 16 очков; д) более 15 очков.

Т(2.2)3.1. Учитель нарисовал на доске квадрат $ABCD$ и предлагает учащемуся выбрать две вершины. Сколько элементарных событий в этом опыте?

Т(2.2)3.2. Биатлонист на огневом рубеже делает по одному выстрелу в каждую из пяти мишеней. Сколько элементарных событий благоприятствует событию:

а) «биатлонист попал ровно в три мишени»;

б) «биатлонист попал ровно в одну мишень».

Т(2.2)3.3. В классе 5 учеников, среди которых учится Петя. Учитель в течение урока по очереди вызывает к доске двух человек. Сколько элементарных событий благоприятствует событию «Петю вызвали к доске»?

Т(2.2)4.1. Равновозможны ли элементарные события «орел» и «решка» при бросании правильной монеты?

Т(2.2)4.2. Команда премьер-лиги, встречаясь на кубок России по футболу с командой первой лиги, может либо победить, либо проиграть, либо встреча закончится вничью. Равновозможны ли эти элементарные события?

Б(2.2)1.1.(прототип 320184) Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию «А – сумма очков равна 5»?

Б(2.2)1.2.(321043) Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию «А – сумма очков равна 10»?

Б(2.2)1.3.(321049) Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию «А – сумма очков равна 7»?

2.3. Частота события

Пусть при проведении n случайных опытов событие A наступило k раз. *Частотой события A* называют отношение $\frac{k}{n}$.

Сумма частот всех элементарных событий случайного опыта равна единице.

Пример 10. Наблюдения показывают, что в среднем среди 1000 новорожденных детей 515 мальчиков. Найдите частоту рождения мальчика в такой серии наблюдений.

Решение. Определим событие A – «рождение мальчика». Из условия задачи имеем $n = 1000$, $k = 515$. Тогда частота события A в данной серии наблюдений равна $\frac{515}{1000} = 0,515$.

Ответ: 0,515.

Т(2.3)1.1. Французский естествоиспытатель Бюффон (XVIII) бросил монету 4040 раз, и при этом герб выпал в 2048 случа-

ях. Найдите частоту выпадения герба в данной серии испытаний. Результат округлите до десятитысячных.

Т(2.3)1.2. Английский математик Карл Пирсон (1857–1936) бросал монету 24000 раз, причем герб выпал 12012 раз. Найдите частоту выпадения герба в данной серии испытаний.

Т(2.3)1.3. Для выяснения качества семян было отобрано и высеяно в лабораторных условиях 1000 штук. 980 семян дали нормальный всход. Найдите частоту нормального всхода семян.

Т(2.3)1.4. Найдите частоту появления буквы «а» в тексте стихотворения Н.А. Некрасова «Родина».

Т(2.3)1.5. Пользуясь таблицей простых чисел, найдите частоту появления простых чисел в отрезках натурального ряда: от 1 до 100, от 101 до 200, от 201 до 300 и т.д., от 901 до 1000.

Б(2.3)1.1.(прототип 320189) В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев 2512 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до тысячных.

Б(2.3)1.2.(321211) В некотором городе из 3000 появившихся на свет младенцев 1430 девочек. Найдите частоту рождения мальчиков в этом городе. Результат округлите до тысячных.

Б(2.3)1.3.(321271) В некотором городе из 4000 появившихся на свет младенцев 1940 девочек. Найдите частоту рождения мальчиков в этом городе. Результат округлите до тысячных.

2.4. Формула классической вероятности

Вероятность – есть число, характеризующее *возможность* наступления события.

Определение. Вероятностью P события A называют отношение числа m исходов, благоприятных этому событию,

к общему числу n исходов $P(A) = \frac{m}{n}$.

Сумма вероятностей всех элементарных событий случайного эксперимента равна 1.

Пример 11. Из колоды в 36 карт одну за другой вытягивают две карты, не возвращая карту обратно. Какова вероятность того, что они одного цвета?

Решение. Обозначим через A событие «обе карты одного цвета». Подсчитаем общее количество исходов, используя правило умножения $n = 36 \cdot 35$ (для первой карты 36 вариантов, для второй – 35 вариантов). Количество благоприятствующих исходов $m = 36 \cdot 17$ (для первой карты 36 вариантов, для второй – 17 вариантов). Искомая вероятность

$$P(A) = \frac{36 \cdot 17}{36 \cdot 35} = \frac{17}{35}.$$

Ответ: $\frac{17}{35}$.

Б(2.4)1.1.(прототип 320195) Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,045. В некотором городе из 1000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступила 51 штука. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

Б(2.4)1.2.(321589) Вероятность того, что новый пылесос в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,093. В некотором городе из 1000 проданных пылесосов в течение года в гарантийную мастерскую поступило 97 штук. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

Б(2.4)1.3.(321685) Вероятность того, что новый ноутбук в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,091. В некотором городе из 1000 проданных ноутбуков в течение года в гарантийную мастерскую поступило 96 штук. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

Б(2.4)2.1. (прототип 285926) В сборнике билетов по биологии всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по ботанике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по ботанике.

Б(2.4)2.2. (286243) В сборнике билетов по химии всего 25 билетов, в 6 из них встречается вопрос по углеводородам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по углеводородам.

Б(2.4)2.3. (286287) В сборнике билетов по философии всего 30 билетов, в 6 из них встречается вопрос по скептицизму. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по скептицизму.

Б(2.4)3.1. (прототип 285927) В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по неравенствам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по неравенствам.

Б(2.4)3.2. (286313) В сборнике билетов по философии всего 45 билетов, в 18 из них встречается вопрос по Пифагору. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по Пифагору.

Б(2.4)3.3. (286315) В сборнике билетов по истории всего 40 билетов, в 16 из них встречается вопрос по смутному времени. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по смутному времени.

Б(2.4)4.1.(прототип 320208) В кармане у Миши было четыре конфеты — «Грильяж», «Белочка», «Коровка» и «Ласточка», а так же ключи от квартиры. Вынимая ключи, Миша случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Грильяж».

Б(2.4)4.2.(322493) В кармане у Саши было четыре конфеты — «Коровка», «Мишка», «Ласточка» и «Василёк», а так же ключи от квартиры. Вынимая ключи, Саша случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Мишка».

Б(2.4)4.3.(322501) В кармане у Димы было четыре конфеты — «Коровка», «Красная шапочка», «Василёк» и «Ласточка», а так же ключи от квартиры. Вынимая ключи, Дима случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Красная шапочка».

Б(2.4)5.1.(прототип 320169) Вася, Петя, Коля и Лёша бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Петя.

Б(2.4)5.2.(320331) Маша, Тимур, Диана, Костя и Антон бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет не Антон.

Б(2.4)5.3.(320343) Сева, Слава, Аня, Андрей, Миша, Игорь, Надя и Карина бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.

Б(2.4)6.1. (прототип 282855) В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Б(2.4)6.2. (283479) В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 24 из США, 13 из Мексики, остальные — из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.

Б(2.4)6.3. (283485) В чемпионате по гимнастике участвуют 80 спортсменок: 23 из Аргентины, 29 из Бразилии, остальные —

из Парагвая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Парагвая.

Б(2.4)7.1. (прототип 282858) В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 — из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

Б(2.4)7.2. (283727) В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Македонии, 8 спортсменов из Сербии, 3 спортсмена из Хорватии и 6 — из Словении. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Сербии.

Б(2.4)7.3. (283735) В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Чехии, 4 спортсмена из Словакии, 4 спортсмена из Австрии и 9 — из Швейцарии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Австрии.

Б(2.4)8.1. (прототип 285924) На семинар приехали 3 ученых из Норвегии, 3 из России и 4 из Испании. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России.

Б(2.4)8.2. (286123) На семинар приехали 4 ученых из Норвегии, 6 из России и 6 из Великобритании. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что вторым окажется доклад ученого из Норвегии.

Б(2.4)8.3. (286127) На семинар приехали 5 ученых из Австрии, 4 из Германии и 6 из Сербии. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Найдите вероятность

того, что десятым окажется доклад ученого из Сербии.

Б(2.4)9.1. (прототип 285928) На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 8 прыгунов из России и 9 прыгунов из Парагвая. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Парагвая.

Б(2.4)9.2. (286383) На чемпионате по прыжкам в воду выступают 40 спортсменов, среди них 6 прыгунов из Голландии и 2 прыгуна из Аргентины. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что четырнадцатым будет выступать прыгун из Аргентины.

Б(2.4)9.3. (286387) На чемпионате по прыжкам в воду выступают 50 спортсменов, среди них 5 прыгунов из Италии и 2 прыгуна из Парагвая. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что двадцать девятым будет выступать прыгун из Парагвая.

Б(2.4)10.1. (прототип 285925) Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?

Б(2.4)10.2. (286211) Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 46 теннисистов, среди которых 19 участников из России, в том числе Ярослав Исаков. Найдите вероятность того, что в первом туре Ярослав Исаков будет играть с каким-либо теннисистом из России?

Б(2.4)10.3. (286217) Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону

участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 16 бадминтонистов, среди которых 13 участников из России, в том числе Сергей Хвостиков. Найдите вероятность того, что в первом туре Сергей Хвостиков будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?

Б(2.4)11.1. (282856) В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Б(2.4)11.2. (283581) В среднем из 500 садовых насосов, поступивших в продажу, 4 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Б(2.4)11.3. (283597) В среднем из 600 садовых насосов, поступивших в продажу, 3 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Б(2.4)12.1. (прототип 282857) Фабрика выпускает сумки. В среднем на 100 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Б(2.4)12.2. (283629) Фабрика выпускает сумки. В среднем на 50 качественных сумок приходится пять сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Б(2.4)12.3. (283633) Фабрика выпускает сумки. В среднем на 120 качественных сумок приходится девять сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Б(2.4)13.1.(прототип 320186) На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жреби-

ем. Какова вероятность того, что группа из Дании будет выступать после группы из Швеции и после группы из Норвегии? Результат округлите до сотых.

Б(2.4)13.2.(321071) На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Франции будет выступать после группы из Швеции и после группы из России? Результат округлите до сотых.

Б(2.4)13.3.(321159) На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из США будет выступать после группы из Франции и после группы из Англии? Результат округлите до сотых.

Б(2.4)14.1.(прототип 320178) На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет чётной?

Б(2.4)14.2.(320843) На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет меньше 4?

Б(2.4)14.3.(320853) На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет чётной и больше 3?

Б(2.4)15.1.(прототип 320179) Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на три?

Б(2.4)15.2.(320855) Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 58 до 82 делится на 6?

Б(2.4)15.3.(320947) Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 30 до 41 делится на 5?

Б(2.4)16.1.(прототип 320190) На борту самолёта 12 мест рядом с запасными выходами и 18 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места

неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир В. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру В. достанется удобное место, если всего в самолёте 300 мест.

Б(2.4)16.2.(321277) На борту самолёта 28 мест рядом с запасными выходами и 16 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир Л. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру Л. достанется удобное место, если всего в самолёте 400 мест.

Б(2.4)16.3.(321299) На борту самолёта 23 места рядом с запасными выходами и 28 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир А. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру А. достанется удобное место, если всего в самолёте 100 мест.

Б(2.4)17.1.(прототип 320191) На олимпиаде в вузе участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух по 120 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 250 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Б(2.4)17.2.(321307) На олимпиаде по истории участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух по 140 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 400 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Б(2.4)17.3.(321381) На олимпиаде по русскому языку участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух по 180 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 450

участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Б(2.4)18.1.(прототип 320193) В фирме такси в наличии 50 легковых автомобилей; 27 из них чёрные с жёлтыми надписями на бортах, остальные – жёлтые с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов придет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.

Б(2.4)19.1.(прототип 320194) В группе туристов 30 человек. Их вертолётom в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолётa.

Б(2.4)19.2.(321501) В группе туристов 20 человек. Их вертолётom в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 5 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист Ф. полетит вторым рейсом вертолётa.

Б(2.4)19.3.(321587) В группе туристов 32 человека. Их вертолётom в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 4 человека за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист У. полетит третьим рейсом вертолётa.

Б(2.4)20.1.(прототип 320170) В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе?

Б(2.4)20.2.(320345) В чемпионате мира участвуют 20 команд. С помощью жребия их нужно разделить на пять групп по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда Китая окажется в четвёртой группе?

Б(2.4)20.3. (320363) В чемпионате мира участвуют 10 команд. С помощью жребия их нужно разделить на пять групп по две команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда Канады окажется в пятой группе?

Б(2.4)21.1. (прототип 285922) Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов — первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Б(2.4)21.2. (285929) Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 40 докладов — в первый день 16 докладов, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Б(2.4)21.3. (285945) Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 60 докладов — первые два дня по 18 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвертым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Б(2.4)22.1. (прототип 285923) Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

Б(2.4)22.2. (286033) Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 50 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день 34 выступления, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

Б(2.4)22.3. (286049) Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 40 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день 10 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

Б(2.4)23.1.(прототип 320185) В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что наступит исход ОР (в первый раз выпадает орёл, во второй — решка).

Б(2.4)23.2.(321057) В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что наступит исход ООР (в первый и второй разы выпадает орёл, в третий — решка).

Б(2.4)23.3.(321059) В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что наступит исход ООО (все три раза выпадает орёл).

Б(2.4)24.1.(прототип 282854) В случайном эксперименте симметричную монету

бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

Б(2.4)24.2. (283467) В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно два раза.

Б(2.4)24.3. (283477) В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет все три раза.

Б(2.4)25.1.(прототип 282853) В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

Б(2.4)25.2.(283451) В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 6 очков. Результат округлите до сотых.

Б(2.4)25.3.(283445) В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.

Б(2.4)26.1.(прототип 320200) На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Результат округлите до сотых.

Б(2.4)27.1.(прототип 320192) В классе 26 человек, среди них два близнеца — Андрей и Сергей. Класс случайным образом делят на две группы по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе.

Б(2.4)27.2.(321401) В классе 33 учащихся, среди них два друга — Андрей и Михаил. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Андрей и Михаил окажутся в одной группе.

Б(2.4)27.3.(321495) В классе 16 учащихся, среди них два друга — Олег и Вадим. Класс случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Олег и Вадим окажутся в одной группе.

Т(2.4)1.1. Родительский комитет закупил 40 пазлов для подарков детям на окончание учебного года, из них 14 с видами природы и 26 с историческими достопримечательностями. Подарки распределяются случайным образом. Найдите вероятность того, что Пете достанется пазл с видом природы.

Т(2.4)1.2. Родительский комитет закупил 30 пазлов для подарков детям на окончание учебного года, из них 12 с картинками известных художников и 18 с изображениями животных. Подарки распределяются случайным образом. Найдите вероятность того, что Вове достанется пазл с животным.

Т(2.4)1.3. Родительский комитет закупил 30 пазлов для подарков детям на окончание учебного года, из них 15 с персонажами мультфильмов и 15 с видами природы. Подарки распределяются случайным образом. Найдите вероятность того, что Маше достанется пазл с персонажем мультфильмов.

Т(2.4)2.1. На тарелке 15 пирожков: 6 с яблоками, 4 с капустой и 5 с печенью. Варя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с яблоками.

Т(2.4)2.2. На тарелке 16 пирожков: 7 с рыбой, 5 с вареньем и 4 с вишней. Юля наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.

Т(2.4)2.3. На тарелке 15 пирожков: 4 с мясом, 9 с капустой и 2 с вишней. Катя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с капустой.

Т(2.4)3.1. Маша включает телевизор. Телевизор включается на случайном канале. В это время по девяти каналам из сорока пяти показывают новости. Найдите вероятность того, что Маша попадет на канал, где новости не идут.

Т(2.4)3.2. Люба включает телевизор. Телевизор включается на случайном канале. В это время по четырем каналам из шестнадцати показывают музыкальные клипы. Найдите вероятность того, что Люба попадет на канал, где клипы не идут.

Т(2.4)3.3. Вика включает телевизор. Телевизор включается на случайном канале. В это время по четырнадцати каналам из тридцати пяти показывают рекламу. Найдите вероятность того, что Вика попадет на канал, где реклама не идет.

Т(2.4)4.1. Игорь с папой решили покататься на колесе обозрения. Всего на колесе 40 кабинок, из них 21 — серые, 13 — зеленые, остальные — красные. Кабинки по очереди подходят к платформе для посадки. Найдите вероятность того, что Игорь прокатится в красной кабине.

Т(2.4)4.2. Кирилл с папой решили покататься на колесе обозрения. Всего на колесе 30 кабинок, из них 8 — фиолетовые, 4 — зеленые, остальные — оранжевые. Кабинки по очереди подходят к платформе для посадки. Найдите вероятность того, что Кирилл прокатится в оранжевой кабине.

