

Департамент образования
Администрации г. Ханты-Мансийска
муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа № 8»
628007, г. Ханты-Мансийск, ул. Гагарина, 133а
Тел. 32-24-90, 32-24-82; 32-24-88; факс. 32-24-91

Исследовательская работа

«Числа Фибоначчи и золотое сечение»

Выполнил: ученик 8 класса

Войков Денис

Руководитель:

учитель математики

высшей квалификационной категории,

магистр педагогики

Джура Елена Николаевна

г. Ханты-Мансийск

2018 год

Оглавление

1. Введение (цель, задачи, гипотеза, методы исследования).....	2
2. Теоретическая часть.....	3
3. Выявление геометрической закономерности.....	4
4. Заключение.....	14

Введение

Человек стремится к знаниям, пытается изучить мир, который его окружает. В процессе наблюдений появляются многочисленные вопросы, на которые, соответственно требуется найти ответы. Человек ищет эти ответы, а находя их, появляются другие вопросы.

Сегодня, в век высоких технологий, изучение ведётся не только на нашей планете Земля, но и за её пределами – во Вселенной. Но это не значит, что на Земле всё изучено, а наоборот, остаётся огромное количество непонятных и необъяснимых явлений. Но есть «ответы», которые дают объяснение сразу нескольким таким явлениям.

Оказывается, закономерность явлений природы, строение и многообразие живых организмов на нашей планете, всё, что нас окружает, поражая воображение своей гармонией и упорядоченностью, законы мироздания, движение человеческой мысли и достижения науки – всё это можно объяснить последовательностью Фибоначчи.

Извечное стремление человека познать себя и окружающий мир двигало науку вперёд.

Актуальность исследования. На мой взгляд, в настоящее время недостаточно внимания уделяется математическим фактам известным из истории развития науки.

На примере чисел Фибоначчи мы хотели бы показать, насколько они могут быть глобальны и широко применимы не только в математике, но и в повседневной жизни.

Целью нашей работы является изучение истории, свойств, применения и связей чисел Фибоначчи с золотым сечением.

Содержание

Введение.....	2
Глава 1	
История Чисел Фибоначчи.....	3
Глава 2	
Последовательность Фибоначчи.	6
Глава 3	
Золотое сечение – гармоническая пропорция.....	8
Заключение.....	29
Список литературы.....	30

Введение

Человек стремится к знаниям, пытается изучить Мир, который его окружает. В процессе наблюдений появляются многочисленные вопросы, на которые, соответственно, требуется найти ответы. Человек ищет эти ответы, а находя их, появляются другие вопросы.

Сегодня, в век высоких технологий, изучение ведётся не только на нашей планете Земля, но и за её пределами – во Вселенной.

Но это не значит, что на Земле всё изучено, а наоборот, остаётся огромное количество непонятных и необъяснимых явлений. Но есть «ответы», которые дают объяснение сразу нескольким таким явлениям.

Оказывается, закономерность явлений природы, строение и многообразие живых организмов на нашей планете, всё, что нас окружает, поражая воображение своей гармонией и упорядоченностью, законы мироздания, движение человеческой мысли и достижения науки – всё это можно объяснить последовательностью Фибоначчи.

Извечное стремление человека познать себя и окружающий мир двигало науку вперёд.

Актуальность исследования. На мой взгляд в настоящие дни уделяется мало внимания математическим теоремам и фактам, известным из истории развития науки. На примере чисел Фибоначчи я хотел бы показать насколько они могут быть глобальны и широко применимы не только в математике, но и в повседневной жизни.

Целью моей работы является изучение истории, свойств, применения и связей чисел Фибоначчи с золотым сечением.

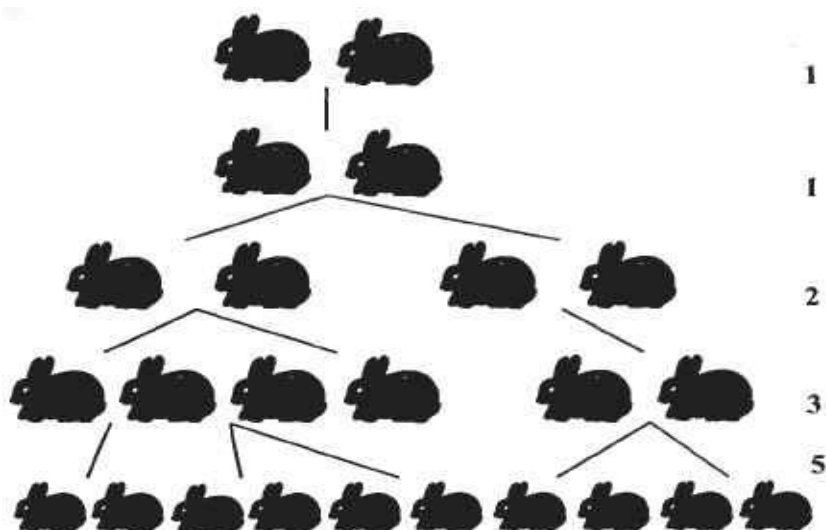
Глава 1.

Числа Фибоначчи и их история.

Леонардо (1170-1250гг.) был рожден в Пизе. В последствии получил прозвище Фибоначчи, что означает «хорошо рожденный сын». Его отец торговал в арабских странах Северной Африки. Там Леонардо изучал математику с арабскими учителями, а также знакомился с достижениями индийских и древнегреческих ученых по трактатам в арабском переводе. Усвоив весь изучаемый им материал, он создал собственную книгу – «Книгу абака» (первое издание было написано в 1202 году, но до нас сохранилось только переиздание 1228 года). Таким образом, он стал первым средневековым выдающимся математиком, а также ознакомил Европу с арабскими цифрами и десятичной системой вычисления, которой мы пользуемся каждый день с ранних лет и до самой старости.



«Книгу абака» можно разделить на пять частей по содержанию. Первые пять глав книги посвящены арифметике целых чисел на основе десятичной нумерации. В 6-7 главе описаны действия над обыкновенными дробями. В 8-10 главе описаны приемы решения задач с помощью пропорций. В 11 главе рассматриваются задачи на смешение, в 12 главе речь идет о так называемых числах Фибоначчи. Далее описаны еще некоторые приемы с числами и приведены задачи на разные темы.



Основная

задача, поясняющая возникновение ряда чисел Фибоначчи – задача о кроликах.

Вопрос задачи звучит так: «Сколько пар кроликов в один год рождается от одной пары?». К задаче дано пояснение, что пара кроликов через месяц рождает еще одну пару, а по природе кролики начинают рожать потомство на второй месяц после своего рождения. Автор дает нам решение задачи.

Получается, что в первый месяц первая пара родит еще одну. Во второй первая пара родит еще одну – будет три пары. В 3-ий месяц родят две пары – изначально данная и рожденная в первый месяц. Получается 5 пар. И так далее, используя такую же логику в рассуждении, мы получим, что в четвертый месяц будет 8 пар, в пятый 13, в шестой 21, в седьмой 34, в восьмой 55, в девятый 89, в десятый 144, в одиннадцатый 233, в двенадцатый 377.

¹ Воробьев Н.Н. «Числа Фибоначчи», М: Наука 1978.

