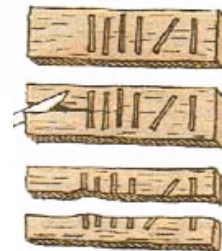
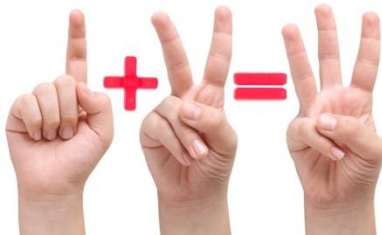


# Системы счисления

# Что такое система счисления?

**Определение. Система счисления** — это правила записи чисел с помощью специальных знаков — **цифр**, а также соответствующие правила выполнения операций с этими числами.

Счёт на пальцах:



**Унарная** (лат. *unus* – один) – одна цифра обозначает единицу (1 день, 1 камень, 1 баран, ...)










- только натуральные числа
- запись больших чисел – длинная (1 000 000?)

# Египетская десятичная система

черта		– 1	лотос		– 1000		– 1000000
хомут	⌒	– 10	палец		– 10000	человек	
верёвка	⌚	– 100	лягушка		– 100000		

↓ ୧୧୩୩୩ ||||| = 1235

2014 =       

# Непозиционные системы счисления

**Определение. Непозиционная система счисления:**  
значение цифры не зависит от её места в записи числа.

- унарная
- египетская десятичная
- римская



*Желтый / Ф. Е. 1644 /  
10/11-88г.*

**«Пираты XX века»**



- славянская
- и другие...

# Римская система счисления

---

**I** – 1 (палец),

**V** – 5 (раскрытая ладонь, 5 пальцев),

**X** – 10 (две ладони),

**L** – 50,

**C** – 100 (*Centum*),

**D** – 500 (*Demimille*),

**M** – 1000 (*Mille*)



Спасская башня  
Московского Кремля

# Римская система счисления

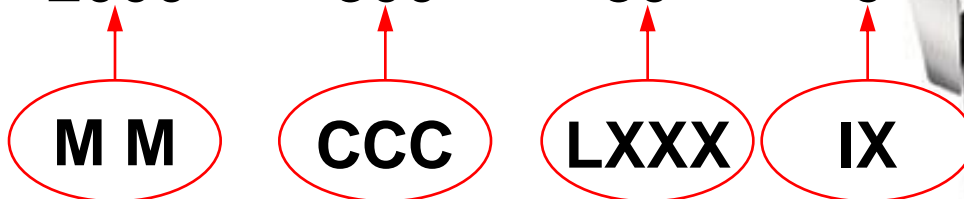
## Правила:

- (обычно) не ставят больше **трех** одинаковых цифр подряд
- если **младшая** цифра (только **одна!**) стоит **слева** от старшей, она вычитается из суммы (*частично непозиционная!*)

## Примеры:

$$\text{MDCXLIV} = 1000 + 500 + 100 - 10 + 50 - 1 + 5 = 1644$$

$$2389 = 2000 + 300 + 80 + 9$$



$$2389 = \text{M M C C C L X X X I X}$$



# Славянская система счисления

алфавитная система счисления (непозиционная)



Часы  
Суздальского  
Кремля



Определения.

**Позиционная система:** значение цифры определяется ее позицией в записи числа.

**Алфавит системы счисления** — это используемый в ней набор цифр.

**Основание системы счисления** — это количество цифр в алфавите (мощность алфавита).

**Разряд** — это позиция цифры в записи числа. Разряды в записи целых чисел нумеруются с нуля справа налево.



# Формы записи чисел

тысячи    сотни    десятки    единицы

разряды

6 3 7 5

6000 300 70 5

$$= 6 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

развёрнутая форма  
записи числа

# Перевод в десятичную систему

Через развёрнутую запись:

разряды: 3 2 1 0

$$1234_5 = 1 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 = 194$$

=1

основание системы счисления

разряды: 3 2 1 0

$$a_3 a_2 a_1 a_0 = a_3 \cdot p^3 + a_2 \cdot p^2 + a_1 \cdot p^1 + a_0 \cdot p^0$$

Записать в тетрадь

$$194 = 1234_5$$

Как перевести в систему с основанием 8?

Делим число на  $p$ , отбрасывая остаток на каждом шаге, пока не получится 0. Затем надо выписать найденные остатки в обратном порядке.