Т(2.4)4.3. Аня с папой решили покататься на колесе обозрения. Всего на колесе 22 кабинок, из них 5 — желтые, 6 — белые, остальные — красные. Кабинки по очереди подходят к платформе для посадки. Найдите вероятность того, что Аня прокатится в красной кабине.

Т(2.4)5.1. В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 3 белых, 11 синих и 6 серых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет белое такси.

Т(2.4)5.2. В фирме такси в данный момент свободно 35 машин: 11 красных, 17 фиолетовых и 7 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет зеленое такси.

Т(2.4)5.3. В фирме такси в данный момент свободно 15 машин: 2 красных, 9 желтых и 4 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет желтое такси.

Т(2.4)6.1. На экзамене 40 билетов, Коля не выучил 4 из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный билет.

Т(2.4)6.2. На экзамене 45 билетов, Федя не выучил 9 из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный билет.

Т(2.4)6.3. На экзамене 60 билетов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный билет.

Т(2.4)7.1. В каждой двадцать пятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Коля покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Коля не найдет приз в своей банке.

Т(2.4)7.2. В каждой пятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Галя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Галя не найдет приз в своей банке.

Т(2.4)7.3. В каждой сороковой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Петя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Петя не найдет приз в своей банке.

Т(2.4)8.1. Перед началом матча по футболу судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первая владеть мячом. Команда «Белые» по очереди играет с командами «Красные», «Синие» и «Зеленые». Найдите вероятность того, что ровно в одном матче право владеть первой мячом получит команда «Белые».

Т(2.4)8.2. Перед началом матча по футболу судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первая владеть мячом. Команда «Белые» по очереди играет с командами «Красные», «Синие» и «Зеленые». Найдите вероятность того, что ровно в двух матчах из трех право владеть первой мячом получит команда «Белые».

Т(2.4)8.3. Перед началом футбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первая владеть мячом. Команда «Витязь» по очереди играет с командами «Атлант» и «Титан». Найдите вероятность того, что команда «Витязь» не выиграет право первой владеть мячом ни в одном матче.

Т(2.4)8.4. Перед началом волейбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первая владеть мячом. Команда «Байкал» по очереди играет с командами «Амур», «Енисей», «Виллой» и «Иртыш». Найдите вероятность того, что ровно в двух матчах право первой владеть мячом получит команда «Байкал».

Т(2.4)9.1. Валя выбирает случайное трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 51.

Т(2.4)9.2. Найдите вероятность того, что в написании наудачу взятого двузначного числа встречается цифра 5.

Т(2.4)9.3. Андрей наугад называет натуральное число, не превышающее 200. Какова вероятность того, оно делится на 3, но не делится на 2.

Т(2.4)10.1. Катя дважды бросает игральный кубик. В сумме у нее выпало 6 оч-

ков. Найдите вероятность того, что при одном из бросков выпало 5 очков.

Т(2.4)10.2. Даша дважды бросает игральный кубик. В сумме у нее выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что при одном из бросков выпало 2 очка.

Т(2.4)10.3. Галя дважды бросила игральный кубик. Известно, что в сумме у нее выпало 9 очков. Найдите вероятность того, что при втором броске выпало 6 очков.

Т(2.4)10.4. Найдите вероятность того, что при бросании двух кубиков на каждом выпадет менее 4 очков.

Т(2.4)10.5. При двукратном бросании игрального кубика в сумме выпало 6 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало меньше 3 очков.

Т(2.4)11.1. Марина и Дина бросают кубик по одному разу. Выигрывает та девочка, у которой выпадет больше очков. Первой кубик бросила Марина, у нее выпало 3 очка. Найдите вероятность того, что Дина выиграет.

Т(2.4)11.2. Двое играют в кости – они по разу бросают игральный кубик. Выигрывает тот, у кого больше очков. Если выпадает поровну, то наступает ничья. Первый бросил кубик, и у него выпало 4 очка. Найдите вероятность того, что он выиграет.

Т(2.4)11.3. Лена и Саша играют в кости. Они бросают кость по одному разу. Выигрывает тот, кто выбросил больше очков. Если очков выпало поровну, то наступает ничья. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что Лена проиграла.

Т(2.4)12.1. В кармане у Пети было 4 монеты по рублю и 2 монеты по 2 рубля. Петя, не глядя, переложил какие-то три монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что обе двухрублевые монеты лежат в одном кармане.

Т(2.4)12.2. В кармане у Пети было 2 монеты по 5 рублей и 4 монеты по 10 рублей. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите веро-

ятность того, что пятирублевые монеты лежат теперь в разных карманах.

2.5. Комбинаторные методы решения вероятностных задач

Умение находить число перестановок, размещений, сочетаний по формулам позволяет также решать задачи на вычисление вероятности.

Пример 12. В классе 7 мальчиков и 14 девочек. 1 сентября случайным образом определяют двух дежурных на 2 сентября, которые должны приготовить класс к занятиям. Найдите вероятность того, что будут дежурить два мальчика.

Решение. Обозначим через A событие «будут дежурить два мальчика». Общее число исходов (число сочетаний из 21 по

$$2) \quad n = C_{21}^2 = \frac{21!}{2!19!} = 210. \text{ Число благоприятных исходов (число сочетаний из 7 по}$$

$$2) \quad m = C_7^2 = \frac{7!}{2!5!} = 21. \text{ Согласно определению}$$

вероятности имеем

$$P(A) = \frac{21}{210} = 0,1.$$

Ответ: 0,1.

Т(2.5)1.1. В кармане у Пети было 2 монеты по 5 рублей и 4 монеты по 10 рублей. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат теперь в разных карманах.

Т(2.5)1.2. В кармане у Пети было 4 монеты по рублю и 2 монеты по 2 рубля. Петя, не глядя, переложил какие-то три монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что обе двухрублевые монеты лежат в одном кармане.

Т(2.5)1.3. Маша загадала натуральное число, меньшее 1000 и делящееся на 39. Петя угадывает это число, называя на своё усмотрение 3 любых числа. Какова вероятность, что загаданное число будет среди чисел, названных Петей?

Б(2.5)1.1.(прототип 320181) В группе туристов 5 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село за продуктами. Турист А. хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что А. пойдёт в магазин?

Б(2.5)1.2. (321005) В группе туристов 6 человек. С помощью жребия они выбирают трёх человек, которые должны идти в село за продуктами. Турист К. хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что К. пойдёт в магазин?

Б(2.5)1.3.(321009) В группе туристов 10 человек. С помощью жребия они выбирают четырёх человек, которые должны идти в село за продуктами. Турист В. хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что В. пойдёт в магазин?

Б(2.5)2.1.(прототип 320192) В классе 26 человек, среди них два близнеца — Андрей и Сергей. Класс случайным образом делят на две группы по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе.

Б(2.5)2.2.(321401) В классе 33 учащихся, среди них два друга — Андрей и Михаил. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Андрей и Михаил окажутся в одной группе.

Б(2.5)2.3.(321495) В классе 16 учащихся, среди них два друга — Олег и Вадим. Класс случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Олег и Вадим окажутся в одной группе.

2.6. Геометрическая вероятность

Если число исходов некоторого опыта бесконечно, то классическое определение вероятности не может служить характеристикой степени возможности наступления того или иного события. В этом случае пользуются геометрическим подходом к определению вероятности. При

этом вероятность события A есть отношение меры A (длины, площади, объема и т.д.) к мере U пространства элементарных событий.

Пример 13. В круг радиуса R наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что эта точка окажется внутри данного вписанного правильного треугольника.

Решение. Искомая вероятность равна отношению площади треугольника к площади круга:

$$\frac{(R\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} : \pi R^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4\pi} \approx 0,4137.$$

Ответ: $\approx 0,4137$.

Т(2.6)1.1. Точка брошена в круг радиуса R . Найдите вероятность того, что она попадает внутрь данного вписанного квадрата.

Т(2.6)1.2. После бури на участке между 40-м и 70-м километрами телефонной линии произошел обрыв провода. Какова вероятность того, что разрыв произошел между 50-м и 55-м километрами линии?

Т(2.6)1.3. На окружности радиуса R наудачу выбраны две точки. Какова вероятность того, что расстояние между ними меньше R .

Б(2.6)1.1. (прототип 320209) Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали ходить. Найдите вероятность того, что часовая стрелка застыла, достигнув отметки 10, но не дойдя до отметки 1 час.

Б(2.6)1.2. (322523) Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали ходить. Найдите вероятность того, что часовая стрелка застыла, достигнув отметки 9, но не дойдя до отметки 3 часа.

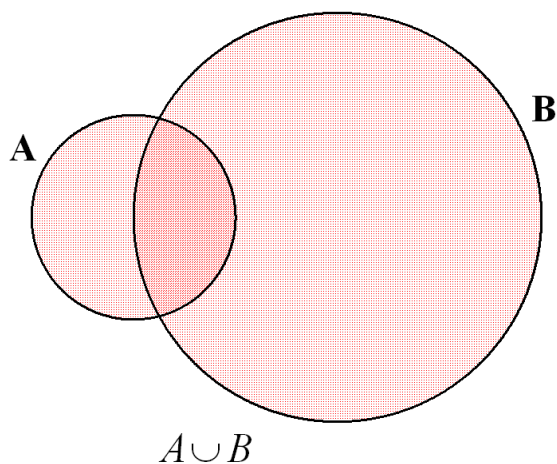
Б(2.6)1.3. (322525) Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали ходить. Найдите вероятность того, что часовая стрелка застыла, достигнув отметки 5, но не дойдя до отметки 11 часов.

2.7. Операции над событиями

Действия над случайными событиями определяют по аналогии с действиями в теории множеств.

Определение. Суммой (объединением) событий A и B называют событие (обозначение $A+B$ или $A \cup B$), состоящее в появлении либо только события A , либо только события B , либо и события A и события B одновременно.

Фразу «наступит или событие A или событие B или оба события A и B » обычно заменяют фразой «наступит хотя бы (по крайней мере) одно из данных событий».

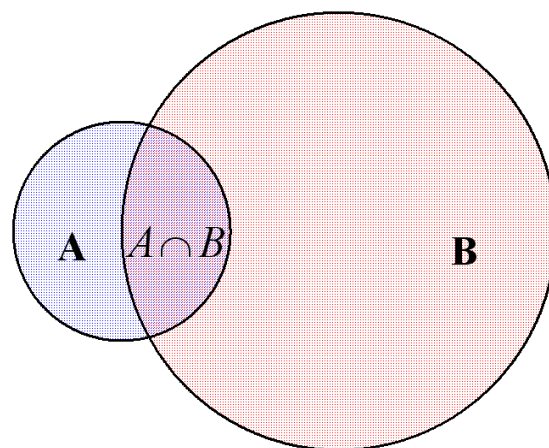


Пример 14. Если событие A – попадание в цель при первом выстреле, событие B – попадание в цель при втором выстреле, то событие $C = A + B$ есть попадание в цель вообще (или только при первом выстреле, или только при втором выстреле, или при 1-м и при 2-м выстрелах).

Определение. Событием, *противоположным* событию A , называют событие (обозначение \bar{A}), которому благоприятствуют все элементарные события, не благоприятствующие событию A .

Выпадение герба и выпадение решки при одном бросании монеты, попадание и промах при одном выстреле – события противоположные.

Определение. Произведением (пересечением) двух событий A и B называется событие (обозначение AB или $A \cap B$), состоящее в совместном выполнении события A и события B .



Пример 15. Если событие A – попадание в цель при первом выстреле, событие B – попадание в цель при втором выстреле, то событие $C = AB$ есть попадание при обоих выстрелах (и при первом выстреле и при втором выстрелах).

Т(2.7)1.1. Монету бросают дважды. Представьте в виде суммы или произведения двух событий событие:

- а) хотя бы один раз выпала решка;
- б) оба раза выпала одна и та же сторона монеты.

Т(2.7)1.2. Опишите события, противоположные следующим:

- а) A – хотя бы одно из имеющихся четырех изделий бракованное;
- б) B – из четырех изделий не менее двух бракованных;
- в) C – три дня подряд шел дождь;
- г) D – среди пяти учащихся нет ни одного мальчика;
- д) E – из трех облигаций хотя бы одна выигрывает;
- е) F – среди четырех карт все карты разной масти.

Т(2.7)1.3. Два ученика независимо друг от друга решают одну задачу. Пусть событие A_1 – первый ученик решит задачу; событие A_2 – второй ученик решит задачу. Запишите события, состоящие в том, что:

- а) оба ученика решат задачу;
- б) хотя бы один из учеников решит задачу;
- в) оба ученика не решат задачу;
- г) только первый ученик решит задачу;

д) только один ученик решит задачу.

Т(2.7)1.4. Пусть событие A – выигрыш по билету одной лотереи, событие B – выигрыш по билету другой лотереи. Что означают события:

- а) $C = \overline{AB} + \overline{AB}$;
- б) $D = \overline{AB} + \overline{AB} + AB$?

2.8. Несовместные события. Формула сложения вероятностей

Рассмотрим теоремы, при помощи которых по вероятностям одних случайных событий вычисляют вероятности других случайных событий.

Определение. События называют *несовместными*, если они не могут происходить одновременно в одном и том же испытании.

Например, выигрыш, ничейный исход и проигрыш одного игрока в одной партии в шахматы – три несовместных события.

Теорема. Вероятность суммы двух несовместных событий A и B (появления хотя бы одного события) равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Теорема обобщается на любое число попарно несовместных событий.

Следствие. Сумма вероятностей противоположных событий A и \overline{A} равна 1:

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1.$$

Пример 16. Зачет по стрельбе курсант сдаст, если получит оценку не ниже 4. Какова вероятность сдачи зачета, если известно, что курсант получает за стрельбу оценку 5 с вероятностью 0,3 и оценку 4 с вероятностью 0,6?

Решение. Данный опыт состоит в том, что проведены стрельбы и по ним курсант получил оценку. В этом опыте обозначим через A событие «по стрельбе курсант получил оценку 5» и через B событие «по стрельбе курсант получил оценку 4». Эти события несовместны. Событие C «зачет сдан» является их суммой $C = A + B$. Из условия задачи следует, что вероятности $P(A) = 0,3$ и

$P(B) = 0,6$. По формуле сложения вероятностей несовместных событий имеем:

$$P(C) = P(A + B) = P(A) + P(B) = 0,3 + 0,6 = 0,9.$$

Ответ: 0,9.

Пример 17. Наудачу берется трехзначное число. Какова вероятность того, что хотя бы две его цифры совпадают?

Решение. Данный опыт состоит в том, что наудачу берется натуральное число из чисел от 100 до 999 и смотрят, есть ли в нем одинаковые цифры. Очевидно, что исходы «взяли наудачу трехзначное число» равновероятны, число этих исходов $n = 900$. Введем событие A «у выбранного числа совпадают хотя бы две цифры». Проще подсчитать вероятность противоположного события \overline{A} «у выбранного числа все цифры различны». Количество благоприятных событий равно $m = 9 \cdot 9 \cdot 8$.

$$\text{Тогда } P(\overline{A}) = \frac{9 \cdot 9 \cdot 8}{900} = 0,72 \quad \text{и}$$

$$P(A) = 1 - 0,72 = 0,28.$$

Ответ: 0,28.

Б(2.8)1.1.(прототип 320171) На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросы, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Б(2.8)1.2.(320415) На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Внешние углы», равна 0,35. Вероятность того, что это вопрос на тему «Тригонометрия», равна 0,25. Вопросы, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Б(2.8)1.3.(320427) На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос

из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Тригонометрия», равна 0,1. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,3. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Б(2.8)2.1.(прототип 320176) Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Б(2.8)2.2.(320641) Вероятность того, что новый тостер прослужит больше года, равна 0,94. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,8. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Б(2.8)2.3.(320727) Вероятность того, что новый персональный компьютер прослужит больше года, равна 0,93. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,83. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Б(2.8)3.1.(прототип 320198) Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.

Б(2.8)3.2.(321791) Вероятность того, что на тесте по истории учащийся Т. верно решит больше 8 задач, равна 0,76. Вероятность того, что Т. верно решит больше 7 задач, равна 0,88. Найдите вероятность того, что Т. верно решит ровно 8 задач.

Б(2.8)3.3.(321883) Вероятность того, что на тесте по физике учащийся Т. верно решит больше 9 задач, равна 0,66. Вероятность того, что Т. верно решит больше 8 задач, равна 0,75. Найдите вероятность того, что Т. верно решит ровно 9 задач.

Б(2.8)4.1.(прототип 320203) Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19.