Мы можем обозначить кол-во кроликов в любой из двенадцати месяцев как u_n . Мы получаем ряд чисел:

$$u_1, u_2, \dots, u_n^2 \quad (1)$$

В ряде этих чисел каждый член равен сумме двух предыдущих. Получается, что любой член ряда можно определить по уравнению:

$$u_n = u_{n-1} + u_{n-2}^3 \quad (2)$$

Рассмотрим важный частный случай для этого уравнения, когда u_1 и $u_2=1$. Мы получим последовательность чисел 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377...

Эту же последовательность чисел мы получали в задачу про кроликов.

Эти числа названы числами Фибоначчи в честь автора.

Эти числа, а также уравнение (2) обладает многими свойствами, которые будут рассматриваться в моей работе.

² Там же с.9.

³ Там же.

Глава 2.

Последовательность Фибоначчи.

Вы впервые слышите об этом и даже не предполагаете, из какой это области знаний? Оказывается, закономерность явлений природы, строение и многообразие живых организмов на нашей планете, всё, что нас окружает, поражая воображение своей гармонией и упорядоченностью, законы мироздания, движение человеческой мысли и достижения науки – всё это объясняет суммационная последовательность Фибоначчи.

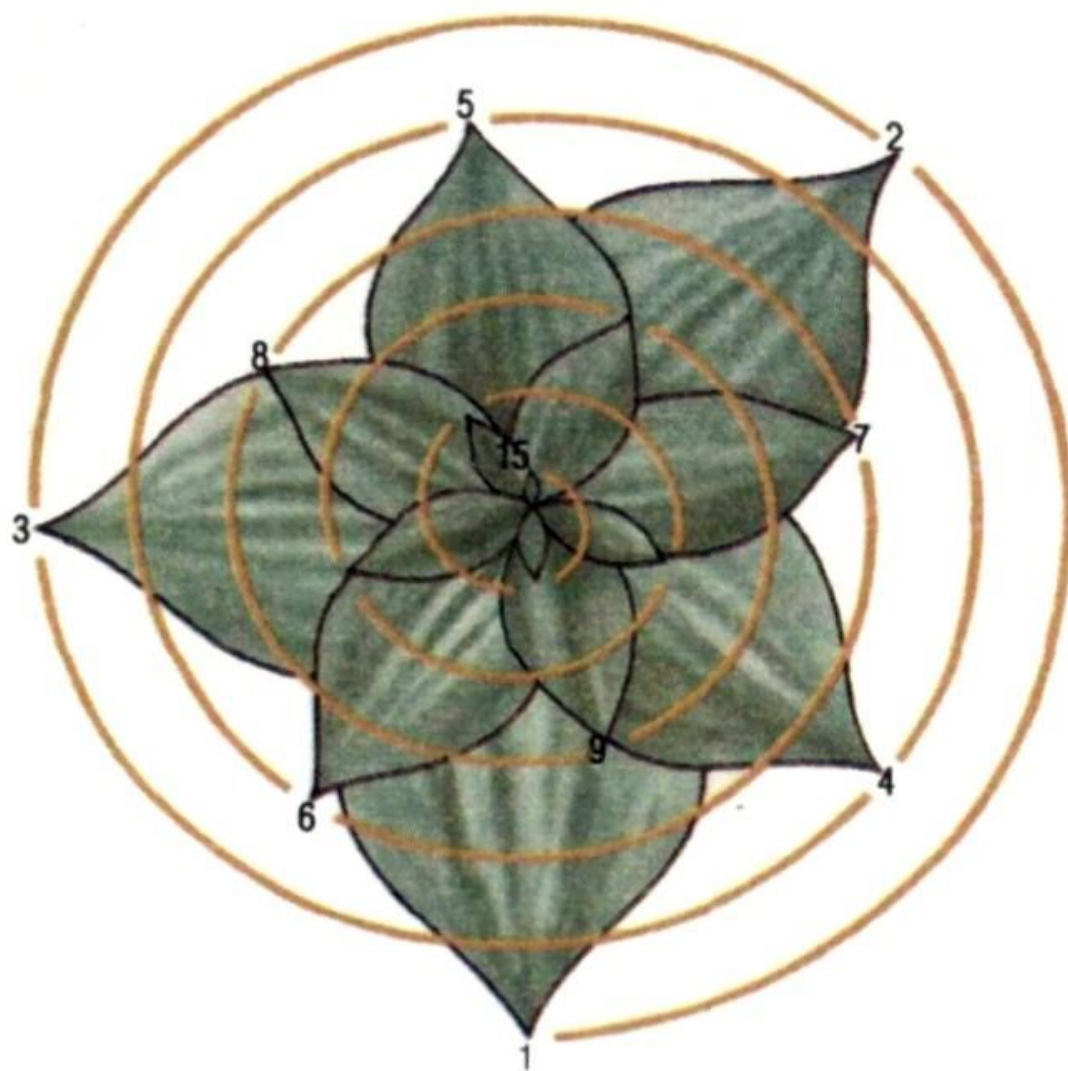
Извечное стремление человека познать себя и окружающий мир двигало науку вперёд.

Одним из наиболее значимых достижений в математике является введение арабских цифр вместо римских. Оно принадлежит одному из самых замечательных ученых двенадцатого столетия Фибоначчи (1175 г.). Его именем было названо ещё одно сделанное им открытие – суммационную последовательность: 1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,... Это – так называемые числа Фибоначчи.

Обнаруженная математическая последовательность позволяет вычислить бесконечное число постоянных величин. Члены этой последовательности всегда будут проявляться в нескончаемом количестве сочетаний.

С помощью установленной закономерности даётся математическое толкование природных явлений. В этой связи, открытию математической последовательности принадлежит одно из самых значительных мест в историческом знании.

Мы можем сослаться на целый ряд интересных теорий, выведенных на основе математической последовательности.



Этот принцип поясняет, что начиная с 1,1, следующим числом будет сумма двух предыдущих чисел. Эта закономерность имеет большое значение. Это последовательность все медленнее и медленнее – асимптотически – приближается к некоему постоянному отношению. Однако отношение это является иррациональным, то есть имеет в дробной части бесконечную и непредсказуемую последовательность цифр. Точное его выражение невозможно. Разделив любой член последовательности Фибоначчи на член, предшествующий ему, мы получим величину, которая колеблется возле значения 1.61803398875... (иррациональное), которая будет то не достигать, то превосходить его всякий раз. Даже Вечности не хватит для того, чтобы **совершенно точно** определить это соотношение. Для краткости мы будем использовать его в виде 1.618.

Глава 3.

Золотое сечение – гармоническая пропорция

В математике *пропорцией* (лат. proportio) называют равенство двух отношений: $a : b = c : d$.

Отрезок прямой AB можно разделить на две части следующими способами:

- на две равные части – $AB : AC = AB : BC$;
- на две неравные части в любом отношении (такие части пропорции не образуют);
- таким образом, когда $AB : AC = AC : BC$.

Последнее и есть золотое деление или деление отрезка в крайнем и среднем отношении.

Золотое сечение – это такое пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором весь отрезок так относится к большей части, как сама большая часть относится к меньшей; или другими словами, меньший отрезок так относится к большему, как больший ко всему.