## Записать в тетрадь

# Задачи

---

**Задача:** в некоторой системе счисления число 71 записывается как «56<sub>x</sub>»? Определите основание системы счисления X.

$$71 = 56_x$$

- в записи есть цифра 6, поэтому  $X > 6$
- переводим правую часть в десятичную систему

$$56_x = 5 \cdot X^1 + 6 \cdot X^0 = 5 \cdot X + 6$$

- решаем уравнение

$$71 = 5 \cdot X + 6 \quad X = 13$$

**Записать в тетрадь**

# Задачи

**Задача:** в некоторой системе счисления число 71 записывается как «155<sub>x</sub>»? Определите основание системы счисления X.

$$71 = 155_x$$

- в записи есть цифра 5, поэтому  $X > 5$
- переводим правую часть в десятичную систему

$$\begin{matrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & 5 \end{matrix}_x = 1 \cdot X^2 + 5 \cdot X^1 + 5 \cdot X^0$$

$$= X^2 + 5 \cdot X + 5$$

- решаем уравнение

$$71 = X^2 + 5 \cdot X + 5$$

$$X = 6$$

$$X \neq -11$$

**Записать в тетрадь**

# Задачи

**Задача:** Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О и У, записаны в алфавитном порядке. Вот начало списка:

- |          |       |          |
|----------|-------|----------|
| 1. ААААА | А → 0 | 1. 00000 |
| 2. ААААО | О → 1 | 2. 00001 |
| 3. ААААУ | У → 2 | 3. 00002 |
| 4. АААОА |       | 4. 00010 |
| 5. ...   |       | 5. ...   |

в троичной  
системе!

Найдите слово, которое стоит на 140-м месте от начала списка.

на 1-м месте: 0

на 140-м месте: 139

$$139 = 12011_3$$



ОУАОО



Сколько всего?

**Записать в тетрадь**

# Дробные числа

$$0,6375 = 6 \cdot 0,1 + 3 \cdot 0,01 + 7 \cdot 0,001 + 5 \cdot 0,0001$$

## Развёрнутая форма записи:

разряды: <sup>-1</sup> <sup>-2</sup> <sup>-3</sup> <sup>-4</sup>

$$0, \overset{-1}{6} \overset{-2}{3} \overset{-3}{7} \overset{-4}{5} = 6 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} + 7 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-4}$$

$$0, \overset{-1}{1} \overset{-2}{2} \overset{-3}{3} \overset{-4}{4}_5 = 1 \cdot 5^{-1} + 2 \cdot 5^{-2} + 3 \cdot 5^{-3} + 4 \cdot 5^{-4}$$

перевод в десятичную систему

## Записать в тетрадь



# Дробные числа: из десятичной в любую

**10 → 5**

**0,9376**

Вычисления	Целая часть	Дробная часть
$0,9376 \cdot 5 = 4,688$	4	0,688
$0,688 \cdot 5 = 3,44$	3	0,44
$0,44 \cdot 5 = 2,2$	2	0,2
$0,2 \cdot 5 = 1$	1	0

**$0,9376 = 0,4321_5$**

**10 → 5**

**0,3**



Что делать?

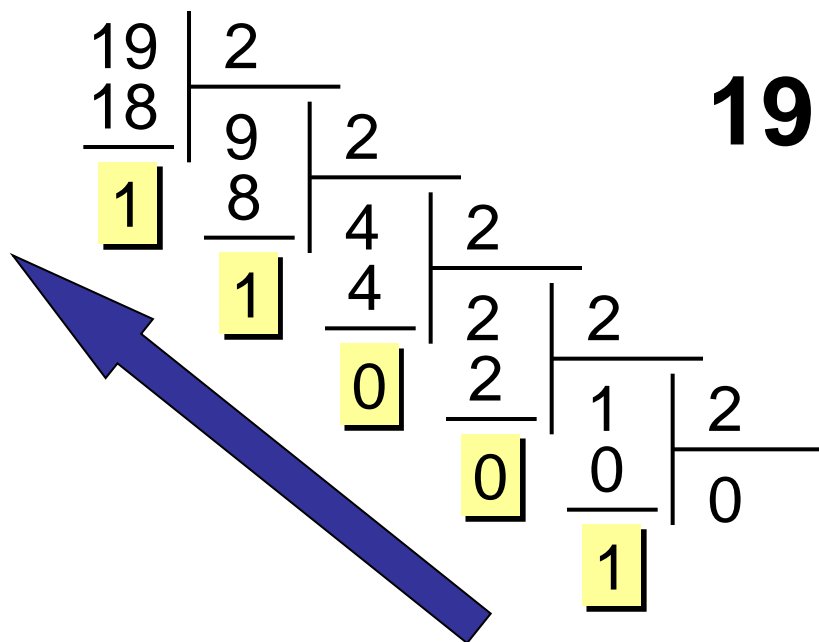
**Записать в тетрадь**

# Двоичная система

Основание (количество цифр): 2

Алфавит: 0, 1

**10 → 2**



$$19 = 10011_2$$

система  
счисления

**2 → 10**

4 3 2 1 0    разряды

$$10011_2 = 1 \cdot 2^4 + \cancel{0 \cdot 2^3} + \cancel{0 \cdot 2^2} + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