Б(2.8)4.2.(322099) Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 21 пассажира, равна 0,93. Вероятность того, что окажется меньше 12 пассажиров, равна 0,49. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 12 до 20.

Б(2.8)4.3.(322199) Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 16 пассажиров, равна 0,96. Вероятность того, что окажется меньше 10 пассажиров, равна 0,55. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 10 до 15.

Б(2.8)5.1.(прототип 320196) При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного меньше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.

Б(2.8)5.2.(321691) При изготовлении подшипников диаметром 68 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного меньше чем на 0,01 мм, равна 0,968. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 67,99 мм или больше чем 68,01 мм.

Б(2.8)5.3.(321789) При изготовлении подшипников диаметром 61 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного меньше чем на 0,01 мм, равна 0,976. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 60,99 мм или больше чем 61,01 мм.

2.9. Совместные события.

Формула сложения вероятностей

Рассмотрим формулу для вероятности суммы двух событий в общем случае (не обязательно несовместных).

Определение. События называют *совместными*, если они могут происходить одновременно. Например, при бросании двух монет выпадение решки на одной не исключает появления решки на другой монете.

Теорема. Вероятность суммы двух *совместных* событий A и B (появления хотя бы одного события) равна сумме их вероятностей без вероятности их совместного появления, то есть

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

Частным случаем приведенной формулы является формула сложения вероятностей для несовместных событий, так как их совместное наступление есть невозможное событие и $P(AB) = 0$.

Для случая трех совместных событий формула имеет вид:

$$P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC).$$

Пример 18. Прибор, состоящий из двух блоков, выходит из строя, если выходят из строя оба блока. Вероятность безотказной работы за определенный промежуток времени первого блока составляет 0,9, второго – 0,8, обоих блоков – 0,75. Найти вероятность безотказной работы прибора в течение указанного промежутка.

Решение. Обозначим через A событие «первый блок работает безотказно в течение определенного промежутка времени», через B событие «второй блок работает безотказно в течение определенного промежутка времени», через AB событие «оба блока работают безотказно в течение определенного промежутка времени». Событие C «прибор работает безотказно в течение определенного промежутка времени» является суммой событий A и B : $C = A + B$. Из условия задачи известны вероятности $P(A) = 0,9$,

$P(B) = 0,8$ и $P(AB) = 0,75$. По формуле сложения вероятностей имеем:

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A + B) = \\ &= P(A) + P(B) - P(AB) = \\ &= 0,9 + 0,8 - 0,75 = 0,95. \end{aligned}$$

Ответ: 0,95.

Рассмотрим обратную задачу.

Пример 19. Школьнику надо сдать зачет по математике. В каждом билете – по два вопроса. Всего 25 билетов. Из них 5 билетов школьник вообще не учил. В каждом из оставшихся 20 билетов он хотя бы один вопрос выучил, причем в 18 билетах школьник выучил первый вопрос и в 15 билетах – второй вопрос. Школьник может получить удовлетворительную оценку, если вытащит такой билет, оба вопроса которого он знает. Какова вероятность того, что школьник сдаст зачет, если он первый тянет билет?

Решение. Обозначим через A событие «школьнику достанется билет, первый вопрос которого он знает», через B событие «школьнику достанется билет, второй вопрос которого он знает», тогда событие $A + B$ означает, что «школьник знает хотя бы один вопрос из 20».

Надо определить $P(AB)$, где событие AB означает, что «школьник ответит на 2 вопроса билета». Событию AB благоприятствуют 20 вопросов из 25, поэтому

$$P(A + B) = \frac{20}{25}.$$

Так как из условия задачи имеем вероятности $P(A) = \frac{18}{25}$ и $P(B) = \frac{15}{25}$, то из формулы сложения вероятностей получаем:

$$\begin{aligned} P(AB) &= P(A) + P(B) - P(A + B) = \\ &= \frac{18}{25} + \frac{15}{25} - \frac{20}{25} = \frac{13}{25} = 0,52. \end{aligned}$$

Ответ: 0,52.

Б(2.9)1.1.(прототип 320172) В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите ве-

роятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Б(2.9)1.2.(320431) В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,35. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,2. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Б(2.9)1.3.(320469) В торговом центре два одинаковых автомата продают жвачку. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится жвачка, равна 0,25. Вероятность того, что жвачка закончится в обоих автоматах, равна 0,2. Найдите вероятность того, что к концу дня жвачка останется в обоих автоматах.

2.10. Независимые события. Формула умножения вероятностей

Часто возникает вопрос о том, как влияет на возможность осуществления некоторого события B наступление некоторого другого события A .

Определение. Два случайных события называют *независимыми*, если наступление одного из них не изменяет вероятность наступления другого. В противном случае события называют *зависимыми*.

Теорема. Вероятность произведения (совместного появления) двух *независимых* событий равна произведению вероятностей этих событий:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B).$$

Теорема обобщается на любое число попарно независимых событий.

Следствие. Вероятность появления хотя бы одного события из n попарно независимых событий равна разности между 1 и произведением вероятностей событий, противоположных данным, то есть

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot \dots \cdot P(\bar{A}_n).$$

Пример 20. Вероятность того, что потребитель увидит рекламу определенного продукта по телевидению, равна 0,04. Вероятность того, что потребитель увидит рекламу того же продукта на реклам-

ном стенде, равна 0,06. Чему равна вероятность того, что:

а) потребитель увидит обе рекламы;

б) потребитель увидит хотя бы одну рекламу?

Решение. Обозначим через A событие «потребитель увидит рекламу продукта по телевидению», через B событие «потребитель увидит рекламу продукта на рекламном стенде». События A и B независимые.

а) Событие C «потребитель увидит обе рекламы» является произведением событий $C = A \cdot B$. Из условия задачи известны вероятности $P(A) = 0,04$ и $P(B) = 0,06$. По формуле умножения вероятностей независимых событий имеем:

$$\begin{aligned} P(C) &= P(AB) = P(A) \cdot P(B) = \\ &= 0,04 \cdot 0,06 = 0,0024. \end{aligned}$$

б) Определим событие D «потребитель увидит хотя бы одну рекламу». Тогда получаем:

$$\begin{aligned} P(D) &= 1 - P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = \\ &= 1 - (1 - 0,04)(1 - 0,06) = \\ &= 1 - 0,96 \cdot 0,94 = 0,0976. \end{aligned}$$

Ответ: а) 0,0024; б) 0,0976.

Б(2.10)1.1.(прототип 319553) Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,52. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Б(2.10)1.2.(319357) Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,56. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Б(2.10)1.3.(319555) Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,34. Гроссмейстеры А. и

Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Б(2.10)2.1.(прототип 320201) В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Б(2.10)2.2.(321993) В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,7. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Б(2.10)2.3.(321995) В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,6. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Б(2.10)3.1.(прототип 320173) Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

Б(2.10)3.2.(320471) Биатлонист 9 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,85. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 4 раза попал в мишени, а последние пять промахнулся. Результат округлите до сотых.

Б(2.10)3.3.(320567) Биатлонист 6 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,5. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 2 раза попал в мишени, а последние четыре промахнулся. Результат округлите до сотых.

Б(2.10)4.1.(прототип 320210) Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

Б(2.10)4.2.(322527) Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,04. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

Б(2.10)4.3.(322531) Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,02. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

Б(2.10)5.1.(прототип 320205) Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Статор» по очереди играет с командами «Ротор», «Мотор» и «Стартер». Найдите вероятность того, что «Статор» будет начинать только первую и последнюю игры.

Б(2.10)5.2.(322201) Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Стартер» по очереди играет с командами «Протор», «Ротор» и «Мотор». Найдите вероятность того, что «Стартер» будет начинать только вторую и последнюю игры.

Б(2.10)5.3.(322295) Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Мотор» по очереди играет с командами «Протор», «Ротор» и «Стартер». Найдите вероятность того, что «Мотор» будет начинать все игры.

Б(2.10)6.1.(прототип 320202) По отзывам покупателей Иван Иванович оценил

надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,8. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,9. Иван Иванович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

Б(2.10)6.2.(321999) По отзывам покупателей Василий Васильевич оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,93. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,94. Василий Васильевич заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

Б(2.10)6.3.(322097) По отзывам покупателей Игорь Игоревич оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,82. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,87. Игорь Игоревич заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

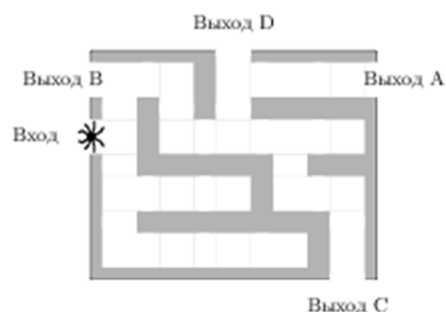
Б(2.10)7.1. (прототип 320175) Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Б(2.10)7.2. (320583) Помещение освещается фонарём с тремя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,21. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

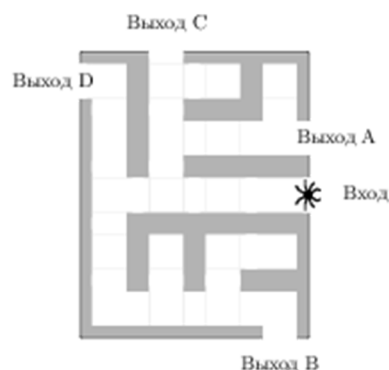
Б(2.10)7.3. (320633) Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,17. Найдите вероятность

того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

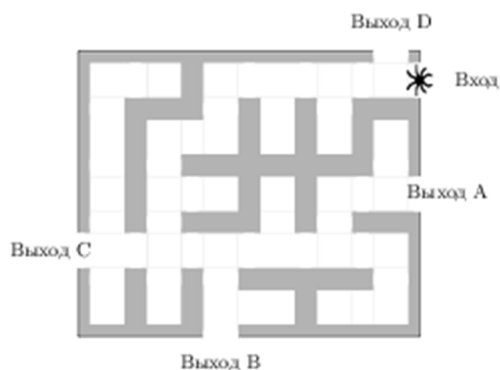
Б(2.10)8.1. (прототип 320212) На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может, поэтому на каждом разветвлении паук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D.



Б(2.10)8.2. (322923) На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D.



Б(2.10)8.3. (323017) На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D.



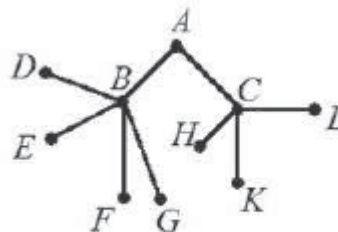
Б(2.10)9.1. (прототип 320187) При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем – 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

Т(2.10)1.1. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,6, а при каждом последующем – 0,8. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,99?

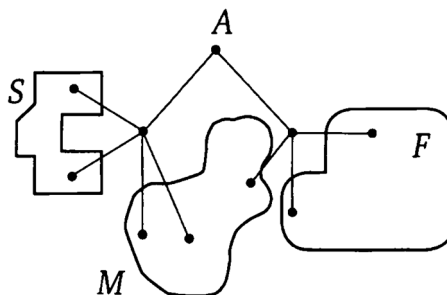
Т(2.10)1.2. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при одном выстреле равна 0,8. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,99?

Т(2.10)2.1. Пенсионер гуляет по дорожкам парка. На каждой развилке он наудачу

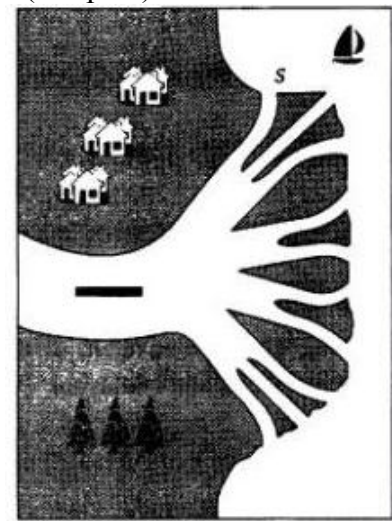
выбирает следующую дорожку, не возвращаясь обратно. Пенсионер начинает прогулку в точке A . Найдите вероятность того, что он придет в точку F .



Т(2.10)2.2. Павел Иванович совершает прогулку из точки A по дорожкам парка. На каждой развилке он наудачу выбирает следующую дорожку, не возвращаясь обратно. Схема дорожек показана на рисунке. Часть маршрутов приводит к поселку S , другие – в поле F или болото M . Найдите вероятность того, что Павел Иванович забредет в болото.



Т(2.10)2.3. Бревно плывет по течению реки к устью. Река разделяется на рукава. При каждом разветвлении реки бревно с равными шансами может попасть в любой из образующихся рукавов. Найдите вероятность того, что бревно попадет в точку S (см. рис.).



2.11. Зависимые события. Формула умножения вероятностей

В теории вероятностей характеристикой связи событий служит так называемая условная вероятность.

Определение. Условной вероятностью (обозначение $P_A(B)$ или $P(B|A)$) называют вероятность события B , вычисленную в предположении, что событие A уже наступило.

Теорема. Вероятность произведения (совместного появления) двух зависимых событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность второго, вычисленную при условии, что первое событие произошло, то есть

$$P(AB) = P(A)P_A(B) = P(B)P_B(A).$$

Теорему умножения легко распространить на любое конечное число событий. Например, для трех событий формула имеет вид

$$P(ABC) = P(A)P_A(B)P_{AB}(C).$$

Пример 21. В урне 6 шаров – 2 белых и 4 черных. Без возвращения выбираем два шара. Найти вероятность того, что оба шара белые.

Решение. Пусть событие B_1 состоит в том, что первый шар белый, а событие B_2 – второй шар белый. Из условия

задачи имеем вероятность $P(B_1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

. После того, как мы вынули один шар и знаем, что он белый, мы имеем 5 шаров и среди них 1 белый. Тогда получаем

$P_{B_1}(B_2) = \frac{1}{5}$. По теореме умножения зависимых событий находим

$$P(B_1B_2) = P(B_1)P_{B_1}(B_2) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15}.$$

Ответ: $\frac{1}{15}$.

Рассмотрим обратную задачу.

Пример 22. В рекламной фирме 21% работников получают высокую заработную плату. Известно также, что 40% работников фирмы – женщины, а 6,4% работников – женщины, получающие высо-

кую заработную плату. Можно ли утверждать, что на фирме существует дискриминация женщин в оплате труда?

Решение. Переформулируем задачу: какова вероятность того, что случайно выбранный работник будет женщиной, имеющей высокую заработную плату?

Определим событие A – «случайно выбранный работник – женщина», событие B – «случайно выбранный работник имеет высокую заработную плату».

$$\text{Имеем } P_A(B) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,064}{0,40} = 0,16.$$

Так как 0,16 меньше, чем 0,21, то можно заключить, что женщины, работающие в этой рекламной фирме, имеют меньше шансов получить высокую заработную плату по сравнению с мужчинами.

Т(2.11)1.1. В классе 7 мальчиков и 14 девочек. 1 сентября случайным образом определяют двух дежурных на 2 сентября, которые должны приготовить класс к занятиям. Найдите вероятность того, что будут дежурить два мальчика.

Т(2.11)1.2. Слово "МАТЕМАТИКА" разделено на отдельные буквы, из них произвольным образом отбираются и выкладываются по порядку четыре буквы. Какова вероятность получения слова "МАМА"?

Т(2.11)1.3. Пять учеников вытягивают на экзамене пять билетов, один из которых очень лёгкий. Какова вероятность для того, кто идёт третьим, вытащить легкий билет?

Т(2.11)1.4. Четыре брата определяют дежурного по квартире при помощи четырех спичек, одна из которых короче остальных. В равных ли условиях находятся братья?

2.12. Сложение и умножение вероятностей

Рассмотрим задачи, в которых используют обе теоремы: сложения вероятностей и умножения вероятностей.

Пример 23. С первого станка на сборку поступает 40%, со второго – 30% и с

третьего – 30% всех деталей. Вероятности изготовления бракованной детали равны для каждого станка соответственно 0,01, 0,03 и 0,05. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь, поступившая на сборку, бракованная.

Решение. Обозначим через A_1, A_2 и A_3 события, состоящие в том, что деталь изготовлена соответственно на первом станке, втором станке и третьем станке. Пусть события B_1, B_2 и B_3 означают, что деталь, изготовленная соответственно на первом станке, втором станке и третьем станке, бракованная. Из условия задачи следует, что вероятности $P(A_1) = 0,4$, $P(A_2) = 0,3$, $P(A_3) = 0,3$, $P_{A_1}(B_1) = 0,01$, $P_{A_2}(B_2) = 0,03$, $P_{A_3}(B_3) = 0,05$. Событие B «наудачу взятая деталь, поступившая на сборку, бракованная» является суммой трех несовместных событий $B = A_1B_1 + A_2B_2 + A_3B_3$. По формуле сложения вероятностей несовместных событий, а затем по формуле умножения вероятностей зависимых событий имеем:

$$P(B) = P(A_1B_1) + P(A_2B_2) + P(A_3B_3) =$$

$$= P(A_1)P_{A_1}(B_1) + P(A_2)P_{A_2}(B_2) + P(A_3)P_{A_3}(B_3) =$$

$$= 0,4 \cdot 0,01 + 0,3 \cdot 0,03 + 0,3 \cdot 0,05 = 0,028.$$

Ответ: 0,028.