$a : b = b : c$ или $c : b = b : a$.

$$F_0 = 0, \quad F_1 = 1, \quad F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$$

Рис. 1. Геометрическое изображение золотой пропорции

Практическое знакомство с золотым сечением начинают с деления отрезка прямой в золотой пропорции с помощью циркуля и линейки.

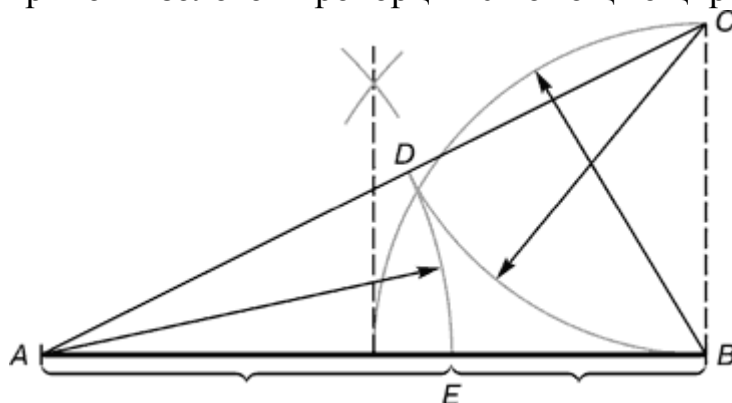


Рис. 2. Деление отрезка прямой по золотому сечению.

$$BC = 1/2 AB; \quad CD = BC$$

Из точки B восставляется перпендикуляр, равный половине AB .

Полученная точка C соединяется линией с точкой A . На полученной линии откладывается отрезок BC , заканчивающийся точкой D .

Отрезок AD переносится на прямую AB . Полученная при этом точка E делит отрезок AB в соотношении золотой пропорции.

Отрезки золотой пропорции выражаются бесконечной иррациональной дробью $AE = 0,618\dots$, если AB принять за единицу, $BE = 0,382\dots$. Для практических целей часто используют приближенные значения 0,62 и 0,38. Если отрезок AB принять за 100 частей, то большая часть отрезка равна 62, а меньшая – 38 частям.

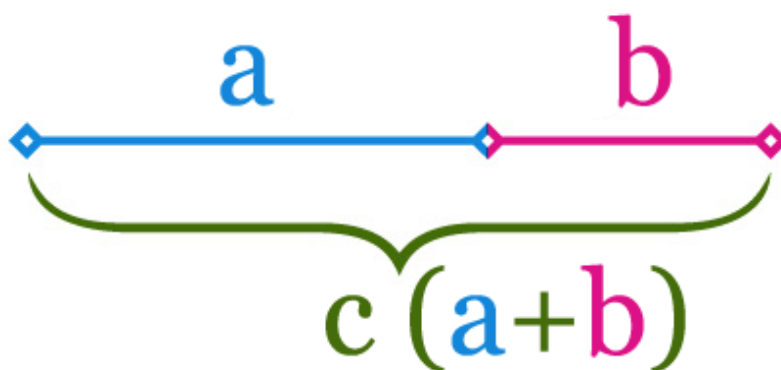
Свойства золотого сечения описываются уравнением:

$$x^2 - x - 1 = 0.$$

Решение этого уравнения:

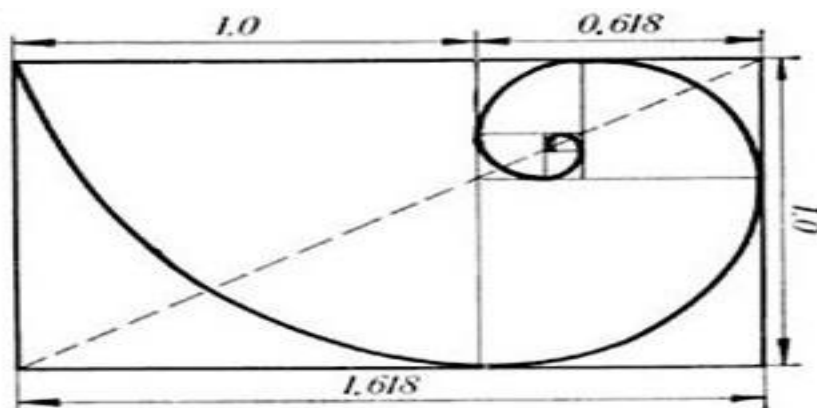
$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Свойства золотого сечения создали вокруг этого числа романтический



ореол таинственности и чуть ли не мистического поклонения.

Золотое сечение (золотая пропорция, деление в крайнем и среднем отношении) — деление непрерывной величины на две части в



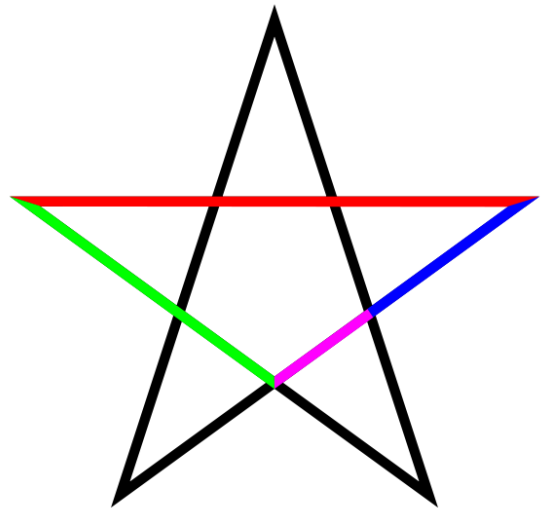
таком отношении, при котором меньшая часть так относится к большей, как большая ко всей величине.⁴

Попробуем объяснить это на примере бесконечной прямой. Примем всю прямую c за единицу. Разделим ее на две части a и b , которые делят прямую на отрезки равные по отношению к 1, как 0.618 и 0.382 соответственно. А эти числа являются одними из коэффициентов ряда чисел Фибоначчи. Мы получаем, что отношение больших частей этой прямой к меньшим, асимптотически приближается к числу φ .

Существует две основные фигуры, в которых отражается принцип золотого сечения.

Золотое сечение было известно еще древним грекам. Архимед считается открывателем Архимедовой спирали. Её смысл состоит в том, что каждый новый завиток увеличивается в определенное число, и отношение этих завитков равно числу φ .

⁴ Википедия. Свободная энциклопедия. [Электронный ресурс]. Золотое сечение. Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org>. Свободный. Данные соответствуют – 15.03.2012г.



Вторая фигура – золотой треугольник. Это равнобедренный треугольник, в котором отношение боковых сторон к основанию равно φ . На его



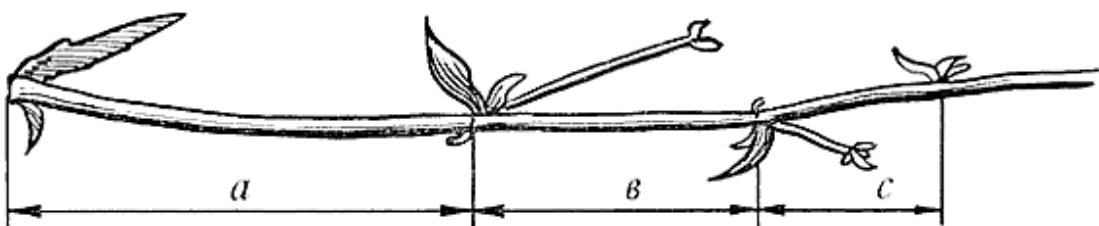
основе построены такие фигуры как пентаграмма и пятиконечная звезда.