$$= 16 + 2 + 1 = 19$$

**Записать в тетрадь**

# Перевод из двоичной в десятичную

разряды <sup>6 5 4 3 2 1 0</sup>

$$1001101_2 = 2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^0$$
$$= 64 + 8 + 4 + 1 = 77$$

**Записать в тетрадь**

# Арифметические операции

## сложение

$$0+0=0 \quad 0+1=1 \quad \text{перенос}$$

$$1+0=1 \quad 1+1=10_2$$

$$1+1+1=11_2$$

1 1 1 1 1

$$\begin{array}{r} 10110_2 \\ + 111011_2 \\ \hline \end{array}$$

$$1010001_2$$

## вычитание

$$0-0=0 \quad 1-1=0$$

$$1-0=1 \quad 10_2-1=1$$

заём

$$\begin{array}{r} 0110010_2 \\ - 1000101_2 \\ \hline 0101010_2 \end{array}$$

Записать в тетрадь

# Арифметические операции

$$\begin{array}{r} 101101_2 \\ + 11111_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10111_2 \\ + 101110_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111011_2 \\ + 11011_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111011_2 \\ + 10011_2 \\ \hline \end{array}$$

**Записать в тетрадь**

# Арифметические операции

$$\begin{array}{r} 101101_2 \\ - 11111_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110011_2 \\ - 10101_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11011_2 \\ - 110101_2 \\ \hline \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 110101_2 \\ - 11011_2 \\ \hline \end{array}$$

**Записать в тетрадь**

# Арифметические операции

умножение

$$\begin{array}{r}
 10101_2 \\
 \times 101_2 \\
 \hline
 10101_2 \\
 + 10101_2 \\
 \hline
 1101001_2
 \end{array}$$

деление

$$\begin{array}{r}
 10101_2 \bigg| 111_2 \\
 - 111_2 \\
 \hline
 111_2 \\
 - 111_2 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Записать в тетрадь



# Двоичная система счисления



- нужны только устройства с **двумя состояниями**
- **надёжность передачи** данных при помехах
- компьютеру проще выполнять **вычисления** (умножение сводится сложению и т.п.)



- **длинная** запись чисел:  $1024 = 100000000000_2$
- запись **однородна** (только 0 и 1)

# Восьмеричная система счисления

Основание: 8

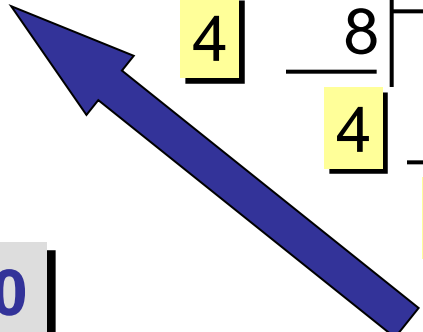
Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