Замечание. Рассуждения, проведенные в примере 23, можно использовать и в общей ситуации, которые реализованы через формулу полной вероятности (см.[9], с.365).

Б(2.12)1.1.(прототип 320188) Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

Б(2.12)1.2.(321163) Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 8 очков в

двух играх. Если команда выигрывает, она получает 5 очков, в случае ничьей — 3 очка, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,2.

Б(2.12)1.3.(321199) Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 7 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 6 очков, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.

Б(2.12)2.1.(прототип 320174) В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Б(2.12)2.2.(320573) В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,12 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Б(2.12)2.3.(320581) В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,09 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Б(2.12)3.1.(прототип 320183) Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.

Б(2.12)3.2.(321025) Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд

начнёт игру с мячом. Команда «Труд» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Труд» проиграет жребий ровно два раза.

Б(2.12)3.3.(321039) Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Биолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Биолог» проиграет жребий ровно один раз.

Б(2.12)4.1.(прототип 320199) Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание.

Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,8, по иностранному языку — 0,7 и по обществознанию — 0,5.

Найдите вероятность того, что З. сможет поступить **хотя бы на одну из двух** упомянутых специальностей.

Б(2.12)4.2.(321893) Чтобы поступить в институт на специальность «Переводчик», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 79 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Таможенное дело», нужно набрать не менее 79 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание.

Вероятность того, что абитуриент Б. получит не менее 79 баллов по математике, равна 0,9, по русскому языку — 0,7, по иностранному языку — 0,8 и по обществознанию — 0,9.

Найдите вероятность того, что Б. сможет поступить **на одну из двух** упомянутых специальностей.

Б(2.12)4.3.(321975) Чтобы поступить в институт на специальность «Международные отношения», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 63 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 63 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание.

Вероятность того, что абитуриент А. получит не менее 63 баллов по математике, равна 0,5, по русскому языку — 0,8, по иностранному языку — 0,6 и по обществознанию — 0,9.

Найдите вероятность того, что А. сможет поступить **на одну из двух** упомянутых специальностей.

Б(2.12)5.1.(прототип 319353) Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45 % этих стекол, вторая — 55 %. Первая фабрика выпускает 3 % бракованных стекол, а вторая — 1 %. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Б(2.12)5.2.(319357) Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 25 % этих стекол, вторая — 75 %. Первая фабрика выпускает 4 % бракованных стекол, а вторая — 2 %. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Б(2.12)5.3.(319359) Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 70 % этих стекол, вторая — 30 %. Первая фабрика выпускает 1 % бракованных стекол, а вторая — 3 %. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Б(2.12)6.1.(прототип 320180) Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из

не пристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

Б(2.12)6.2.(320957) Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,8, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из не пристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 2 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

Б(2.12)6.3.(320997) Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,7, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из не пристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,1. На столе лежит 10 револьверов, из них только 5 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

Б(2.12)7.1.(прототип 320207) Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется *положительным*. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

Б(2.12)8.1.(прототип 320211) Автоматическая линия изготавливает батарейки.

Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная из упаковки батарейка будет забракована.

Б(2.12)8.2.(322533) Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,95. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,04. Найдите вероятность того, что случайно выбранная из упаковки батарейка будет забракована.

Б(2.12)8.3.(322631) Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,04. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,02. Найдите вероятность того, что случайно выбранная из упаковки батарейка будет забракована.

Б(2.12)9.1.(прототип 320177) Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 35% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Б(2.12)9.2.(320741) Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 60% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 70% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 65% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо,

купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Б(2.12)9.3.(320839) Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 85% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 10% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 55% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Б(2.12)10.1.(прототип 320206) В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода.

Б(2.12)10.2.(322301) В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,7 погода завтра будет такой же, как и сегодня. 6 сентября погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 9 сентября в Волшебной стране будет отличная погода.

Б(2.12)10.3.(322389) В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,9 погода завтра будет такой же, как и сегодня. 14 июня погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 17 июня в Волшебной стране будет отличная погода.

Т(2.12)1.1. Стрелок стреляет по мишени один раз. В случае промаха стрелок делает второй выстрел по той же мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена (либо первым, либо вторым выстрелом).

Т(2.12)1.2. Стрелок стреляет по мишени один раз. В случае промаха стрелок делает второй выстрел по той же мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найти вероятность того, что мишень будет поражена (одним из выстрелов).

Т(2.12)2.1. В некоторой местности утро в мае бывает либо ясным, либо облачным. Наблюдения показали:

Если майское утро ясное, то вероятность дождя в этот день 0,2.

Если майское утро облачное, то вероятность дождя в течение дня равна 0,6.

Вероятность того, что утро в мае будет облачным, равна 0,4.

Найдите вероятность того, что в случайно взятый майский день дождя не будет.

Т(2.12)2.2. В некоторой местности утро в июле может быть либо ясным, либо пасмурным. Наблюдения показали:

Если июльское утро ясное, то вероятность дождя в этот день 0,1.

Если июльское утро пасмурное, то вероятность дождя в течение дня равна 0,5.

Вероятность того, что утро в июле будет пасмурным, равна 0,2.

Найдите вероятность того, что в случайно взятый июльский день дождя не будет.

Т(2.12)2.3. В некоторой местности наблюдения показали:

1. Если июньское утро ясное, то вероятность дождя в этот день 0,1.

2. Если июньское утро пасмурное, то вероятность дождя в течение дня равна 0,4.

3. Вероятность того, что утро в июне будет пасмурным, равна 0,3.

Найдите вероятность того, что в случайно взятый июньский день дождя не будет.

2.13. Повторение испытаний. Формула Бернулли

В одном опыте нас интересует один вопрос, произойдет или не произойдет некоторое событие. В серии опытов (испытаний) важен вопрос, *сколько раз* произойдет или не произойдет данное событие.

Например, игральный кубик бросили 10 раз подряд. Какова вероятность того, что «пятерка» выпадет ровно три раза?

Математик Я. Бернулли объединил такие примеры в единую вероятностную задачу (схему).

Рассматривают независимые повторения одного и того же испытания с двумя возможными исходами, которые условно называют «успех» и «неудача». Какова вероятность $P_n(k)$ того, что при n таких повторениях произойдет ровно k «успехов»?

Эту вероятность можно найти по формуле Бернулли

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k},$$

где вероятность появления события A в одном опыте равна p , а его не появления равна $q = 1 - p$.

Пример 24. В части A Единого государственного экзамена по математике в 2005 году было 10 заданий с выбором ответа. К каждому из них предлагается 4 варианта ответа, из которых только один верный. Если ученик не знает предмет и отвечает наугад, то с вероятностью $\frac{1}{4}$ он выберет правильный ответ, а с вероятностью $\frac{3}{4}$ – ошибется. Для получения положительной оценки за экзамен необходимо правильно ответить минимум на 6 заданий. Какова вероятность того, что нерадивый ученик сдаст экзамен?

Решение. Из условия задачи имеем $n = 10$, $k = 6$, $p = \frac{1}{4}$, $q = \frac{3}{4}$. Тогда получаем по формуле Бернулли

$$P_{10}(6) = C_{10}^6 \left(\frac{1}{4}\right)^6 \left(\frac{3}{4}\right)^4 \approx 0,016.$$

Ответ: 0,016.

Т(2.13)1.1. Какова вероятность того, что при 10 бросаниях игрального кубика «пятерка» выпадет ровно три раза?

Т(2.13)1.2. Найдите вероятность того, что при 9 бросаниях симметричной монеты «орел» выпадет ровно четыре раза.

Т(2.13)1.3. За один выстрел стрелок поражает мишень с вероятностью 0,1. Найдите вероятность того, что при пяти выстрелах он хотя бы раз попадет в мишень.

3. Дополнительные задачи

1. В колоде 32 карты. Раздаются 3 карты. Сколько может быть случаев появления одного туза среди розданных карт?

2. Сколькими способами можно разбить на две команды группу из 7 мальчиков и 8 девочек так, чтобы в одной из команд было ровно 4 мальчика и 3 девочки?

3. Сколько можно составить пятизначных чисел из цифр 1, 2, 3, 4, 5, в которых цифры 4 и 5 стоят рядом (цифры не повторяются)?

4. Сколькими способами можно разместить пять пассажиров в три вагона?

5. Сколько можно составить пятизначных чисел так, чтобы любые две соседние цифры числа были различны?

6. Сколько существует делителей числа 210?

7. Из двух математиков и десяти экономистов надо составить комиссию в составе восьми человек. Сколькими способами может быть составлена комиссия, если в нее должен входить хотя бы один математик?

8. Билеты имеют номера от 000001 до 999999. Билет считается «счастливым», если первые три его цифры нечетны и различны, а вторые – четны, причем цифры 7 и 8 не стоят рядом. Сколько существует различных номеров «счастливых» билетов?

9. При стрельбе была получена частота попадания 0,6. Сколько было сделано выстрелов, если получено 12 промахов?

10. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.

11. В случайном эксперименте симметричную монету бросают пять раз. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 2 раза.

12. Игральную кость подбросили три раза. Найдите вероятность того, что при этом «четверка» выпадет по крайней мере два раза.

13. Игральная кость бросается дважды. Определите вероятность того, что по крайней мере один раз появится 6 очков.

14. Вероятность того, что завтра цены на потребительские товары вырастут, равна 0,3; вероятность того, что завтра поднимется цена на серебро, равна 0,2, а вероятность одновременного роста цен на потребительские товары и серебро составляет 0,06. Являются ли цены на потребительские товары и серебро независимыми друг от друга? Поясните ответ.

15. В данной местности среднее число дождливых дней в августе равно 10. Найдите вероятность того, что в первые два дня августа не будет дождя.

16. В урне содержится 10 шаров, из которых 4 – белых, 6 – черных. Наудачу извлечены 4 шара. Найдите вероятность того, что хотя бы один из шаров – белый.

17. В первой урне 2 белых и 6 черных шаров, во второй – 4 белых и 2 черных. Из первой урны наудачу переложили 2 шара во вторую, после чего из второй урны наудачу достали один шар. Какова вероятность того, что этот шар белый?

18. В урне 10 белых, 8 черных и 12 красных шаров. Наудачу вынимается 2 шара. Какова вероятность того, что вынутые шары разного цвета (белого и черного)?

19. В урне 10 белых, 8 черных и 12 красных шаров. Наудачу вынимается 2 шара. Какова вероятность того, что вынутые шары разного цвета, если известно, что не вынут красный шар?

20. Остап Бендер играет 8 шахматных партий против членов шахматного клуба. Остап играет плохо, поэтому вероятность выигрыша им каждой партии равна 0,01. Найдите вероятность того, что Остап выиграет хотя бы одну партию.

21. Вероятность того, что телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,1. Найдите вероятность того, что из четырех телевизоров три телевизора потребуют ремонта во время гарантийного срока.

22. Из гаража в случайном порядке последовательно выходят три автобуса маршрута *A* и четыре автобуса маршрута *B*. Найдите вероятность того, что вторым на линию выйдет автобус маршрута *B*, если первым вышел:

- а) автобус маршрута *A*;
- б) автобус маршрута *B*.

23. В розыгрыше первенства по баскетболу участвуют 18 команд, из которых случайным образом формируются две группы по 9 команд в каждой. Среди участников соревнований 5 команд экстра-класса. Найдите вероятность того, что в одну из групп попадут две команды экстра-класса, а в другую – три.

24. Предполагая, что для шахматиста *A* в каждой партии равновероятны три исхода: выигрыш, ничья и проигрыш, найдите вероятность того, что из четырех партий шахматист *A*:

- а) не проиграет ни одной партии;
- б) проиграет хотя бы две партии.

25. Среди 20 одинаковых по внешнему виду тетрадей 16 в клетку. Наудачу взяли 4 тетради. Найдите вероятность того, что из них:

- а) две тетради в клетку;
- б) хотя бы одна тетрадь в клетку.

26. Три стрелка стреляют в цель независимо друг от друга. Первый стрелок попадает в цель с вероятностью 0,6, второй – с вероятностью 0,7, а третий – с вероятностью 0,75. Найдите вероятность хотя бы одного попадания в цель, если каждый стрелок делает по одному выстрелу.

27. Ребенок играет с буквами разрезной азбуки. У него по три буквы О и К, по две буквы Л и Б. Какова вероятность того, что при случайном расположении семи карточек в ряд получится слово «КОЛОБОК»?

28. При разрыве бронебойного снаряда 20% от общего числа составляют крупные осколки, 30% – средние и 50% – мелкие. Крупный осколок пробивает броню танка с вероятностью 0,8, средний – с вероятностью 0,5, а мелкий осколок – с вероятностью 0,2. Найдите вероятность того, что в броне танка образовалась пробоина.

29. Из колоды карт (36 карт) наудачу вынимают 4 карты. Найдите вероятность того, что среди них окажется точно один туз.

30. Студент пришел на экзамен, зная лишь 24 из 32 вопросов программы. Экзаменатор задал студенту 3 вопроса. Найдите вероятность того, что студент ответит на все вопросы.

31. В классе 12 юношей и 13 девушек. Их фамилии записаны в классном журнале по алфавиту. Какова вероятность того, что в пятой строчке этого журнала записана фамилия девушки?

32. Два игрока по очереди выбирают вслепую фишку из имеющихся 2 белых и 3 черных. Побеждает тот, кто первым вытянет белую фишку. В каком отношении находятся шансы игроков на успех?

33. Найдите вероятность того, что дни рождения 12 человек придутся на разные месяцы года.

34. На школьном концерте 25 первоклассников посадили на первый ряд с 1 по 25 места. Найдите вероятность того, что три подруги Наташа, Маша и Валя будут сидеть через одного человека.

35. На окружности с центром O выбрана точка A . Случайным образом бросают точку X на эту окружность. Найдите вероятность того, что угол AOX больше 120° .

36. Случайным образом выбирают одно из решений неравенства $\sqrt{8-2^x} \cdot \log_2 \frac{4-x}{x+2} \geq 0$. Найдите вероятность того, что выбранное решение отрицательное.

37. Случайным образом выбирают одно из решений неравенства $\log_{2x+3} x^2 < 1$. Найдите вероятность того, что выбранное решение положительное.

38. В лотерее 2000 билетов; из них на 4 билета падают выигрыши по 250 рублей, на 10 билетов – по 100 рублей, на 20 билетов – по 50 рублей, на 50 билетов – по 10 рублей. Остальные билеты без выигрыша. Какова вероятность выиграть не менее 50 рублей, если куплен один билет?

39. На сахарном заводе один из цехов производит рафинад. Контроль качества обнаружил, что один их каждых ста кусочков сахара разбит. Если Вы случайным образом извлекаете два кусочка сахара, чему равна вероятность того, что по крайней мере один из них будет разбит?

40. При страховании жизни для расчетов употребляются таблицы, которые дают среднее распределение по годам смертных случаев некоторой совокупности лиц одинакового возраста:

Возраст	10	20	30	40
Число	1000	961	897	823

50	60	70	80	90
728	538	380	140	13

(из 1000 детей, достигших 10-летнего возраста, до 90 лет доживают 13).

Пусть в данный момент в некоторой семье мужу 30 лет, а жене – 20. Найдите вероятность того, что: а) оба будут живы через 50 лет; б) хотя бы один из них будет жив через 50 лет.

41. Химику, специалисту по взрывчатым веществам, довольно часто приходилось летать в командировки. Однажды он захватил с собой книгу «Теория вероятностей? – Это интересно!». Дочитав ее до страницы 18, он решил возвращаться домой поездом. В самом деле, на каждые 10000 рейсов приходится один такой, что кто-то везет с собою бомбу. Вероятность 0,0001 не показалась ему пренебрежимо малой.

По дороге обратно в поезде он дочитал ту же книгу до 30 страницы. Его позиция изменилась, он снова стал летать, объяснять это так: «Вероятность того, что в салон пронесут сразу две бомбы, равна $0,0001 \cdot 0,0001 = 0,00000001$. Это число уж совсем пренебрежимо мало. Поэтому я изготовил бомбу и вожу ее всегда с собой в портфеле». В чем ошибочность рассуждений химика?