Многие ученые и поэты обращали на то, что многое в природе напоминает спирали. Это действительно так. Строение раковины полностью совпадает с архимедовой спиралью.

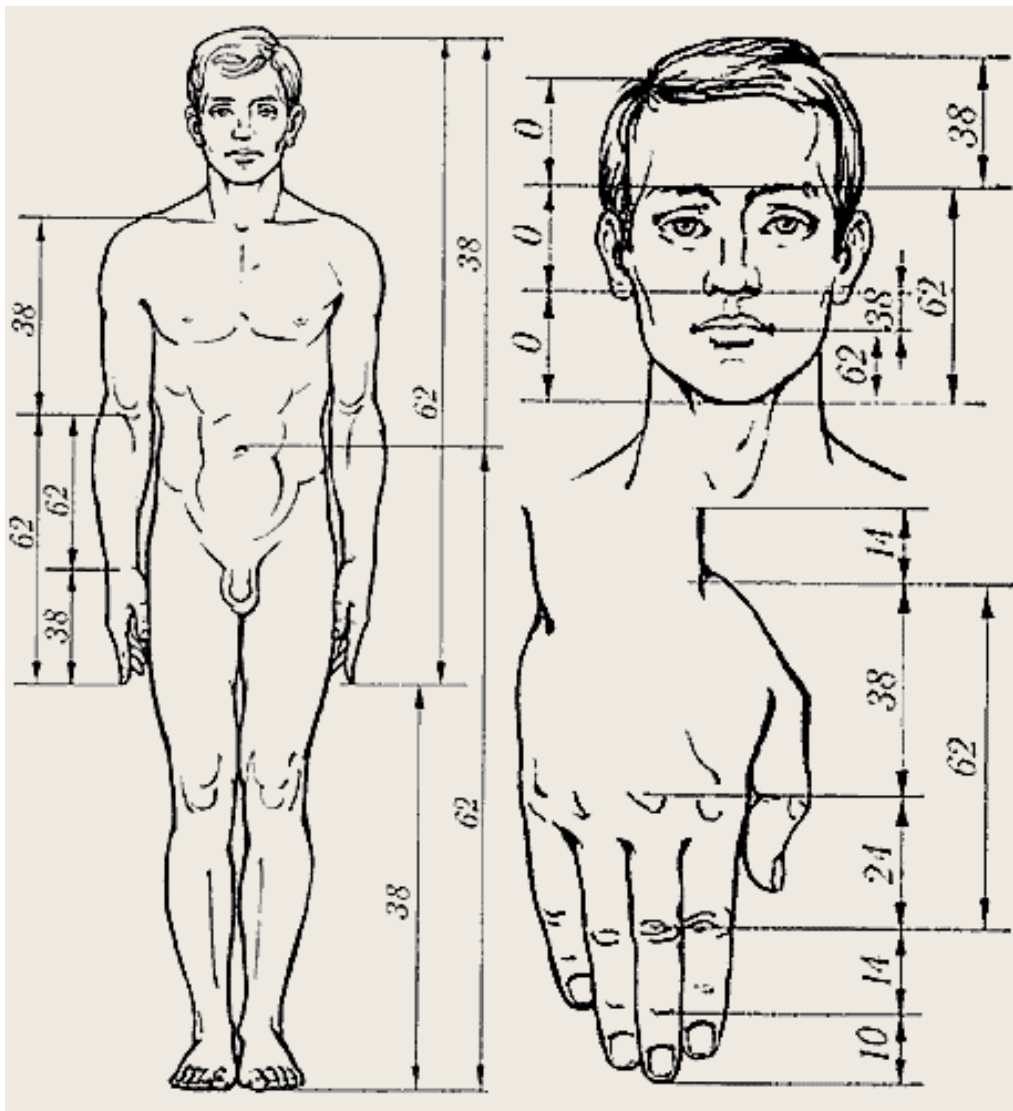
Паук строит свою паутину спиралевидно, бивни мамонтов и рога многих животных строятся на основе архимедовой спирали.

Ботаники совместно с математиками долгое время изучали строение растений и их плодов. Они пришли к интересным выводам. Оказывается, что стебли и листья всех растений растут импульсивно по принципу уменьшения в пропорции золотого сечения. Если весь стебель обозначить за 100, то первый этап роста будет равен 62, второй –



38, третий – 24.

На самом деле строение нашего тела тоже можно рассмотреть относительно золотой пропорции. Любую часть нашего тела



можно разделить также как и бесконечную прямую в начале этой главы.

Также было установлено, что молекулу нашей ДНК составляют две спирали длиной 34 ангстрема и шириной 21 ангстрем.⁵ А так как это числа ряда Фибоначчи, их отношение равно золотой пропорции.

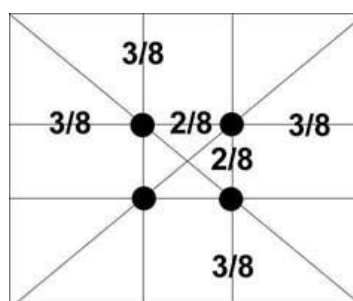
Золотое сечение является основополагающим и в строении галактик.

Например, даже млечный путь выстроен по принципу Архимедовой спирали.

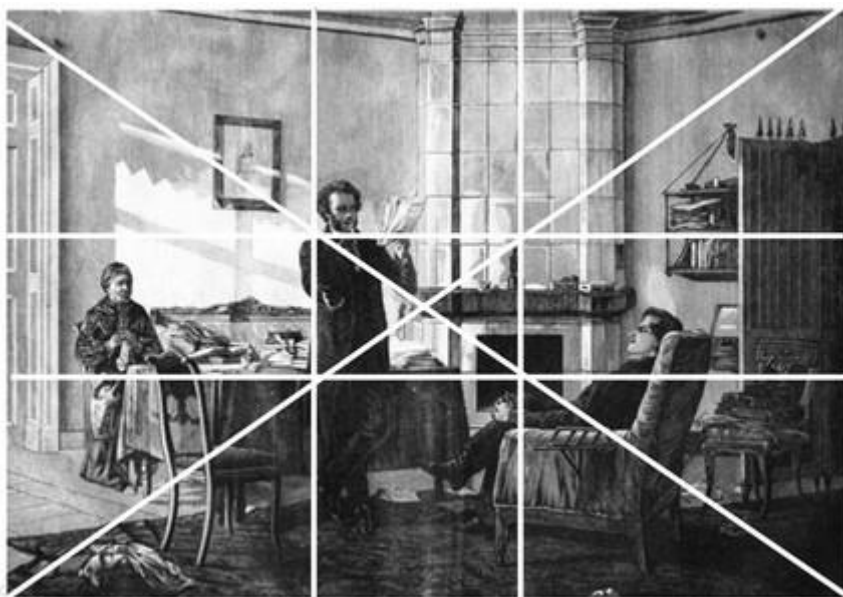


Золотое сечение в живописи

Еще в эпоху Возрождения художники открыли, что любая картина имеет определенные точки, невольно приковывающие наше внимание, так называемые зрительные центры. При этом абсолютно неважно, какой формат имеет картина - горизонтальный или вертикальный. Таких точек всего четыре, они делят величину изображения по горизонтали и вертикали в золотом сечении, т.е. расположены они на расстоянии примерно $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{8}$ от соответствующих краев плоскости.