**10 → 8**

100	8	
96	12	8
4	8	1
	4	0
		1
		0

**100 = 144<sub>8</sub>**

**8 → 10**



2 1 0    разряды

$$144_8 = 1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0$$

$$= 64 + 32 + 4 = 100$$

**Записать в тетрадь**

# Примеры

---

$$134 =$$

$$75 =$$

$$134_8 =$$

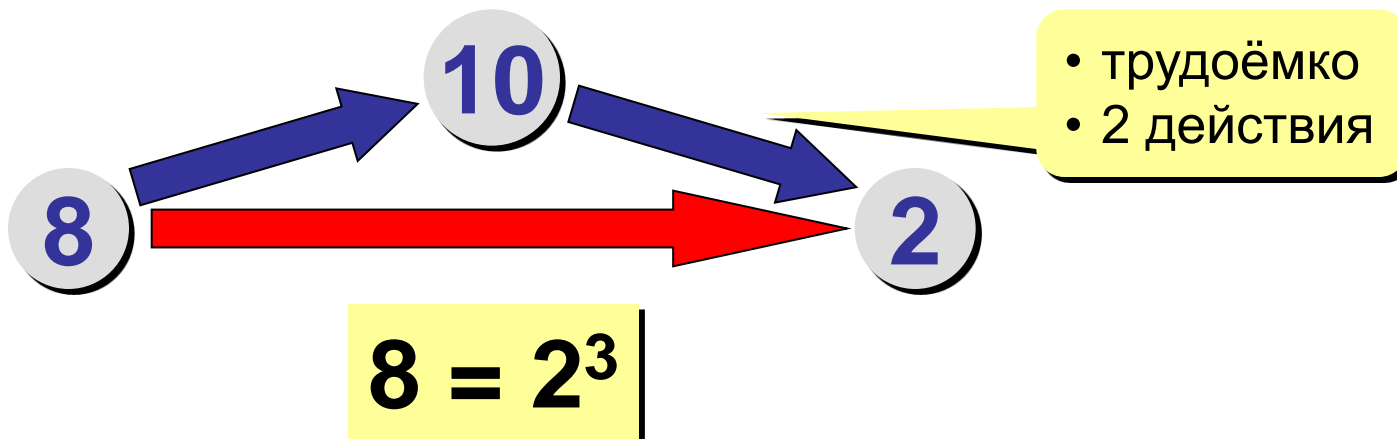
$$75_8 =$$

Записать в тетрадь

# Восьмеричная система счисления

$X_{10}$	$X_8$	$X_2$
0	0	000
1	1	001
2	2	010
3	3	011
4	4	100
5	5	101
6	6	110
7	7	111

# Перевод в двоичную систему счисления



Каждая восьмеричная цифра может быть записана как три двоичных (*триада*)!

$$1725_8 = \underbrace{001}_1 \underbrace{111}_7 \underbrace{010}_2 \underbrace{101}_5_2$$

# Примеры

$$3467_8 =$$

$$7352_8 =$$

$$1231_8 =$$

**Записать в тетрадь**

# Перевод из двоичной в восьмеричную

$100101110111_2$

**Шаг 1.** Разбить на триады, начиная справа:

$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$

**Шаг 2.** Каждую триаду записать одной восьмеричной цифрой:

$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$

$\boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{3}\ \boxed{5}\ \boxed{7}$

**Ответ:**  $100101110111_2 = 11357_8$

**Записать в тетрадь**



# Примеры

$$101101010010_2 =$$

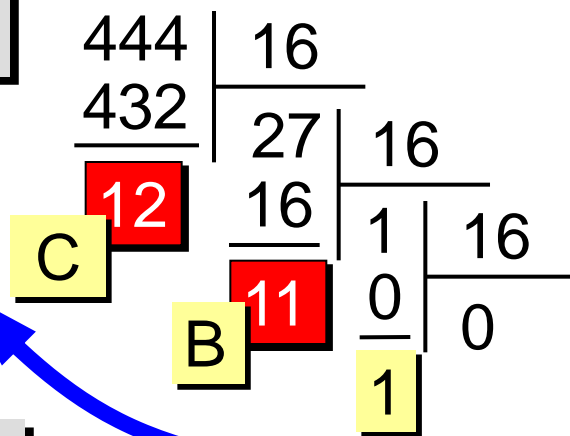
$$11111101011_2 =$$

$$1101011010_2 =$$

Записать в тетрадь

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, **A**, **B**, **C**, **D**, **E**, **F**  
10 11 12 13 14 15

10 → 16


$$444 = 1BC_{16}$$

**16 → 10**

2 1 0 разряды

$$1BC_{16} = 1 \cdot 16^2 + B \cdot 16^1 + C \cdot 16^0$$
$$= 256 + 176 + 12 = 444$$