42. За круглый стол случайным образом садятся 12 человек, среди которых два приятеля – Вася и Игорь. Какова вероятность того, что Вася и Игорь окажутся рядом?

43. На 6-местную скамейку случайным образом садятся 6 человек, среди которых два приятеля – Вася и Игорь. Какова вероятность того, что Вася и Игорь окажутся вместе?

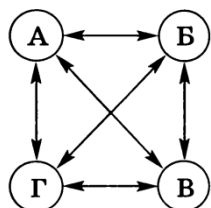
44. Найдите значение параметра a , если известно, что вероятность указанного события равна 0,5: точка фигуры, ограниченной осью ординат, прямой $y = 2$ и графиком функции $y = |x - 1|$, лежит правее прямой $x = a$.

45. Найдите значение параметра a , если известно, что вероятность указанного события равна 0,5: точка фигуры, ограниченной графиком функции $y = \frac{1}{x^2}$, осью абсцисс и прямыми $x = 1$, $x = 2$, лежит ниже прямой $y = a$.

Решение задач-прототипов

1.1. Непосредственные подсчеты

Т(1.1)1.1. Решение. Процесс обмена фотографиями показан с помощью стрелок на ребрах полного графа с вершинами А, Б, В и Г. Количество подаренных фотографий равно количеству стрелок, то есть 12.



Ответ: 12.

1.2. Правило умножения

Т(1.2)1.1. Решение. Закуску выбираем 5 способами, первое блюдо – 3 способами, второе блюдо – 4 способами, десерт – 3 способами. Всего $5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 = 180$ способов заказать обед.

Ответ: 180.

1.3. Правило сложения

Т(1.3)1.1. Решение. Из города А в город D через город В ведет $5 \cdot 3 = 15$ дорог (по правилу умножения), из города А в город D через город С ведет $4 \cdot 6 = 24$ дороги. Общее количество маршрутов между городами А и D по правилу сложения равно $15 + 24 = 39$.

Ответ: 39.

1.4. Перестановки

Т(1.4)1.1. Решение. Число способов разместить на полке 4 книги равно числу перестановок из четырех элементов: $4! = 24$.

Ответ: 24.

1.5. Размещения

Т(1.5)1.1. Решение. Из десяти цифр можно образовать $A_{10}^7 = 604800$ семизначных телефонных номеров, в каждом из которых ни одна цифра не повторяется?
Ответ: 604800.

1.6. Сочетания

Т(1.6)1.1. Число календарных игр равно $C_{16}^2 = 120$.

Ответ: 120.

2. Элементы теории вероятностей

2.1. Случайные опыты и события

Т(2.1)1.1. Случайный опыт – ученик пишет изложение. Случайное событие – ученик не сделал ни одной ошибки в изложении.

2.2. Элементарные события

Б(2.2)1.1. Решение. Всего благоприятствующих элементарных исходов 4:

« A_1 – сумма очков равна $1+4=5$ »;

« A_2 – сумма очков равна $2+3=5$ »;

« A_3 – сумма очков равна $3+2=5$ »;

« A_4 – сумма очков равна $4+1=5$ ».

Ответ: 4.

2.3. Частота события

Б(2.3)1.1. Решение. Из 5000 появившихся на свет младенцев $5000 - 2512 = 2488$ девочек. Частота рождения девочек равна $\frac{2488}{5000} = 0,4976 \approx 0,498$.

Ответ: 0,498.

2.4. Формула классической вероятности

Б(2.4)1.1. Решение. Частота события «гарантийный ремонт» равна $\frac{51}{1000} = 0,051$.

Разность между частотой события и его вероятностью составляет

$$0,051 - 0,045 = 0,006.$$

Ответ: 0,006.

Б(2.4)2.1. Решение. Общее число случаев (всего билетов) $n = 55$. Число благоприятных случаев (количество билетов, в которых встречается вопрос по ботанике) $m = 11$. Согласно определению вероятности $P = \frac{11}{55} = \frac{1}{5} = 0,2$.

Ответ: 0,2.

Б(2.4)3.1. Решение. Общее число случаев (всего билетов) $n = 25$. Число благоприятных случаев (количество билетов, в которых не встречается вопрос по неравенствам) $m = 25 - 10 = 15$. Согласно определению вероятности $P = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0,6$.

Ответ: 0,6.

Б(2.4)4.1. Решение. Обозначим через A событие «потерялась конфета «Грильяж»». Тогда количество благоприятствующих исходов $m = 1$, а общее число равновероятных исходов $n = 4$ («Грильяж», «Белочка», «Коровка» и «Ласточка»). Вероятность $P(A) = \frac{1}{4} = 0,25$.

Ответ: 0,25.

Б(2.4)5.1. Решение. Обозначим через A событие «начинает игру Петя». Тогда количество благоприятствующих исходов $m = 1$, а общее число равновероятных исходов $n = 4$ (начинает игру Петя, начинает игру Вася, начинает игру Коля, начинает игру Лёша). Вероятность $P(A) = \frac{1}{4} = 0,25$.

Ответ: 0,25.

Б(2.4)6.1. Решение. Общее число случаев (первой может выступать любая из двадцати спортсменок) $n = 20$. Число благоприятных случаев (спортсменок из Китая) $m = 5$. Согласно определению вероятности $P = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 0,25$.

Ответ: 0,25.

Б(2.4)7.1. Решение. Общее число случаев (последним может выступать любой из двадцати пяти спортсменов) $n = 25$. Чис-

ло благоприятных случаев (спортсменов из Швеции) $m = 9$. Согласно определению вероятности $P = \frac{9}{25} = 0,36$.

Ответ: 0,36.

Б(2.4)8.1. Решение. Общее число случаев (число всех докладов) $n = 10$. Число благоприятных случаев (число докладов ученых из России) $m = 3$. Согласно определению вероятности $P = \frac{3}{10} = 0,3$.

Ответ: 0,3.

Б(2.4)9.1. Решение. Общее число случаев (число всех спортсменов) $n = 25$. Число благоприятных случаев (число прыгунов из Парагвая) $m = 9$. Согласно определению вероятности $P = \frac{9}{25} = 0,36$.

Ответ: 0,36.

Б(2.4)10.1. Решение. Общее число случаев (число участников, исключая самого Руслана Орлова) $n = 26 - 1 = 25$. Число благоприятных случаев (число участников из России, исключая самого Руслана Орлова) $m = 10 - 1 = 9$. Согласно определению вероятности $P = \frac{9}{25} = 0,36$.

Ответ: 0,36.

Б(2.4)11.1. Решение. Общее число случаев (число садовых насосов) $n = 1000$. Число благоприятных случаев (число исправных насосов) $m = 1000 - 5 = 995$. Согласно определению вероятности $P = \frac{995}{1000} = 0,995$.

Ответ: 0,995.

Б(2.4)12.1. Решение. Общее число случаев (число сумок) $n = 100 + 8 = 108$. Число благоприятных случаев (число качественных сумок) $m = 100$. Согласно определению вероятности

$$P = \frac{100}{108} = 0,925925925... = 0,(925).$$

Округление до сотых дает ответ 0,93.

Ответ: 0,93.

Б(2.4)13.1. Решение. Обозначим через A событие «группа из Дании будет выступать после группы из Швеции и после группы из Норвегии». Тогда количество благоприятствующих исходов $m = 2$

(ШНД, НШД), а общее число равновозможных исходов $n = 6$ (ШНД, НШД, ШДН, НДШ, ДНШ, ДШН). Вероятность

$$P(A) = \frac{2}{6} = 0,33.$$

Ответ: 0,33.

Б(2.4)14.1. Решение. Обозначим через A событие «случайно нажатая цифра будет чётной». Тогда количество благоприятствующих исходов $m = 5$ (0, 2, 4, 6, 8), а общее число равновозможных исходов $n = 10$ (всего 10 цифр). Вероятность

$$P(A) = \frac{5}{10} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

Б(2.4)15.1. Решение. Обозначим через A событие «случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на три». Тогда количество благоприятствующих исходов $m = 3$ (12, 15, 18), а общее число равновозможных исходов $n = 10$ (10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19). Вероятность

$$P(A) = \frac{3}{10} = 0,3.$$

Ответ: 0,3.

Б(2.4)16.1. Решение. Обозначим через A событие «пассажиру В. достанется удобное место». Тогда количество благоприятствующих исходов $m = 12 + 18 = 30$, а общее число равновозможных исходов

$$n = 300. \text{ Вероятность } P(A) = \frac{30}{300} = 0,1.$$

Ответ: 0,1.

Б(2.4)17.1. Решение. Обозначим через A событие «случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории». Тогда количество благоприятствующих исходов $m = 250 - 120 \cdot 2 = 10$ (10 человек писали в запасной аудитории), а общее число равновозможных исходов $n = 250$ (250 участников). Вероятность равна

$$P(A) = \frac{10}{250} = \frac{1}{25} = 0,04.$$

Ответ: 0,04.

Б(2.4)18.1. Решение. Обозначим через A событие «на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями». Тогда количество благоприятствующих исходов $m = 50 - 27 = 23$ (жёлтые машины с чёрными надписями), а

общее число равновозможных исходов $n = 50$ (50 автомобилей). Вероятность

$$P(A) = \frac{23}{50} = 0,46.$$

Ответ: 0,46.

Б(2.4)19.1. Решение. Обозначим через A событие «турист П. полетит первым рейсом вертолёт». Тогда количество благоприятствующих исходов $m = 1$ (один первый рейс), а общее число равновозможных исходов $n = 30 : 6 = 5$ (5 рейсов). Ве-

$$\text{роятность } P(A) = \frac{1}{5} = 0,2.$$

Ответ: 0,2.

Б(2.4)20.1. Решение. Обозначим через A событие «команда России во второй группе». Тогда количество благоприятствующих исходов $m = 4$ (четыре карточки с номером 2), а общее число равновозможных исходов $n = 16$ (16 карточек).

$$\text{Вероятность } P(A) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Ответ: 0,25.

Б(2.4)21.1. Решение. Общее число случаев (число всех докладов) $n = 75$. Число благоприятных случаев (число докладов в последний день конференции)

$$m = \frac{75 - 17 \cdot 3}{2} = 12. \text{ Согласно определению вероятности } P = \frac{12}{75} = \frac{4}{25} = 0,16.$$

$$\text{Вероятности } P = \frac{12}{75} = \frac{4}{25} = 0,16.$$

Ответ: 0,16.

Б(2.4)22.1. Решение. Общее число случаев (число всех выступлений) $n = 80$. Число благоприятных случаев (число выступлений в третий день конкурса)

$$m = \frac{80 - 8}{4} = 18. \text{ Согласно определению}$$

$$\text{вероятности } P = \frac{18}{80} = 0,225.$$

Ответ: 0,225.

Б(2.4)23.1. Решение. Обозначим через A событие «наступит исход ОР». Тогда количество благоприятствующих исходов $m = 1$, а общее число равновозможных исходов $n = 4$ (ОО, ОР, РО, РР). Вероят-

$$\text{ность } P(A) = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Ответ: 0,25.

Б(2.4)24.1. Решение. Общее число случаев (ОО, ОР, РО, РР) $n = 4$. Число благоприятных случаев (орел выпадет ровно один раз – ОР или РО) $m = 2$. Согласно определению вероятности

$$P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

Б(2.4)25.1. Решение. Общее число случаев (количество всех возможных комбинаций из двух целых чисел, каждое из которых принимает значение от 1 до 6 включительно) $n = 6 \cdot 6 = 36$. Число благоприятных случаев (количество комбинаций из двух целых чисел, принимающих значение от 1 до 6 включительно и дающих в сумме 8, т.е. следующих комбинаций: (2,6);(6,2);(3,5);(5,3);(4,4)) $m = 5$. Согласно определению вероятности

$P = \frac{5}{36} = 0,13888... = 0,13(8)$. Округление до сотых дает ответ 0,14.

Ответ: 0,14.

Б(2.4)26.1. Решение. Пусть произведено x тарелок. Тогда $0,1x$ тарелок с браком, а $0,9x$ тарелок без брака. Так как при проверке качества выявляется 80% дефектных тарелок, то из бракованных тарелок $(1 - 0,8) \cdot 0,1x = 0,02x$ тарелок пойдут на продажу. Всего на продажу поступят $0,9x + 0,02x = 0,92x$.

Обозначим через A событие «при покупке тарелка не имеет дефектов». Тогда количество благоприятствующих исходов $m = 0,9x$ (количество тарелок без дефекта, поступивших в продажу), а общее число равновероятных исходов $n = 0,92x$ (всего тарелок, поступивших в продажу). Вероятность

$$P(A) = \frac{0,9x}{0,92x} = \frac{45}{46} \approx 0,98.$$

Замечание. При решении данной задачи можно работать с числами, не вводя неизвестную (например, пусть произведено 100 тарелок и т.д.).

Ответ: 0,98.

Б(2.4)27.1. Решение. В каждой группе 13 человек. Будем считать, что Андрей уже занял место в одной группе. Обозначим через A событие «Сергей оказался в той

же группе». Для Сергея останется $n = 25$ свободных мест, из них в данной группе $m = 12$ мест. Вычисляем вероятность

$$P(A) = \frac{12}{25} = 0,48.$$

Ответ: 0,48.

Т(2.4)7.1. Решение. Согласно условию задачи, в среднем только в одной из 25 банок кофе есть приз. Тогда общее число случаев (количество банок кофе) $n = 25$. Число благоприятных случаев (количество банок, в которых нет приза) $m = 25 - 1 = 24$. Согласно определению вероятности $P = \frac{24}{25} = 0,96$

Ответ: 0,96.

Т(2.4)8.1. Решение. Обозначим ситуацию, когда в матче первая владеет мячом команда «Белые» за «1», обратную ситуацию за «0». Всего будет сыграно 3 матча. Общее число случаев (комбинации 000,001,010,011,100,101,110,111) $n = 8$. Число благоприятных случаев (комбинации 001,010,100) $m = 3$. Согласно определению вероятности $P = \frac{3}{8} = 0,375$.

Ответ: 0,375.

Т(2.4)9.1. Валя выбирает случайное трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 51.

Решение. Общее число случаев (количество всех трехзначных чисел) $n = 999 - 100 + 1 = 900$. Первое трехзначное число, которое делится на 51, равно $102 = 51 \cdot 2$. Последнее трехзначное число, которое делится на 51, равно $969 = 51 \cdot 19$. Тогда число благоприятных случаев $m = 19 - 2 + 1 = 18$. Согласно определению вероятности $P = \frac{18}{900} = 0,02$.

Ответ: 0,02.

Т(2.4)10.1. Решение. Общее число случаев $n = 5$ ((1,5);(5,1);(2,4);(4,2);(3,3)). Число благоприятных случаев (комбинации (1,5) и (5,1)) $m = 2$. Согласно определению вероятности $P = \frac{2}{5} = 0,4$

Ответ: 0,4.

Т(2.4)10.4. Решение. Общее число случаев $n = 6 \cdot 6 = 36$. Число благоприятных

случаев $m = 3 \cdot 3 = 9$. Согласно определению вероятности $P = \frac{9}{36} = 0,25$

Ответ: 0,25.

Т(2.4)10.5. Решение. Общее число случаев (комбинации (1,5); (5,1); (4,2); (2,4); (3,3)) $n = 5$. Число благоприятных случаев (комбинации (1,5); (2,4)) $m = 2$. Согласно определению вероятности $P = \frac{2}{5} = 0,4$.

Ответ: 0,4.

Т(2.4)11.1. Решение. Общее число случаев ((3,1); (3,2); (3,3); (3,4); (3,5); (3,6)) $n = 6$. Число благоприятных случаев (комбинации (3,4); (3,5); (3,6)) $m = 3$. Согласно определению вероятности $P = \frac{3}{6} = 0,5$

Ответ: 0,5.

Т(2.4)12.1. Решение. Пусть в двух карманах у Пети лежат по 3 монеты. Предположим, что в одном из карманов лежит одна двухрублевая монета. Найдем вероятность попадания второй двухрублевой монеты в этот же («нужный») карман. Общее число случаев (число «вакантных мест» для монеты) $n = 5$ (два в «нужном» кармане и три в другом кармане). Число благоприятных случаев (число «вакантных мест» в «нужном» кармане) $m = 2$. Согласно определению вероятности $P = \frac{2}{5} = 0,4$.

Ответ: 0,4.

2.5. Комбинаторные методы решения вероятностных задач

Т(2.5)1.1. Решение. Вероятность того, что в другом кармане оказалась одна пятирублевая монета, равна

$$P(5,10,10) + P(10,5,10) + P(10,10,5) = \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

Ответ: 0,6.