⁵ Википедия. Свободная энциклопедия. [Электронный ресурс]. Числа Фибоначчи. Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org>. Свободный. Данные соответствуют – 15.03.2012г.



В этой картине фигура Пушкина поставлена художником слева на линии золотого сечения. Композиционное построение картины подобно картине Репина. Голова военного, с восторгом слушающего чтение поэта, находится на другой вертикальной линии золотого сечения.

Широко использовал золотое сечение в своем творчестве талантливый русский художник Константин Васильев, рано ушедший из жизни. Еще будучи студентом Казанского художественного училища, он впервые услышал о "золотом сечении". И с тех пор, приступая к каждой своей работе, он всегда начинал с того, что мысленно пытался определить на холсте ту основную точку, куда должны были стягиваться, как к невидимому магниту, все сюжетные линии картины. Ярким примером картины, построенной "по золотому сечению", является картина "У окна".



О чем хотел поведать нам художник в этой картине? Об этом можно

лишь догадываться. Одно бесспорно - перед нами жизнь как она есть. То, что двое этих молодых людей бесконечно любят друг друга, мы понимаем при первом взгляде на картину. Но если он весь во власти своего неудержимого порыва, готов отстаивать свою любовь перед кем угодно, то ее чувства что-то сдерживают. Что именно - страх, гордыня, верность родовым традициям: А может быть, наитие, природное чутье, более свойственное женскому сердцу, подсказывает ей, что не время им сейчас думать о любви?

Приведём пример такого «двойного золотого сечения» из живописи.

Пример этот особенно интересен потому, что он взят из произведения крупнейшего, никем не оспариваемого представителя реалистического направления в живописи.

И тот факт, что это встречается именно у него, может служить укором тем предрассудкам, согласно которым для реализма будто бы достаточно одной бытовой правды, строгость же композиционного письма отнюдь не важна и даже чуть ли не вредна!

Анализ работ подлинно великих мастеров реализма говорит о другом. Проблемы композиции творчески мучили их так же неустанно, как проблемы воплощения правды жизни, ибо до конца искренне прочувствованная и до конца полно выраженная в своих чувствах правда воплотится через все средства, которые находятся в руках автора. Но об этом уже было сказано подробно и обстоятельно. Перейдём к примеру.

Картина эта — «Боярыня Морозова». Автор — В. И. Суриков. Та картина и тот художник, о правдивости которых писал Стасов (в 1887 г.):

«...Суриков создал теперь такую картину, которая, по-моему, есть первая из всех наших картин на сюжеты из русской истории...

Сила правды, сила историчности, которыми дышит новая картина Сурикова, поразительны...».

И неразрывно с этим, это тот же Суриков, который писал о своём пребывании в Академии:

«...больше всего композицией занимался. Там меня «композитором» звали: я всё естественность и красоту композиции изучал. Дома сам себе задачи задавал и разрешал...».

Таким «композитором» Суриков оставался на всю жизнь. Любая его картина — живое тому подтверждение.

И наиболее яркое — «Боярыня Морозова».

Здесь сочетание «естественности» и красоты в композиции представлено, пожалуй, наиболее богато.

Но что такое это соединение «естественности и красоты», как не «органичность» в том смысле, как мы о ней говорили выше?

Но где идёт речь об органичности, там... ищи золотое сечение в пропорциях!

Тот же Стасов писал про «Боярыню Морозову» как о «солисте» в окружении «хора». Центральная «партия» принадлежит самой боярыне. Роли ее отведена средняя часть картины. Она окована точкой высшего взлёта и точкой низшего спадания сюжета картины. Это — взлёт руки Морозовой с двуперстным крестным знаменем как высшая точка. И это — беспомощно протянутая к той же боярыне рука, но на этот раз — рука старухи — нищей странницы, рука, из-под которой вместе с последней надеждой на спасение выскальзывает конец розвальней. Это две центральные драматические точки «роли» боярыни Морозовой: «нулевая» точка и точка максимального взлёта.

Единство драмы как бы прочерчено тем обстоятельством, что обе эти точки прикованы к решающей центральной диагонали, определяющей весь основной строй картины.

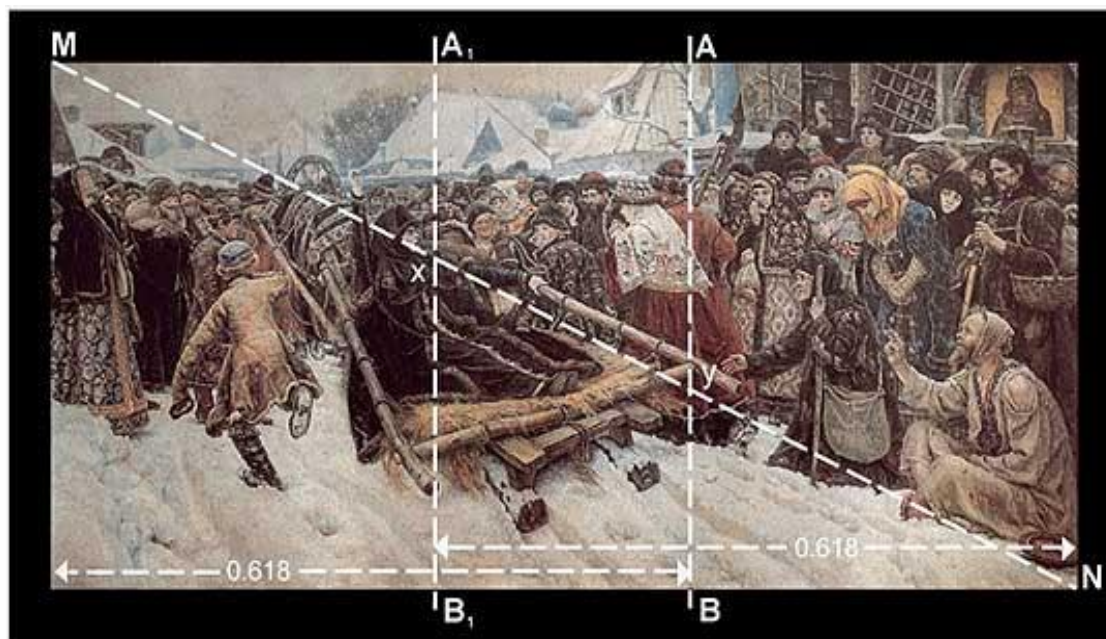
Они не совпадают буквально с этой диагональю, и именно в этом — отличие живой картины от мёртвой геометрической схемы.

Но устремлённость к этой диагонали и связанность с нею налицо.

Постараемся пространственно определить, какие ещё решающие сечения проходят вблизи этих двух точек драмы.