## Записать в тетрадь

## Примеры

$$171 =$$

$$1C5_{16} =$$

$$206 =$$

$$22B_{16} =$$

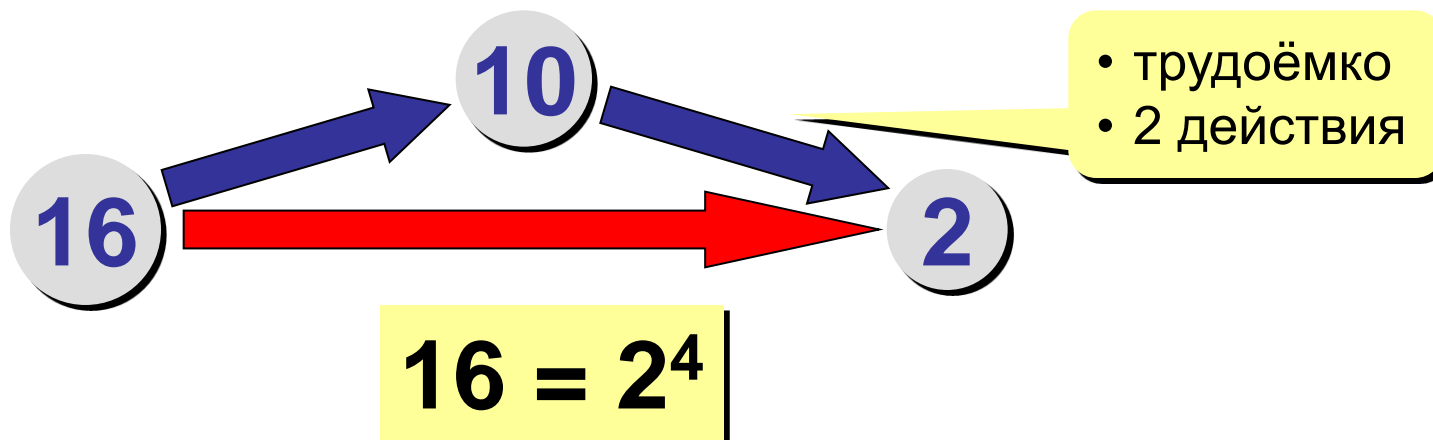
**Записать в тетрадь**

# Шестнадцатеричная система счисления

$X_{10}$	$X_{16}$	$X_2$
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111

$X_{10}$	$X_{16}$	$X_2$
8	8	1000
9	9	1001
10	A	1010
11	B	1011
12	C	1100
13	D	1101
14	E	1110
15	F	1111

# Перевод в двоичную систему



**!** Каждая шестнадцатеричная цифра может быть записана как четыре двоичных (*тетрада*)!

$$7F1A_{16} = \underbrace{0111}_7 \underbrace{1111}_F \underbrace{0001}_1 \underbrace{1010}_A_2$$

# Примеры

$$\text{C73B}_{16} =$$

$$\text{2FE1}_{16} =$$

**Записать в тетрадь**

# Перевод из двоичной системы

$1001011101111_2$

**Шаг 1.** Разбить на тетрады, начиная справа:

$0001\ 0010\ 1110\ 1111_2$

**Шаг 2.** Каждую тетраду записать одной шестнадцатеричной цифрой:

$0001\ 0010\ 1110\ 1111_2$   
 $\boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{E}\ \boxed{F}$

**Ответ:**  $1001011101111_2 = 12EF_{16}$

**Записать в тетрадь**



## Примеры

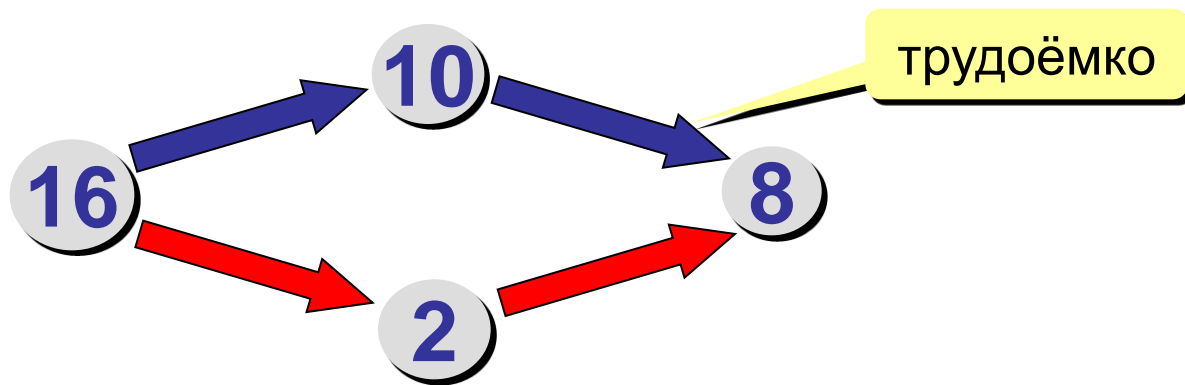
$$1010101101010110_2 =$$

$$111100110111110101_2 =$$

$$110110110101111110_2 =$$

**Записать в тетрадь**

# Перевод в восьмеричную и обратно



**Шаг 1.** Перевести в двоичную систему:

$$3DEA_{16} = 11\ 1101\ 1110\ 1010_2$$

**Шаг 2.** Разбить на триады (справа):

$$011\ 110\ 111\ 101\ 010_2$$

**Шаг 3.** Триада – одна восьмеричная цифра:

$$3DEA_{16} = 36752_8$$

## Примеры

$$A35_{16} =$$

$$765_8 =$$

**Записать в тетрадь**