Б(2.5)1.1. Решение. Обозначим через A событие «турист А. пойдёт в магазин». Тогда количество благоприятствующих исходов $m = C_4^1 = \frac{4!}{1!3!} = 4$ (турист А мо-

жет быть в паре с одним из остальных туристов), а общее число равновероятных исходов $n = C_5^2 = \frac{5!}{2!3!} = 10$ (количество групп из 2 человек).

Вероятность $P(A) = \frac{4}{10} = 0,4$.

Ответ: 0,4.

Б(2.5)2.1. Решение. Обозначим через A событие «Андрей и Сергей окажутся в одной группе». Событию A благоприятствует столько исходов, сколькими способами 2 человека могут образовывать группу (13 человек) с остальными 11 одноклассниками. Первая и вторая группы могут быть образованы $C_{24}^{11} = \frac{24!}{11!13!}$ способами. Тогда количество благоприятствующих исходов $m = 2 \cdot C_{24}^{11} = \frac{2 \cdot 24!}{11!13!}$, а общее число равновероятных исходов $n = C_{26}^{13} = \frac{26!}{13!13!}$ (количество групп по 13 человек). Вероятность

$$P(A) = \frac{2 \cdot 24!}{11!13!} \cdot \frac{13!13!}{26!} = \frac{12}{25} = 0,48.$$

Ответ: 0,48.

2.6. Геометрическая вероятность

Т(2.6)1.1. Решение. Площадь круга равна πR^2 , а площадь вписанного квадрата – $(R\sqrt{2})^2 = 2R^2$. Искомая вероятность равна $\frac{2R^2}{\pi R^2} = \frac{2}{\pi} \approx 0,637$.

Ответ: $\frac{2}{\pi} \approx 0,637$.

Б(2.6)1.1. Решение. Обозначим через A событие «часовая стрелка застыла, достигнув отметки 10, но не дойдя до отметки 1 час». Исходами являются положения часовой стрелки над кругом с циферблатом. Сектор, в который часовая стрелка попадает, имеет центральный угол в 90° . Полный угол равен 360° . Вероятность $P(A) = \frac{90}{360} = \frac{1}{4} = 0,25$.

Ответ: 0,25.

2.7. Операции над событиями

Т(2.7)1.1. Решение. Обозначим через P событие «выпадает решка», через O событие «выпадает орел». Тогда событие «хотя бы один раз выпала решка» можно записать следующим образом: $PP + PO + OP$. Событие «оба раза выпала одна и та же сторона монеты» можно записать следующим образом: $PP + OO$.

2.8. Несовместные события. Формула сложения вероятностей

Б(2.8)1.1. Решение. Обозначим через A событие «достался вопрос на тему «Вписанная окружность», через B событие «достался вопрос на тему «Параллелограмм». События A и B несовместны, так как по условию в списке нет вопросов, относящихся к этим темам одновременно. Событие C «достался вопрос по одной из этих двух тем» является их суммой $C = A + B$. Из условия задачи следует, что вероятности $P(A) = 0,2$ и $P(B) = 0,15$. По формуле сложения вероятностей несовместных событий имеем:

$$P(C) = P(A) + P(B) = 0,2 + 0,15 = 0,35.$$

Ответ: 0,35.

Б(2.8)2.1. Решение. Обозначим через A событие «чайник прослужит меньше двух лет, но больше года», через B событие «чайник прослужит не меньше двух лет». События A и B несовместны. Событие C «чайник прослужит больше года» является их суммой $C = A + B$. Из условия задачи следует, что вероятности $P(B) = 0,89$ и $P(C) = 0,97$. По формуле сложения вероятностей несовместных событий имеем

$$P(C) = P(A) + P(B)$$

$$\text{или } 0,97 = P(A) + 0,89.$$

Отсюда $P(A) = 0,97 - 0,89 = 0,08$.

Ответ: 0,08.

Б(2.8)3.1. Решение. Обозначим через A событие «учащийся О. верно решит ровно 11 задач», через B событие «учащийся О. верно решит больше 11 задач». События A и B несовместны. Событие C «учащийся О. верно решит больше 10 задач» является их суммой $C = A + B$. Из

условия задачи следует, что вероятности $P(B) = 0,67$ и $P(C) = 0,74$. По формуле сложения вероятностей несовместных событий имеем

$$P(C) = P(A) + P(B)$$

$$\text{или } 0,74 = P(A) + 0,67.$$

Отсюда $P(A) = 0,74 - 0,67 = 0,07$.

Ответ: 0,07.

Б(2.8)4.1. Решение. Обозначим через A событие «число пассажиров меньше 15», через B событие «число пассажиров от 15 до 19». События A и B несовместны. Событие C «число пассажиров меньше 20» является их суммой $C = A + B$. Из условия задачи следует, что вероятности $P(A) = 0,56$ и $P(C) = 0,94$. По формуле сложения вероятностей несовместных событий имеем

$$P(C) = P(A) + P(B)$$

$$\text{или } 0,94 = 0,56 + P(B).$$

Отсюда $P(B) = 0,94 - 0,56 = 0,38$.

Ответ: 0,38.

Б(2.8)5.1. Решение. Обозначим через A событие «диаметр подшипника будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм», через B событие «подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм». Из условия задачи следует, что вероятность $P(A) = 0,965$. События A и B являются противоположными, поэтому имеем

$$P(B) = 1 - P(A)$$

$$\text{или } P(B) = 1 - 0,965 = 0,035.$$

Ответ: 0,035.

2.9. Совместные события. Формула сложения вероятностей

Б(2.9)1.1. Решение. Первый способ. Обозначим через A событие «кофе закончится в первом автомате», через B событие «кофе закончится во втором автомате». Событие C «кофе закончится хотя бы в одном автомате» является их суммой $C = A + B$. Из условия задачи известны вероятности $P(A) = P(B) = 0,3$ и $P(A \cdot B) = 0,12$. По формуле сложения вероятностей имеем:

$$P(C) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = \\ = 0,3 + 0,3 - 0,12 = 0,48.$$

Значит, вероятность противоположного события \bar{C} «кофе останется в обоих автоматах» равна $1 - 0,48 = 0,52$.

Второй способ. Вероятность того, что кофе останется в первом автомате, равна $P(\bar{A}) = 1 - 0,3 = 0,7$. Вероятность того, что кофе останется во втором автомате, равна $P(\bar{B}) = 1 - 0,3 = 0,7$. Вероятность того, что кофе останется в первом или втором автомате равна $P(\bar{C}) = 1 - 0,12 = 0,88$. Поскольку $P(\bar{C}) = P(\bar{A} + \bar{B}) = P(\bar{A}) + P(\bar{B}) - P(\bar{A} \cdot \bar{B})$, то имеем: $0,88 = 0,7 + 0,7 - x$, откуда искомая вероятность $x = 0,52$.

Ответ: 0,52.

2.10. Независимые события.

Формула умножения вероятностей

Б(2.10)1.1. Решение. Обозначим через A событие «гроссмейстер А., играя белыми, выиграет у гроссмейстера Б.», через B событие «гроссмейстер А., играя черными, выиграет у гроссмейстера Б.». События A и B независимые. Событие C «гроссмейстер А. выиграет у гроссмейстера Б. оба раза» является их произведением $C = A \cdot B$. Из условия задачи известны вероятности $P(A) = 0,52$ и $P(B) = 0,3$. По формуле умножения вероятностей независимых событий имеем:

$$P(C) = P(A) \cdot P(B) = 0,52 \cdot 0,3 = 0,156.$$

Ответ: 0,156.

Б(2.10)2.1. Решение. Обозначим через A событие «первый продавец занят с клиентом», через B событие «второй продавец занят с клиентом», через C событие «третий продавец занят с клиентом». События A , B и C независимые. Событие D «все три продавца заняты одновременно» является их произведением $D = ABC$. Из условия задачи известны вероятности $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,3$ и $P(C) = 0,3$. По формуле умножения вероятностей независимых событий имеем:

$$P(D) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = \\ = 0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,3 = 0,027.$$

Ответ: 0,027.

Б(2.10)3.1. Решение. Результат каждого следующего выстрела не зависит от предыдущего. Обозначим через A событие «биатлонист попадает в мишень при одном выстреле», тогда противоположное событие \bar{A} означает «биатлонист не попадает в мишень при одном выстреле». Из условия задачи известна вероятность $P(A) = 0,8$, тогда $P(\bar{A}) = 1 - 0,8 = 0,2$. Событие C «биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся» является произведением независимых событий $C = AA\bar{B}\bar{B}$. По формуле умножения вероятностей независимых событий имеем:

$$P(C) = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = \\ = 0,02048 \approx 0,02.$$

Ответ: 0,02.

Б(2.10)4.1. Решение. Обозначим через A событие «выбранная батарейка исправна», тогда противоположное событие \bar{A} означает «выбранная батарейка бракованная». Из условия задачи известна вероятность $P(\bar{A}) = 0,06$, тогда $P(A) = 1 - 0,06 = 0,94$. Событие C «обе батарейки окажутся исправными» является произведением независимых событий $C = A \cdot A$. По формуле умножения вероятностей независимых событий имеем:

$$P(C) = 0,94 \cdot 0,94 = 0,8836.$$

Ответ: 0,8836.

Б(2.10)5.1. Решение. Обозначим через A событие «команда «Статор» начинает игру первой», тогда противоположное событие \bar{A} означает «команда «Статор» не начинает игру первой». Из условия задачи следует, что вероятность $P(A) = 0,5$, тогда $P(\bar{A}) = 1 - 0,5 = 0,5$. Событие C «команда «Статор» будет начинать только первую и последнюю игры» является произведением независимых событий $C = A \cdot \bar{A} \cdot A$. По формуле умножения вероятностей независимых событий имеем:

$$P(C) = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,125.$$

Ответ: 0,125.

Б(2.10)6.1. Решение. Обозначим через A событие «нужный товар доставят из магазина А», тогда противоположное событие \bar{A} означает «нужный товар не доставят из магазина А»; через B событие «нужный товар доставят из магазина Б», тогда противоположное событие \bar{B} означает «нужный товар не доставят из магазина Б». Из условия задачи известны вероятности $P(A) = 0,8$ и $P(B) = 0,9$, тогда

$$P(\bar{A}) = 1 - 0,8 = 0,2, \quad P(\bar{B}) = 1 - 0,9 = 0,1.$$

Событие C «ни один магазин не доставит товар» является произведением независимых событий $C = \bar{A} \cdot \bar{B}$. По формуле умножения вероятностей независимых событий имеем:

$$P(C) = 0,2 \cdot 0,1 = 0,02.$$

Ответ: 0,02.

Б(2.10)7.1. Решение. Обозначим через A событие «лампа перегорит». Из условия задачи известна вероятность $P(A) = 0,3$. Событие B «обе лампы перегорят» является произведением независимых событий $B = A \cdot A$. По формуле умножения вероятностей независимых событий имеем:

$$P(B) = 0,3 \cdot 0,3 = 0,09.$$

События B и C «хотя бы одна лампа не перегорит» являются противоположными, поэтому имеем

$$P(C) = 1 - P(B)$$

$$\text{или } P(C) = 1 - 0,09 = 0,91.$$

Ответ: 0,91.

Б(2.10)8.1. Решение. Обозначим через A событие «выбор одного направления движения из двух в точке разветвления». Маршрут от точки «Вход» до выхода D содержит четыре разветвления, в каждом из которых паук может выбрать одно направление из двух с вероятностью 0,5. Каждое из выбранных направлений не зависит от других направлений. Событие C «паук придёт к выходу D » является произведением независимых событий $C = AAAA$. По формуле умножения вероятностей независимых событий имеем:

$$P(C) = P(A) \cdot P(A) \cdot P(A) \cdot P(A) = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,0625.$$

Ответ: 0,0625.

Б(2.10)9.1. Решение. Решим противоположную задачу: сколько выстрелов необходимо сделать, чтобы цель уцелела с вероятностью меньше, чем $1 - 0,98 = 0,02$? Будем умножать вероятности промаха при каждом выстреле до тех пор, пока эта вероятность не станет достаточно маленькой. Обозначим через A событие «система попала в цель при первом выстреле», тогда противоположное событие \bar{A} означает «система не попала в цель при первом выстреле»; через B_n событие «система попала в цель при n -ом выстреле после первого выстрела», тогда противоположное событие \bar{B}_n означает «система не попала в цель при n -ом выстреле после первого выстрела». Из условия задачи известны вероятности $P(A) = 0,4$ и $P(B_n) = 0,6$, тогда $P(\bar{A}) = 1 - 0,4 = 0,6$, $P(\bar{B}_n) = 1 - 0,6 = 0,4$. Событие C «цель не поражена» является произведением независимых событий $C = \bar{A} \cdot \bar{B}_2 \cdot \bar{B}_3 \cdot \dots \cdot \bar{B}_{n-1}$. По формуле умножения вероятностей независимых событий имеем $P(C) = 0,6 \cdot (0,4)^{n-1}$. Решим неравенство $0,6 \cdot (0,4)^{n-1} < 0,02$, перебирая значения n . Получаем $(0,4)^{n-1} < \frac{1}{30}$, откуда при $n - 1 = 4$ неравенство выполняется. Значит, $n = 5$.

Ответ: 5.

Т(2.10)2.1. Решение. Для того, чтобы пенсионер пришел в точку F , должны произойти два события: на первой развилке он должен направиться из точки A в точку B (с вероятностью $p_1 = \frac{1}{2}$), на второй развилке – из точки B в точку F (с вероятностью $p_2 = \frac{1}{4}$). Тогда, согласно теореме умножения вероятностей, маршрут $A-B-F$ пенсионер выберет с вероятностью $p = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} = 0,125$.

Ответ: 0,125.

2.11. Зависимые события.

Формула умножения вероятностей

Т(2.11)1.1. Решение. Вероятность выбрать первого мальчика-дежурного

$(n = 21, m = 7) \quad P_1 = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$. Вероятность

выбрать второго мальчика-дежурного

$(n = 20, m = 6) \quad P_2 = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$. Вероятность

того, что будут дежурить два мальчика,

равна $P = P_1 \cdot P_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10} = 0,1$.

Ответ: 0,1.

2.12. Сложение и умножение вероятностей

Б(2.12)1.1. Решение. Обозначим через B и H события, состоящие в том, что команда соответственно выиграла, сыграла вничью. Команде удастся выйти в следующий круг при двух выигрышах, либо выигрыша и ничьи, либо ничьи и выигрыша. Из условия задачи следует, что вероятности

$$P(B) = 0,4, \quad P(H) = 1 - 0,4 - 0,4 = 0,2.$$

Событие K «команда вышла в следующий круг соревнований» является суммой трех несовместных событий $K = BB + BH + HB$. По формуле сложения вероятностей несовместных событий, а затем по формуле умножения вероятностей независимых событий имеем:

$$\begin{aligned} P(K) &= P(BB) + P(BH) + P(HB) = \\ &= P(B)P(B) + P(B)P(H) + P(H)P(B) = \\ &= 0,4 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,4 = 0,32. \end{aligned}$$

Ответ: 0,32.

Б(2.12)2.1. Решение. Первый способ. Обозначим через A событие «автомат неисправен», тогда противоположное событие \bar{A} означает «автомат исправен». Из условия задачи следует, что вероятность $P(A) = 0,05$, тогда $P(\bar{A}) = 1 - 0,05 = 0,95$.

Введем событие F «оба автомата неисправны», которое является произведением двух независимых событий $F = A \cdot A$,

событие E «хотя бы один автомат исправен» является противоположным событию F . Тогда получаем

$$P(F) = P(A) \cdot P(A) = 0,05 \cdot 0,05 = 0,0025 \quad \text{и}$$

$$P(E) = 1 - P(F) = 1 - 0,0025 = 0,9975.$$

Второй способ. Событие E «хотя бы один автомат исправен» является суммой двух совместных независимых событий $E = A + \bar{A}$. Тогда

$$\begin{aligned} P(E) &= P(A + \bar{A}) = \\ &= P(A) + P(\bar{A}) - P(A\bar{A}) = \\ &= P(A) + P(\bar{A}) - P(A) \cdot P(\bar{A}) = \\ &= 0,95 + 0,95 - 0,95 \cdot 0,95 = 0,9975. \end{aligned}$$

Третий способ. Событие B «первый автомат исправен, второй автомат неисправен» является произведением независимых событий $B = \bar{A} \cdot A$. Событие C «первый автомат неисправен, второй автомат исправен» является произведением независимых событий $C = A \cdot \bar{A}$. Событие D «оба автомата исправны» является произведением независимых событий $D = \bar{A} \cdot \bar{A}$. Событие E «хотя бы один автомат исправен» является суммой трех несовместных событий $E = B + C + D$. По формуле сложения вероятностей несовместных событий, а затем формуле умножения вероятностей независимых событий имеем:

$$\begin{aligned} P(E) &= P(B) + P(C) + P(D) = \\ &= P(\bar{A}) \cdot P(A) + P(A) \cdot P(\bar{A}) + P(\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = \\ &= 0,95 \cdot 0,05 + 0,05 \cdot 0,95 + 0,95 \cdot 0,95 = 0,9975. \end{aligned}$$

Ответ: 0,9975.