Маленькая чертёжно-геометрическая работа покажет нам, что обе эти точки драмы включают между собой два вертикальных

сечения, которые проходят на 0,618... от каждого края прямоугольника картины!



«Низшая точка» целиком совпадает с сечением AB , отстоящем на 0,618... от левого края.

А как обстоит дело с «высшей точкой»? На первый взгляд имеем кажущееся противоречие: ведь сечение A_1B_1 , отстоящее на 0,618... от правого края картины, проходит не через руку, не даже через голову или глаз боярыни, а оказывается где-то перед ртом боярыни! То есть, другими словами, — это решающее сечение, средство максимально приковать внимание, как будто проходит по воздуху, впустую, перед ртом.

Согласен, что перед ртом.

Согласен, что по воздуху.

Но никак не согласен, что «впустую».

Наоборот!

Золотое сечение режет здесь действительно по самому главному. И неожиданность здесь только в том, что *само это самое главное — пластически неизобразимо.*

Золотое сечение A_1B_1 проходит по слову, которое летит из уст боярыни Морозовой.

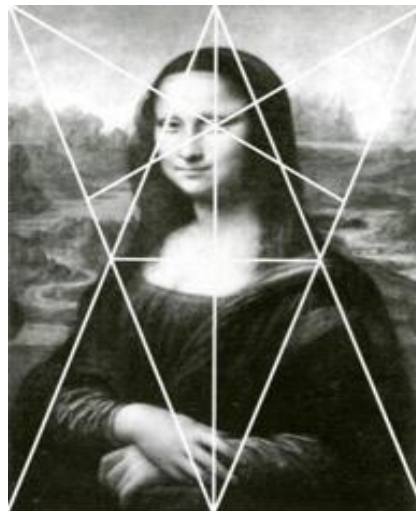
Ибо не рука, не горящие глаза, не рот — здесь главное. Но *огненное слово фанатического убеждения.*

В нём, и именно в нём, — величайшая сила Морозовой.

Тот же Стасов пишет о ней, что она «та самая женщина, про которую Аввакум, глава тогдашних фанатиков, говорил в те дни, что она

«лев среди овец»...». Однако рука — изобразима. Глаз — изобразим. Лицо — изобразимо. Голос — нет.

Что же делает Суриков? В то место, откуда вырывался бы



«пластически не изобразимый» голос, он не помещает никакой детали, способной привлечь к этому месту внимание зрителя. Но он заставляет это внимание зрителя ещё сильнее и ещё взволнованнее задерживаться на этом месте, ибо это место есть пластически не изображённая точка пересечения двух решающих композиционных членений, ведущих глаз по поверхности картины, а именно — основной композиционной линии диагонали и линии, которая проходит через золотое сечение. Здесь Суриков средствами композиционных членений выходит за рамки узко изобразительного пластического изложения, и делает он это для того, чтобы дать ощутить то, что средствами одного пластического изображения и невозможно было бы показать! Он приковывает внимание не только к боярыне Морозовой, не только к ее лицу, но как бы и к самим словам пламенного призыва, вырывающегося из её уст.

Знаменитый портрет Моно Лизы выстроен на золотых треугольниках. А общепризнанная картина Микеланджело «Святое семейство» основана на пентаграмме. Знаменитый «Нотердам Де Пари» основан на деление бесконечного отрезка.



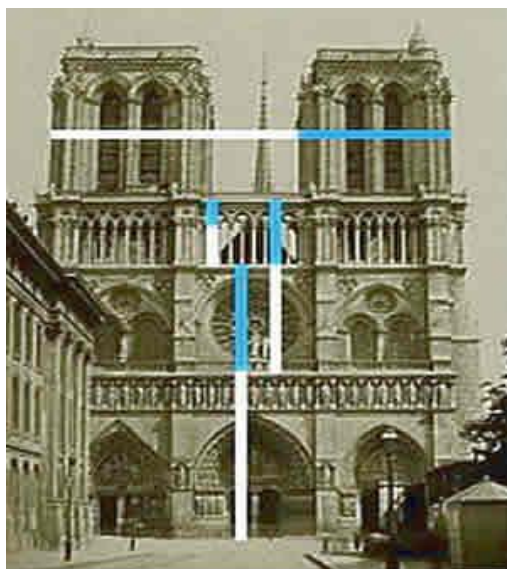
Золотое сечение в поэзии

Однако для области поэзии кое-что существует и в этом направлении. Анализ этого вопроса для строя музыкальных произведений знает больше посылкам на незаконченные



или неизданные работы Э. К. Розенова, дающие очень высокий процент «попаданий» золотого сечения в музыке.

Примеры из поэзии бесчисленны. Особенно ими изобилует Пушкин. Беру наугад два любимых наиболее ярких образца: в них



попадания золотого сечения в самих стихах отбиты знаком полной остановки — точкой. Точкой, которая попадаетея внутри стиха только в месте золотого сечения.

Первый пример взят из второй песни «Руслана и Людмилы»:

.. С порога хижины моей

Так видел я, средь летних дней,
Когда за курицей трусливой
Султан курятника спесивый,
Петух мой по двору бежал
И сладострастными крылами
Уже подругу обнимал;
Над ними хитрыми кругами
Цыплят селенья старый вор,
Прияв губительные меры,
Носился, плавал коршун серый
И пал как молния на двор.
Взвился, летит. || В когтях ужасных
Во тьму расселин безопасных
Уносит бедную злодей.
Напрасно, горестью своей
И хладным страхом пораженный,
Зовет любовницу петух...
Он видит лишь летучий пух,
Летучим ветром занесенный.

(«Руслан и Людмила», 1817—1820. Песнь вторая)

Золотое сечение проходит по тринадцатому стиху (из двадцати),
разрезая его на два массива словесного материала, из которых больший —
точно 0,62 всего объёма (золотое сечение: 0,618).

Из самого же содержания, очевидно, что как раз по этому месту
проходит *сюжетно-темагическое* разделение массива на две части, из
чего наглядно следует, что золотое сечение — отнюдь не отвлеченная
«игра ума», а что оно глубоко связано с содержанием.

Насколько же оно резко выделено, видно хотя бы из того, что во
всём примере — это единственный стих, разрезаемый внутри знаком
«полного препинания» — точкой.

Пример второй:

Верхом, в глуши степей нагих,
Король и гетман мчатся оба.
Бегут. || Судьба связала их.
Опасность близкая и злоба
Даруют силу королю.
Он рану тяжкую свою
Забыл. || Поникнув головою,
Он скачет, русскими гоним,

И слуги верные толпою
Чуть могут следовать за ним.
(«Полтава», 1829. Песнь третья)

Основное золотое сечение приходится после слова «забыл». А: В = 6: 4; точнее, 6,25: 3,75.

По золотому же сечению распадаются и массивы А и В внутри в такой же примерно степени приближения.

Дробления всего массива, а также дробления внутри массива А опять-таки отсечены полными остановками — точками, единственными опять-таки случаями, когда точка появляется внутри стиха.