Б(2.12)3.1. Решение. Обозначим через A событие «команда «Физик» выиграет жребий», тогда противоположное событие \bar{A} означает, что «команда «Физик» проиграет жребий». Из условия задачи следует, что вероятность $P(A) = 0,5$, тогда $P(\bar{A}) = 1 - 0,5 = 0,5$. Событие B «команда «Физик» выиграет жребий только в первый и второй раз» является произведением независимых событий $B = A \cdot A \cdot \bar{A}$. Событие C «команда «Физик» выиграет жребий только в первый и третий раз» является произведением независимых событий $C = A \cdot \bar{A} \cdot A$. Событие D «команда «Физик» выиграет жре-

бий только во второй и третий раз» является произведением независимых событий $D = \bar{A} \cdot A \cdot A$. Событие E «команда «Физик» выиграет жребий ровно два раза» является суммой трех несовместных событий $E = B + C + D$. По формуле сложения вероятностей несовместных событий, а затем формуле умножения вероятностей независимых событий имеем:

$$\begin{aligned} P(E) &= P(B) + P(C) + P(D) = \\ &= P(A)P(\bar{A})P(\bar{A}) + P(A)P(\bar{A})P(A) + \\ &+ P(\bar{A})P(A)P(A) = \\ &= 0,5^3 + 0,5^3 + 0,5^3 = 0,375. \end{aligned}$$

Ответ: 0,375.

Б(2.12)4.1. Решение. Обозначим через M , P , I и O события, состоящие в том, что абитуриент получит не менее 70 баллов соответственно по математике, русскому языку, иностранному языку и обществознанию. Из условия задачи следует, что вероятности $P(M) = 0,6$, $P(P) = 0,8$, $P(I) = 0,7$, $P(O) = 0,5$. Событие Π «поступил хотя бы на одну из двух специальностей» является суммой трех несовместных событий $\Pi = \overline{L\bar{K}} + \overline{L\bar{K}} + LK$, где события L и K означают, что абитуриент поступил соответственно на специальность «Лингвистика» и специальность «Коммерция». Найдем вероятности событий, используя формулу умножения вероятностей независимых событий:

$$\begin{aligned} P(\overline{L\bar{K}}) &= P(M\bar{P}\bar{I}\bar{O}) = \\ &= P(M) \cdot P(\bar{P}) \cdot P(\bar{I}) \cdot P(\bar{O}) = \\ &= 0,6 \cdot 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,5 = 0,168. \\ P(\overline{L\bar{K}}) &= P(M\bar{P}I\bar{O}) = \\ &= P(M) \cdot P(\bar{P}) \cdot P(I) \cdot P(\bar{O}) = \\ &= 0,6 \cdot 0,8 \cdot 0,3 \cdot 0,5 = 0,072. \\ P(LK) &= P(MPI\bar{O}) = \\ &= P(M) \cdot P(P) \cdot P(I) \cdot P(\bar{O}) = \\ &= 0,6 \cdot 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,5 = 0,168. \end{aligned}$$

По формуле сложения вероятностей несовместных событий имеем:

$$\begin{aligned} P(\Pi) &= P(\overline{L\bar{K}}) + P(\overline{L\bar{K}}) + P(LK) = \\ &= 0,168 + 0,072 + 0,168 = 0,408. \end{aligned}$$

Ответ: 0,408.

Б(2.12)5.1. Решение. Обозначим через A_1 и A_2 события, состоящие в том, что стекло выпущено соответственно первой фабрикой и второй фабрикой. Пусть событие B означает, что стекло бракованное. Из условия задачи следует, что вероятности $P(A_1) = 0,45$, $P(A_2) = 0,55$, $P_{A_1}(B) = 0,03$, $P_{A_2}(B) = 0,01$. Событие B является суммой двух несовместных событий $B = A_1B + A_2B$. По формуле сложения вероятностей несовместных событий, а затем формуле умножения вероятностей зависимых событий имеем:

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1B) + P(A_2B) = \\ &= P(A_1)P_{A_1}(B) + P(A_2)P_{A_2}(B) = \\ &= 0,45 \cdot 0,03 + 0,55 \cdot 0,01 = 0,019. \end{aligned}$$

Ответ: 0,019.

Б(2.12)6.1. Решение. Обозначим через A_1 и A_2 события, состоящие в том, что ковбой выбрал соответственно пристрелянный и не пристрелянный револьвер. Пусть событие B означает, что ковбой промахнулся. Из условия задачи следует, что вероятности $P(A_1) = 0,4$, $P(A_2) = 0,6$, $P_{A_1}(B) = 1 - 0,9 = 0,1$, $P_{A_2}(B) = 1 - 0,2 = 0,8$. Событие B является суммой двух несовместных событий $B = A_1B + A_2B$. По формуле сложения вероятностей несовместных событий, а затем по формуле умножения вероятностей зависимых событий имеем:

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1B) + P(A_2B) = \\ &= P(A_1)P_{A_1}(B) + P(A_2)P_{A_2}(B) = \\ &= 0,4 \cdot 0,1 + 0,6 \cdot 0,8 = 0,52. \end{aligned}$$

Ответ: 0,52.

Б(2.12)7.1. Решение. Обозначим через A и B события, состоящие в том, что пациент соответственно болен и не болен гепатитом. Пусть событие C означает, что результат анализа у пациента положительный. Из условия задачи следует, что вероятности $P(A) = 0,05$, $P(B) = 1 - 0,05 = 0,95$, $P_A(C) = 0,9$, $P_B(C) = 0,01$. Событие D «результат анализа будет положительным у пациента, поступившего в клинику» является сум-

мой двух несовместных событий $D = AC + BC$. По формуле сложения вероятностей несовместных событий, а затем по формуле умножения вероятностей зависимых событий имеем:

$$\begin{aligned} P(D) &= P(AC) + P(BC) = \\ &= P(A)P_A(C) + P(B)P_B(C) = \\ &= 0,05 \cdot 0,9 + 0,95 \cdot 0,01 = 0,0545. \end{aligned}$$

Ответ: 0,0545.

Б(2.12)8.1. Решение. Обозначим через $И$ и $Н$ события, состоящие в том, что батарейка соответственно исправная и не исправная. Пусть событие B означает, что выбранная из упаковки батарейка будет забракована. Из условия задачи следует, что вероятности $P(И) = 1 - 0,02 = 0,98$, $P(Н) = 0,02$, $P_И(B) = 0,01$, $P_Н(B) = 0,99$. Событие B является суммой двух несовместных событий $B = ИВ + НВ$. По формуле сложения вероятностей несовместных событий, а затем по формуле умножения вероятностей зависимых событий имеем:

$$\begin{aligned} P(B) &= P(ИВ) + P(НВ) = \\ &= P(И)P_И(B) + P(Н)P_Н(B) = \\ &= 0,98 \cdot 0,01 + 0,02 \cdot 0,99 = 0,0296. \end{aligned}$$

Ответ: 0,0296.

Б(2.12)9.1. Решение. Обозначим через A_1 и A_2 события, состоящие в том, что яйцо поступило соответственно из первого хозяйства и второго хозяйства. Пусть событие B означает, что яйцо высшей категории. Из условия задачи следует, что вероятности $P(A_1) = p$, $P(A_2) = 1 - p$, $P_{A_1}(B) = 0,4$, $P_{A_2}(B) = 0,2$. Событие B является суммой двух несовместных событий $B = A_1B + A_2B$. По формуле сложения вероятностей несовместных событий, а затем по формуле умножения вероятностей зависимых событий имеем:

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1B) + P(A_2B) = \\ &= P(A_1)P_{A_1}(B) + P(A_2)P_{A_2}(B) = \\ &= p \cdot 0,4 + (1 - p) \cdot 0,2 = 0,35. \end{aligned}$$

Решая последнее уравнение, получим $p = 0,75$.

Ответ: 0,75.

Б(2.12)10.1. Решение. Обозначим через O и X события, состоящие в том, что погода соответственно отличная и хорошая. Отличная погода 6 июля возможна при следующих событиях 4, 5 и 6 июля: XXO , XOO , OXO , OOO . Из условия задачи следует, что вероятности

$$P_X(X) = P_O(O) = 0,8,$$

$$P_X(O) = P_O(X) = 1 - 0,8 = 0,2.$$

Найдем вероятности событий XXO , XOO , OXO , OOO , используя формулу умножения вероятностей зависимых событий. Так как 3 июля погода была хорошая, то получаем:

$$\begin{aligned} P(XXO) &= P_X(X) \cdot P_X(X) \cdot P_X(O) = \\ &= 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 = 0,128. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(XOO) &= P_X(X) \cdot P_X(O) \cdot P_O(O) = \\ &= 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 0,128. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(OXO) &= P_X(O) \cdot P_O(X) \cdot P_X(O) = \\ &= 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,008. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(OOO) &= P_X(O) \cdot P_O(O) \cdot P_O(O) = \\ &= 0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = 0,128. \end{aligned}$$

Событие Π «6 июля в Волшебной стране будет отличная погода» является суммой четырех несовместных событий $\Pi = XXO + XOO + OXO + OOO$. По формуле сложения вероятностей несовместных событий имеем:

$$\begin{aligned} P(\Pi) &= P(XXO) + P(XOO) + \\ &+ P(OXO) + P(OOO) = \\ &= 0,128 + 0,128 + 0,008 + 0,128 = 0,392. \end{aligned}$$

Ответ: 0,392.

Т(2.12)1.1. Решение. У стрелка есть две возможности: поразить мишень при первом выстреле, либо поразить мишень при втором выстреле (при неудачном первом выстреле). Вероятность поражения мишени при первом выстреле $P_1 = 0,7$. Вероятность того, что первым выстрелом мишень не будет поражена $P_{21} = 1 - 0,7 = 0,3$. Вероятность поражения мишени при втором выстреле $P_{22} = 0,7$. Согласно теореме умножения вероятностей, вероятность того, что первый выстрел будет неудачным, но мишень будет поражена при втором выстреле $P_2 = P_{21} \cdot P_{22} = 0,3 \cdot 0,7 = 0,21$. Со-

гласно теореме сложения вероятностей, вероятность того, что мишень будет поражена $P = P_1 + P_2 = 0,7 + 0,21 = 0,91$.

Ответ: 0,91.

Т(2.12)2.1. Решение. Майское утро может быть либо ясным (с вероятностью $P_{11} = 0,6$), либо облачным (с вероятностью $P_{21} = 0,4$). Согласно теореме умножения вероятностей, вероятность P_1 того, что майское утро будет ясным и дождя не будет, равна произведению вероятностей $P_{11} = 0,6$ (утро будет ясным) и $P_{12} = 1 - 0,2 = 0,8$ (дождя не будет при ясном утре): $P_1 = P_{11} \cdot P_{12} = 0,6 \cdot 0,8 = 0,48$.

Вероятность P_2 того, что майское утро будет облачным и дождя не будет, равна произведению вероятностей $P_{21} = 0,4$ (утро будет облачным) и $P_{22} = 1 - 0,6 = 0,4$ (дождя не будет при облачном утре):

$$P_2 = P_{21} \cdot P_{22} = 0,4 \cdot 0,4 = 0,16.$$

Согласно теореме сложения вероятностей, вероятность того, что в случайно взятый майский день дождя не будет $P = P_1 + P_2 = 0,48 + 0,16 = 0,64$.

Ответ: 0,64.

2.13. Повторение испытаний.

Формула Бернулли

Т(2.13)1.1. Решение. Из условия задачи имеем $n = 10$, $k = 3$, $p = \frac{1}{6}$, $q = \frac{5}{6}$. Тогда получаем по формуле Бернулли

$$P_{10}(3) = C_{10}^3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^7 \approx 0,155.$$

Ответ: 0,155.

Ответы

1.1. Непосредственные подсчеты

Т(1.1)1.1. 12. Т(1.1)1.2. 18. Т(1.1)1.3. 24.

1.2. Правило умножения

Т(1.2)1.1. $5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 = 180$.

Т(1.2)1.2. $(4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) = 576$.

Т(1.2)1.3. $18 \cdot 17 \cdot 16 = 4896$.

1.3. Правило сложения

Т(1.3)1.1. $5 \cdot 3 + 4 \cdot 6 = 39$.

Т(1.3)1.2. $5 + 5^2 + 5^3 = 155$.

Т(1.3)1.3. 8.

1.4. Перестановки

Т(1.4)1.1. $4! = 24$. Т(1.4)1.2. $5! = 120$.

Т(1.4)1.3. $8! = 40320$.

1.5. Размещения

Т(1.5)1.1. $A_{10}^7 = 604800$.

Т(1.5)1.2. $A_8^4 = 1680$. Т(1.5)1.3. $A_7^4 = 840$.

1.6. Сочетания

Т(1.6)1.1. $C_{16}^2 = 120$. Т(1.6)1.2. $C_7^4 = 35$.

Т(1.6)1.3. $C_7^5 = 21$.

2. Элементы теории вероятностей

2.2. Элементарные события

Т(2.2)1.4. 16.

Т(2.2)2.1. 6. Т(2.2)2.2. 36. Т(2.2)2.3. 216.

Т(2.2)2.4. а) 0; б) 1; в) 3; г) 4; д) 10.

Т(2.2)3.1. 6. Т(2.2)3.2. а) 10; б) 5.

Т(2.2)3.3. 8.

Б(2.2)1.1. 4. Б(2.2)1.2. 3. Б(2.2)1.3. 6.

2.3. Частота события

Т(2.3)1.1. 0,5069. Т(2.3)1.2. 0,5005.

Т(2.3)1.3. 0,98.

Б(2.3)1.1. 0,498. Б(2.3)1.2. 0,523.

Б(2.3)1.3. 0,515.

2.4. Формула классической вероятности

Б(2.4)1.1. 0,006. Б(2.4)1.2. 0,004.

Б(2.4)1.3. 0,005.

Б(2.4)2.1. 0,2. Б(2.4)2.2. 0,24.

Б(2.4)2.3. 0,2.

Б(2.4)3.1. 0,6. Б(2.4)3.2. 0,6. Б(2.4)3.3. 0,6.

Б(2.4)4.1. 0,25. Б(2.4)4.2. 0,25.

Б(2.4)4.3. 0,25.

Б(2.4)5.1. 0,25. Б(2.4)5.2. 0,8.

Б(2.4)5.3. 0,625.

Б(2.4)6.1. 0,25. Б(2.4)6.2. 0,26.

Б(2.4)6.3. 0,35.

Б(2.4)7.1. 0,36. Б(2.4)7.2. 0,4.

Б(2.4)7.3. 0,2.

Б(2.4)8.1. 0,3. Б(2.4)8.2. 0,25.

Б(2.4)8.3. 0,4.

Б(2.4)9.1. 0,36. Б(2.4)9.2. 0,05.

Б(2.4)9.3. 0,04.

Б(2.4)10.1. 0,36. Б(2.4)10.2. 0,4.

Б(2.4)10.3. 0,8.

Б(2.4)11.1. 0,995. Б(2.4)11.2. 0,992.

Б(2.4)11.3. 0,995.

Б(2.4)12.1. 0,93. Б(2.4)12.2. 0,91.

Б(2.4)12.3. 0,93.

Б(2.4)13.1. 0,33. Б(2.4)13.2. 0,33.

Б(2.4)13.3. 0,33.

Б(2.4)14.1. 0,5. Б(2.4)14.2. 0,4.

Б(2.4)14.3. 0,3.

Б(2.4)15.1. 0,3. Б(2.4)15.2. 0,16.

Б(2.4)15.3. 0,25.

Б(2.4)16.1. 0,1. Б(2.4)16.2. 0,11.

Б(2.4)16.3. 0,51.

Б(2.4)17.1. 0,04. Б(2.4)17.2. 0,3.

Б(2.4)17.3. 0,2.

Б(2.4)18.1. 0,46.

Б(2.4)19.1. 0,2. Б(2.4)19.2. 0,25.

Б(2.4)19.3. 0,125.

Б(2.4)20.1. 0,25. Б(2.4)20.2. 0,2.

Б(2.4)20.3. 0,2.

Б(2.4)21.1. 0,16. Б(2.4)21.2. 0,3.

Б(2.4)21.3. 0,2.

Б(2.4)22.1. 0,225. Б(2.4)22.2. 0,16.

Б(2.4)22.3. 0,375.

Б(2.4)23.1. 0,25. Б(2.4)23.2. 0,125.

Б(2.4)23.3. 0,125.

Б(2.4)24.1. 0,5. Б(2.4)24.2. 0,375.

Б(2.4)24.3. 0,125.

Б(2.4)25.1. 0,14. Б(2.4)25.2. 0,14.

Б(2.4)25.3. 0,07.

Б(2.4)26.1. 0,98.

Б(2.4)27.1. 0,48. Б(2.4)27.2. 0,3125.

Б(2.4)27.3. 0,2.

Т(2.4)1.1. 0,35. Т(2.4)1.2. 0,6.

Т(2.4)1.3. 0,5.

Т(2.4)2.1. 0,4. Т(2.4)2.2. 0,25.

Т(2.4)2.3. 0,6.

Т(2.4)3.1. 0,8. Т(2.4)3.2. 0,75.

Т(2.4)3.3. 0,6.

Т(2.4)4.1. 0,15. Т(2.4)4.2. 0,6.

Т(2.4)4.3. 0,5.

Т(2.4)5.1. 0,15. Т(2.4)5.2. 0,2.

Т(2.4)5.3. 0,6.

Т(2.4)6.1. 0,9. Т(2.4)6.2. 0,8.

Т(2.4)6.3. 0,95.

Т(2.4)7.1. 0,96. Т(2.4)7.2. 0,8.

Т(2.4)7.3. 0,975.

Т(2.4)8.1. 0,375. Т(2.4)8.2. 0,375.

Т(2.4)8.3. 0,25. Т(2.4)8.4. 0,375.

Т(2.4)9.1. 0,02. Т(2.4)9.2. 0,2.

Т(2.4)9.3. 0,165.

Т(2.4)10.1. 0,4. Т(2.4)10.2. 0,4.

Т(2.4)10.3. 0,25. Т(2.4)10.4. 0,25.

Т(2.4)10.5. 0,4.

Т(2.4)11.1. 0,5. Т(2.4)11.2. 0,5.

Т(2.4)11.3. 0,4.

Т(2.4)12.1. 0,4. Т(2.4)12.2. 0,6.

2.5. Комбинаторные методы решения вероятностных задач

Т(2.5)1.1. 0,6. Т(2.5)1.2. 0,4.

Т(2.5)1.3. $\frac{C_1^1 C_{24}^2}{C_{25}^3} = \frac{3}{25}$.

Б(2.5)1.1. 0,4. Б(2.5)1.2. 0,5. Б(2.5)1.3. 0,4.

Б(2.5)2.1. 0,48. Б(2.5)2.2. 0,3125.

Б(2.5)2.3. 0,2.

2.6. Геометрическая вероятность

Т(2.6)1.1. $\frac{2}{\pi} \approx 0,637$. Т(2.6)1.2. $\frac{1}{6}$.

Т(2.6)1.3. $\frac{1}{3}$.

Б(2.6)1.1. 0,25. Б(2.6)1.2. 0,5.

Б(2.6)1.3. 0,5.

2.7. Операции над событиями

Т(2.7)1.1. а) $PP + PO + OP$; б) $PP + OO$.

Т(2.7)1.3. а) $A_1 A_2$; б) $A_1 A_2 + A_1 \overline{A_2} + \overline{A_1} A_2$;

в) $\overline{A_1 A_2}$; г) $A_1 \overline{A_2}$; д) $A_1 \overline{A_2} + \overline{A_1} A_2$.

Т(2.7)1.4. а) C : «выигрыш по одному билету»; б) D : «выигрыш хотя бы по одному билету».

2.8. Несовместные события.

Формула сложения вероятностей

Б(2.8)1.1. 0,35. Б(2.8)1.2. 0,6.

Б(2.8)1.3. 0,4.

Б(2.8)2.1. 0,08. Б(2.8)2.2. 0,14.

Б(2.8)2.3. 0,1.

Б(2.8)3.1. 0,07. Б(2.8)3.2. 0,12.

Б(2.8)3.3. 0,09.

Б(2.8)4.1. 0,38. Б(2.8)4.2. 0,44.

Б(2.8)4.3. 0,41.

Б(2.8)5.1. 0,035. Б(2.8)5.2. 0,032.

Б(2.8)5.3. 0,024.

2.9. Совместные события.

Формула сложения вероятностей

Б(2.9)1.1. 0,52. Б(2.9)1.2. 0,5.

Б(2.9)1.3. 0,7.

2.10. Независимые события.

Формула умножения вероятностей

Б(2.10)1.1. 0,156. Б(2.10)1.2. 0,168.

Б(2.10)1.3. 0,17.

Б(2.10)2.1. 0,027. Б(2.10)2.2. 0,343.

Б(2.10)2.3. 0,216.

Б(2.10)3.1. 0,02. Б(2.10)3.2. 0,00.

Б(2.10)3.3. 0,02.

Б(2.10)4.1. 0,8836. Б(2.10)4.2. 0,9216.

Б(2.10)4.3. 0,9604.

Б(2.10)5.1. 0,125. Б(2.10)5.2. 0,125.

Б(2.10)5.3. 0,125.

Б(2.10)6.1. 0,02. Б(2.10)6.2. 0,0042.

Б(2.10)6.3. 0,0234.

Б(2.10)7.1. 0,91. Б(2.10)7.2. 0,9559.

Б(2.10)7.3. 0,9711.

Б(2.10)8.1. 0,0625. Б(2.10)8.2. 0,25.

Б(2.10)8.3. 0,5.

Б(2.10)9.1. 5.

Т(2.10)1.1. 4. Т(2.10)1.2. 4.

Т(2.10)2.1. 0,125. Т(2.10)2.2. $\frac{5}{12}$.

Т(2.10)2.3. $\frac{1}{12}$.

2.11. Зависимые события.

Формула умножения вероятностей

Т(2.11)1.1. 0,1. Т(2.11)1.2. $\frac{1}{420}$.

Т(2.11)1.3. $\frac{1}{5}$. Т(2.11)1.4. Да.

2.12. Сложение и умножение вероятностей

Б(2.12)1.1. 0,32. Б(2.12)1.2. 0,28.

Б(2.12)1.3. 0,33.

Б(2.12)2.1. 0,9975. Б(2.12)2.2. 0,9856.

Б(2.12)2.3. 0,9919.

Б(2.12)3.1. 0,375. Б(2.12)3.2. 0,375.

Б(2.12)3.3. 0,375.

Б(2.12)4.1. 0,408. Б(2.12)4.2. 0,1638.

Б(2.12)4.3. 0,168.

Б(2.12)5.1. 0,019. Б(2.12)5.2. 0,025.

Б(2.12)5.3. 0,016.

Б(2.12)6.1. 0,52. Б(2.12)6.2. 0,68.
Б(2.12)6.3. 0,6.

Б(2.12)7.1. 0,0545.

Б(2.12)8.1. 0,0296. Б(2.12)8.2. 0,0491.
Б(2.12)8.3. 0,0588.

Б(2.12)9.1. 0,75. Б(2.12)9.2. 0,5.
Б(2.12)9.3. 0,6.

Б(2.12)10.1. 0,392. Б(2.12)10.2. 0,468.
Б(2.12)10.3. 0,244.

Т(2.12)1.1. 0,91. Т(2.12)1.2. 0,84.

Т(2.12)2.1. 0,64. Т(2.12)2.2. 0,82.
Т(2.12)2.3. 0,81.

2.13. Повторение испытаний. Формула Бернулли

Т(2.13)1.1. $C_{10}^3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^7 \approx 0,155$.

Т(2.13)1.2. $C_9^3 \cdot (0,5)^4 \cdot (0,5)^5 \approx 0,246$.

Т(2.13)1.3. $1 - C_5^0 \cdot 0,1^0 \cdot 0,9^5 \approx 0,4095$.

3. Дополнительные задачи

1. 1512. 2. 1960. 3. 48. 4. $3^5=243$.
5. $9^5=59049$. 6. 16. 7. $C_2^1 C_{10}^7 + C_2^2 C_{10}^6 = 450$.

8. 7200. 9. 30. 10. 0,0625. 11. $\frac{5}{16}$. 12. $\frac{2}{27}$.

13. $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 \approx 0,3056$.

14. Да. $0,3 \cdot 0,2 = 0,06$.

15. $\frac{21}{31} \cdot \frac{2}{3} = \frac{14}{31} \approx 0,4516$.

16. $1 - \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{13}{14} \approx 0,9286$. 17. $\frac{9}{16}$.

18. $\frac{10}{30} \cdot \frac{8}{29} + \frac{8}{30} \cdot \frac{10}{29} = \frac{16}{87} \approx 0,1839$ или

$\frac{C_{10}^1 \cdot C_8^1}{C_{30}^2} = \frac{16}{87}$.

19. $\frac{10}{18} \cdot \frac{8}{17} + \frac{8}{18} \cdot \frac{10}{17} = \frac{80}{153} \approx 0,5229$ или

$\frac{C_{10}^1 \cdot C_8^1}{C_{18}^2} = \frac{80}{153}$. 20. 0,077. 21. 0,0036.

22. а) $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$; б) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

23. $\frac{C_5^2 C_{13}^7 + C_5^3 C_{13}^6}{C_{18}^9} = \frac{12}{17}$.

24. а) $\frac{16}{81}$; б) $\frac{33}{81}$.

25. а) $\approx 0,1486$; б) $\approx 0,9998$. 26. 0,97.

27. $\frac{1}{4200}$. 28. 0,41. 29. $\frac{C_4^1 C_{32}^3}{C_{36}^4} \approx 0,3368$.

30. $\frac{C_{24}^3 C_8^0}{C_{32}^3} \approx 0,408$. 31. $\frac{13}{25}$. 32. $3:2$.

33. $\frac{12!}{12^{12}} \approx 0,00005372$. 34. $\frac{21 \cdot 3! \cdot 22!}{25!}$ или

$\frac{21}{C_{25}^3} \approx 0,0091$. 35. $\frac{1}{3}$. 36. $(-2; 1] \cup \{3\}$;

$P(A) = \frac{2}{3}$.

37. $(-1, 5; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 3)$; $P(A) = \frac{2}{3}$.

38. $\frac{4}{2000} + \frac{1}{200} + \frac{1}{100} = 0,017$.

39. $1 - 0,99^2 = 0,0199$.

40. а) $\frac{140}{897} \cdot \frac{380}{961} \approx 0,062$.

б) $1 - \left(1 - \frac{140}{897}\right) \left(1 - \frac{380}{961}\right) \approx 0,49$

41. «Своя бомба» лежит в портфеле химика с вероятностью, равной единице. Некий злоумышленник пронесет другую бомбу с вероятностью 0,0001. Эти события – достоверное и случайное – независимы друг от друга. Вероятность их совместного наступления равна $1 \cdot 0,0001 = 0,0001$.

42. $\frac{1}{12} \cdot \frac{2}{11} \cdot 12 = \frac{2}{11}$ или

$\frac{(12-2)! \cdot 2 \cdot 12}{12!} = \frac{2}{11} \approx 0,1818$.

Можно сразу посадить Васю, тогда для Игоря будет 2 благоприятных места рядом с Васей из 11 возможных.

$$43. \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot 2 \cdot 5 = \frac{1}{3} \text{ или } \frac{4! \cdot 2 \cdot 5}{6!} = \frac{1}{3} \approx 0,3333.$$

Васю можно посадить на край или между

$$\text{краями: } \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}.$$

$$44. a = 3 - \sqrt{3,5}. \quad 45. a = \frac{1}{4}.$$

Список и источники литературы

1. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень)/ А. Г. Мордкович и др./ под ред. А.Г. Мордковича. – 3-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2009. – 264 с.: ил.

2. Высоцкий И. Р., Яценко И. В. ЕГЭ 2013. Математика. Задача В10. Теория вероятностей. Рабочая тетрадь / Под ред. А.Л. Семенова и И.В. Яценко. – 2-е изд., доп– М.: МЦНМО, 2013. – 48 с.

3. ЕГЭ 2013. Математика. 30 вариантов типовых тестовых заданий и 800 заданий части 2(С) / И.Р. Высоцкий, П.И. Захаров, В.С. Панферов, С.Е. Посицельский, А.В. Семенов, А.Л. Семенов, М.А. Семенова, И.Н. Сергеев, В.А. Смирнов, С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль, И.В. Яценко; под ред. А.Л. Семенова, И.В. Яценко.– М.: Издательство «Экзамен», 2013, 215, [1] с. (Серия «ЕГЭ. Типовые тестовые задания») ISBN 978-5-377-05523-5

4. ЕГЭ 2013. Математика. Типовые тестовые задания / И.Р. Высоцкий, П.И. Захаров, В.С. Панферов, С.Е. Посицельский, А.В. Семенов, А.Л. Семенов, М.А. Семенова, И.Н. Сергеев, В.А. Смирнов, С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль, И.В. Яценко; под ред. А.Л. Семенова, И.В. Яценко - М.: Издательство «Экзамен», 2013, 55, [1] с. (Серия «ЕГЭ. Типовые тестовые задания») ISBN 978-5-377-05524-2

5. ЕГЭ 2013. Математика. Типовые тестовые задания / И.Р. Высоцкий, П.И. Захаров, В.С. Панферов, С.Е. Посицельский, А.В. Семенов, А.Л. Семенов, М.А. Семенова, И.Н. Сергеев, В.А. Смирнов,

С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль, И.В. Яценко; под ред. А.Л. Семенова, И.В. Яценко - М.: Издательство «Экзамен», 2013, 55, [1] с. (Серия «ЕГЭ. Типовые тестовые задания») ISBN 978-5-377-05529-7

6. ЕГЭ 2013: Математика: самое полное издание типовых вариантов заданий /авт.-сост. И.В. Яценко, И.Р. Высоцкий; под ред. А.Л. Семенова, И.В. Яценко – Москва: АСТ: Астрель, 2013. – 111, [1] с. – (Федеральный институт педагогических измерений).

7. ЕГЭ 2013. Математика: типовые экзаменационные варианты: 30 вариантов /под ред. А.Л. Семенова, И.В. Яценко – М.: Издательство «Национальное образование», 2012. – 192 с. – (ЕГЭ-2013. ФИПИ – школе).

8. Лютикас В.С. Школьнику о теории вероятностей. Учеб. пособие по факультативному курсу для учащихся 8-10 кл. М., «Просвещение», 1976.

9. Математика. Алгебра. Начала математического анализа. Профильный уровень: учебник для 11 класса / М.И. Шабунин, А.А. Прокофьев. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 2008. – 384 с.

10. Математика. 10-11 классы: элективный курс «В мире закономерных случайностей» /авт.-сост. В.Н. Студенецкая и др. – Волгоград: Учитель, 2007. – 126 с.

11. Математика. Подготовка к ЕГЭ-2012. Элементы теории вероятностей и статистики: учебно-методическое пособие / Под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова. – Ростов-на-Дону: Легион-М, 2011. – 32 с.

12. Мордкович А.Г., Семенов П.В. События. Вероятности. Статистическая обработка данных: Доп. Параграфы к курсу алгебры 7-9 кл. общеобразоват. учреждений. – 3-е изд. – М.: Мнемозина, 2005. – 112 с.

13. Ниворожкина Л.И., Морозова З.А. Математическая статистика с элементами теории вероятностей в задачах с решениями: Учебное пособие. – Москва: ИКЦ «МарТ»; Ростов-н/Д: Издательский центр «МарТ», 2005. – 608 с. (Серия «Учебный курс»)

14. Скворцов В. В. Теория вероятностей? – Это интересно! – М.: Мир, 1992. – 118 с.

15. Теория вероятностей и математическая статистика. Ивашев-Мусатов О.С. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 256 с.

16. Теория вероятностей и статистика /Ю.Н. Тюрин, А.А. Макаров, И.Р. Высоцкий, И.В. Яценко. – М.: МЦНМО: АО «Московские учебники», 2004. – 256 с.: ил.

17. Ткачева М.В. Элементы статистики и вероятность: учеб. пособие для 7-9 кл. общеобразов. учреждений / М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2005. – 112 с.

18. www.mathege.ru – Математика ЕГЭ 2013 (открытый банк заданий).

19. www.alexlarin.net – сайт по оказанию информационной поддержки студентам и абитуриентам при подготовке к ЕГЭ, поступлению в ВУЗы и изучении различных разделов высшей математики.

20. <http://eek.diary.ru/> – сайт по оказанию помощи абитуриентам, студентам, учителям по математике.

21. <http://reshuege.ru> – Образовательный портал для подготовки к экзаменам «Решу ЕГЭ. Математика».