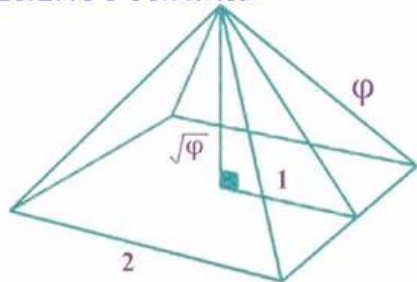
На слове «слуги», где дробится по золотому сечению массив В, вместо точки мы имеем дело с чисто интонационным акцентом, обязательно возникающим при чтении и вызывающим соответствующую задержку перед словом «верные» (как бы «мнимая точка»).

Даты обоих примеров (1817—1820 и 1829) и приведены для того, чтобы показать, что эти элементы «органичности» одинаково характерны для Пушкина в совершенно различные этапы его творчества.

Пирамида в Гизе, которая является одной большой математической головоломкой, тоже содержит в себе золотой принцип: Длина ребра основания пирамиды в Гизе равна 783.3 фута (238.7 м), высота пирамиды -484.4 фута (147.6 м). Длина ребра основания, деленная на высоту, приводит к соотношению $\Phi=1.618$.⁶

⁶Генон. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.genon.ru/GetAnswer.aspx?qid=e615b2cf-eee0-4a8e-a052-865cababb592>. Данные соответствуют 17.03.2012г.

GREAT PYRAMID



Многие пытались разгадать секреты пирамиды в Гизе. В отличие от других египетских пирамид это не гробница, а скорее неразрешимая головоломка из числовых комбинаций. Замечательные изобретательность, мастерство, время и труд архитекторов пирамиды, использованные ими при возведении вечного символа, указывают на чрезвычайную важность послания, которое они хотели передать будущим поколениям. Их эпоха была дописьменной, доиероглифической и символы были единственным средством записи открытий. Ключ к геометро-математическому секрету пирамиды в Гизе, так долго бывшему для человечества загадкой, в действительности был передан Геродоту храмовыми жрецами, сообщившими ему, что пирамида построена так, чтобы площадь каждой из ее граней была равна квадрату ее высоты.

Площадь треугольника

$$356 \times 440 / 2 = 78320$$

Площадь квадрата

$$280 \times 280 = 78400$$

Длина грани пирамиды в Гизе равна 783.3 фута (238.7 м), высота пирамиды - 484.4 фута (147.6 м). Длина грани, деленная на высоту, приводит к соотношению $\Phi = 1.618$. Высота 484.4 фута соответствует 5813 дюймам (5-8-13) - это числа из последовательности Фибоначчи. Эти интересные наблюдения подсказывают, что конструкция пирамиды основана на пропорции $\Phi = 1,618$. Некоторые современные ученые склоняются к интерпретации, что древние египтяне построили ее с единственной целью - передать знания, которые они хотели сохранить для грядущих поколений. Интенсивные исследования пирамиды в Гизе показали, сколь обширными были в те времена познания в математике и астрологии. Во всех внутренних и внешних пропорциях пирамиды число 1.618 играет центральную роль.

Числа Фибоначчи в психологии.

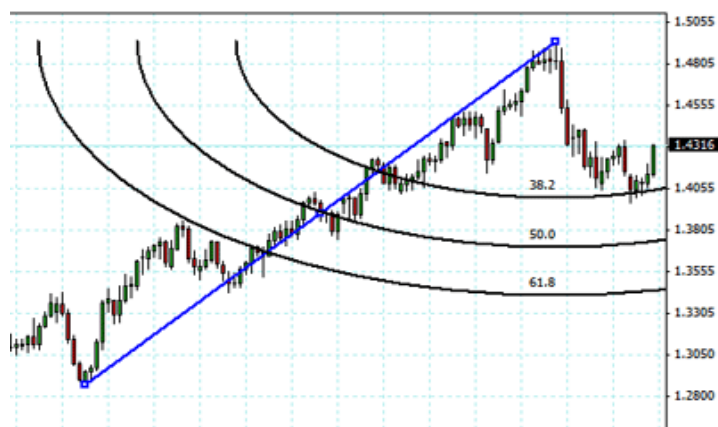
Числа фибоначчи и Золотое сечение также используется и в психологии. Например, чтобы выяснить, как развивается механизм творчества, В.В. Клименко воспользовался математикой, а именно законами чисел Фибоначчи и пропорцией «золотого сечения» — законами природы и жизни человека.

Если развернуть в ряд числа Фибоначчи, то получим: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 и т.д. Отношение между числами Фибоначчи составляет 0,618. Развитие человека также происходит соответственно данной пропорции и подчиняется закону ее чисел, разделяя нашу жизнь на этапы с теми или иными доминантами механизма творчества.

Числа Фибоначчи делят нашу жизнь на этапы по количеству прожитых лет:

- 0 — начало отсчета — ребенок родился. У него еще отсутствуют не только психомоторика, мышление, чувства, воображение, но и оперативный энергопотенциал. Он — начало новой жизни, новой гармонии;
- 1 — ребенок овладел ходьбой и осваивает ближайшее окружение;
- 2 — понимает речь и действует, пользуясь словесными указаниями;
- 3 — действует посредством слова, задает вопросы;
- 5 — «возраст грации» — гармония психомоторики, памяти, воображения и чувств, которые уже позволяют ребенку охватить мир во всей его целостности;
- 8 — на передний план выходят чувства. Им служит воображение, а мышление силами своей критичности направлено на поддержку внутренней и внешней гармонии жизни;
- 13 — начинает работать механизм таланта, направленный на превращение приобретенного в процессе наследования материала, развивая свой собственный талант;
- 21 — механизм творчества приблизился к состоянию гармонии и делаются попытки выполнять талантливую работу;
- 34 — гармония мышления, чувств, воображения и психомоторики: рождается способность к гениальной работе;
- 55 — в этом возрасте, при условии сохраненной гармонии души и тела, человек готов стать творцом. И так далее...

Золотое сечение, названное еще коэффициентом Фибоначчи, имеет и практическое применение на рынке Форекс. Благодаря нему можно узнавать предельные точки движения рынка, на которых должен начаться откат или же дальнейший рост. Как правило, движение рынка может резко измениться именно после прохождения этих точек, что позволяет входить на рынок в этот период с максимальной ожидаемой доходностью. На основе чисел Фибоначчи моделируются и линии сопротивления и поддержки, благодаря построению дуг. Центром такой дуги является предыдущая точка максимального потолка или дна рынка, а ее радиус высчитывается с помощью умножения специального коэффициента (от 0.3 до 0.66) на величину предыдущего максимального роста или падения рынка.



Графический пример: Дуги Фибоначчи Fibonacci Arcs

Числа Фибоначчи, кроме того, являются математической основой волновой теории Эллиота. Известный английский экономист выделил закономерность чередования импульсивных(трендовых) волн и коррелирующих (противоположных тренду). Эллиот установил, что, согласно особенностям психологического поведения, на рынке происходит 5 волн тренда, после которых наступает 3 откатные волны, противоположные тренду.

Числа Фибоначчи, выраженные в коэффициенты вполне способны рассчитать длину коррелирующих волн. Теория Эллиота, кроме математической, имеет и психологическую основу: большинство трейдеров ожидают именно такого движения цены, в результате чего оно и происходит, что делает Теорию Эллиота «самосбывающимся пророчеством», хотя отнюдь не снижает ее ценность.

Определение отрезков времени и использование чисел Фибоначчи при установлении длительности циклов

Один из простейших способов применения чисел Фибоначчи на практике — определение отрезков времени, через которое произойдет то или иное событие, например, изменение тренда. Аналитик отсчитывает определенное количество фибоначчиевских дней или недель (13, 21, 34, 55 и т.д.) от предыдущего сходного события. Этот метод не всегда точен именно в связи со своей простотой, но может быть удобен для подстраховки в сочетании с более сложными методами.

Числа Фибоначчи имеют широкое применение при определении длительности периода в Теории Циклов. За основу каждого доминантного цикла берется определенное количество дней, недель, месяцев, связанное с числами Фибоначчи. Например, длина Цикла (Волны) Кондратьева равна 54 годам. Отметим близость этой величины к фибоначчиевскому числу 55.

Дуги. Веерные и скоростные линии

Один из способов применения чисел Фибоначчи — построение *дуг* (рис. 5.5). Центр для такой дуги выбирается в точке важного *потолка* (top) или *дна* (bottom). Радиус дуг вычисляется с помощью умножения коэффициентов Фибоначчи на величину предыдущего значительного спада или подъема цен.

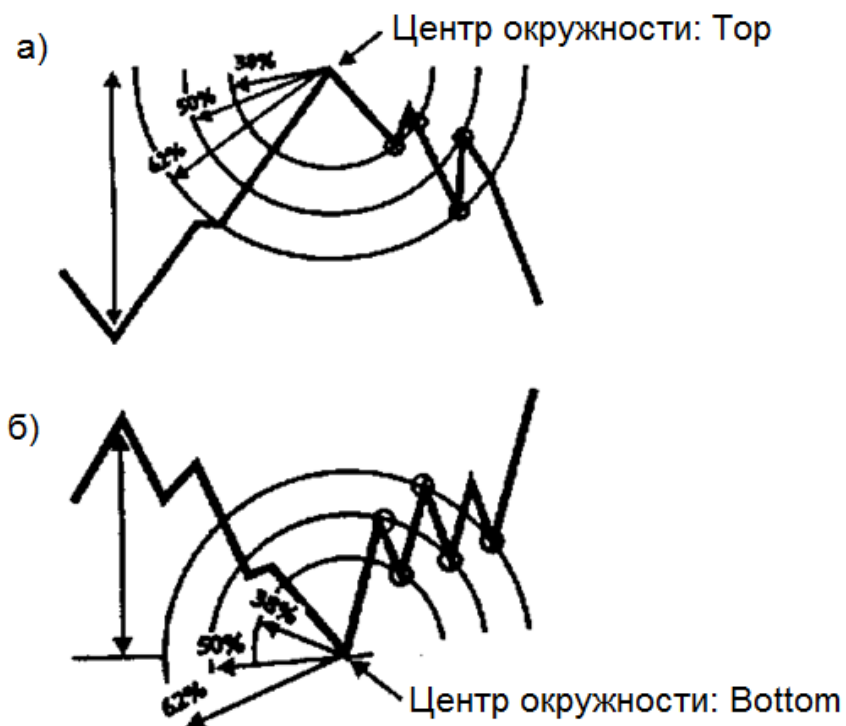
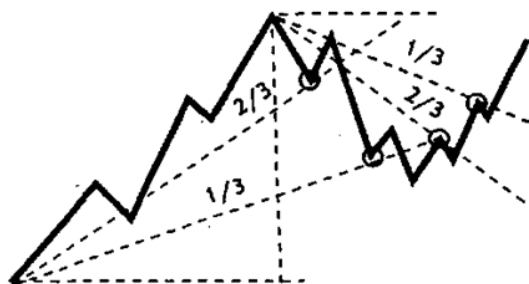


Рис. 5.5. Пример построения дуг из точек

- а) вершины
- б) дна.

Дуги играют роль линий сопротивления или поддержки.

а) Скоростные линии (Speed Lines)



б) Веерные линии (Fan Lines)

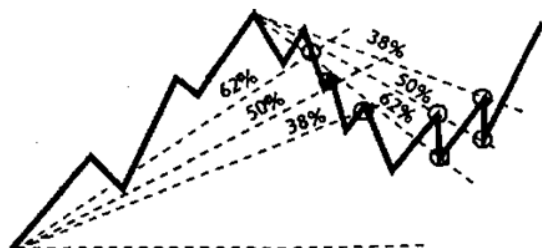
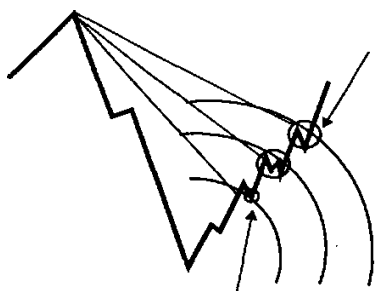


Рис. 5.6. а) Скоростные линии б) Веерные линии

И те, и другие в зависимости от ситуации являются линиями сопротивления или поддержки. Если использовать их в качестве линий тренда, то пересечения с ценой могут служить сигналами к покупке или продаже

Минимальная цель: возможно
частично ликвидировать
(продать) позиции



Возможный сигнал к покупке

Выбираемые при этом коэффициенты имеют значения 38.2%, 50%, 61.8%. В соответствии со своим расположением дуги будут играть роль сопротивления или поддержки.

Для того чтобы получить представление не только об уровнях, но и времени возникновения тех или иных ценовых движений, дуги обычно используют вместе с веерными или скоростными линиями (рис. 5.6). Принцип их построения похож на описанный только что. Выбираем точку (или точки) прошлых экстремумов и строим вертикальную линию из вершины второго из них, а горизонтальную — из вершины первого. Получившийся таким образом вертикальный отрезок делим на соответствующие фи-боначчиевским коэффициентам части. После этого рисуем лучи, исходящие из первой точки и проходящие через избранные только что. Если использовать отношения в $1/3$ и $2/3$, получим *скоростные линии*; если более строгие — 38.2%, 50%, 61.8%, получим *веерные линии*. И те и другие будут служить в качестве линий сопротивления или поддержки для ценового тренда.

Пересечения веерных линий и дуг будут служить сигналами для выявления поворотных точек тренда, причем как по цене, так и по времени (рис. 5.7).

Заключение.

После подробного изучения большого объема информации связанного с темой моей работы можно сделать следующие выводы:

- Числовая последовательность Фибоначчи проявляется во многих разделах математики, биологии, искусства и т.д.
- Числа Фибоначчи являются универсальными, так как справедливы независимо от области применения.
- Золотое сечение является одним из ярких примеров использования ряда чисел Фибоначчи.
- Числа Фибоначчи и Золотое сечение требуют подробного изучения.

Список литературы

1. Воробьев Н.Н. Числа Фибоначчи. Издание четвертое. Дополненное. – М.:Наука, 1978
2. Геометрическая прогрессия. <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/17036>
3. Загадки природы и числа Фибоначчи.
<https://www.liveinternet.ru/users/4506755/post186633412>
4. Золотое сечение.
https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D1%82%D0%BE%D0%B5_%D1%81%D0%B5%D1%87%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5
5. Общие понятия про золотое сечение.
<https://www.liveinternet.ru/users/4159599/post201978566/>