

**ГОРОДСКАЯ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ  
«ШАГ В БУДУЩЕЕ»**

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение  
«Средняя общеобразовательная школа № 8»

**ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ В МЕДЕЦИНЕ**

Выполнил:  
Войков Денис,  
ученик 9 п класса

Руководитель:  
Джура Елена Николаевна,  
учитель математики  
высшей квалификационной категории,  
магистр педагогики

Консультанты:  
Шестаков Вадим Викторович, врач-хирург,  
ФГДС, Центра профессиональной патологии  
г. Ханты-Мансийска  
Малявко Елена Дмитриевна, учитель  
биологии МБОУ «СОШ №8»

г. Ханты-Мансийск

2019 год

## АННОТАЦИЯ

Актуальность исследования выстроена на тезисе о том, что в настоящее время недостаточно внимания уделяется математическим фактам известным из истории развития науки. Автор смело доказывает этот тезис на примере исследования последовательности чисел Фибоначчи и показывает, насколько они могут быть глобальны и широко применимы не только в математике, но и в медицине

Так, *объектом изучения* стала последовательность Фибоначчи.

*Предмет исследования:* числовой ряд последовательности Фибоначчи и его связь с золотым сечением.

*Целью нашей работы* является изучение истории, свойств, применения и связей чисел Фибоначчи с золотым сечением, выявления значения золотого сечения в медицине.

Для решения поставленных задач была использованы *методы:* опрос, анализ, синтез, обобщение, индукция, дедукция литературы и научных исследований, проектирование.

С числами Фибоначчи мы познакомились, черпая информацию из справочников, энциклопедий, журналов, книг и конечно не обошли стороной информацию из Интернета.

Практическая значимость данной работы определяется полезностью знания о числах Фибоначчи, которые широко применяются в изучении окружающего нас мира, в частности в медицине.

Также работа может быть предложена для изучения обучающимся для внедрения в практическую работу и послужить материалом для проведения дальнейших исследований по заданной теме.

Структура исследования: введение, основная часть, которая включает в себя 7 параграфов, заключение, 25 рисунков, список из 5 источников информации.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1	Аннотация.....	2
2	Введение.....	4
	2.1 Актуальность и оригинальность темы.....	4
	2.2 Цель, задачи, объект, предмет, гипотеза.....	4
	2.3 Новизна идеи и оригинальность подхода.....	5
	2.4 Практическая значимость в области медицины.....	5
	2.5 Интеграция разных областей науки, техники, искусства.....	5
	2.6 Ожидаемые результаты.....	5
	2.7 Сроки реализации.....	6
3	Основная часть.....	6
	3.1 Числа Фибоначчи и их история.....	6
	3.2 Последовательность Фибоначчи .....	8
	3.3 Золотое сечение – гармоническая пропорция.....	9
	3.4. Примеры применения из разных областей науки.....	11
	3.4 Золотое сечение в медицине.....	12
	3.5 Результаты реализации проекта.....	25
	3.6 Практические рекомендации.....	25
	3.7 Выводы.....	26
4	Заключение.....	26
5	Приложения.....	27
6	Список источников информации.....	29

## ВВЕДЕНИЕ

*Геометрия обладает двумя великими сокровищами.  
Первое – это теорема Пифагора, второе – деление отрезка  
в крайнем и среднем отношении.*

*Первое можно сравнить с мерой золота,  
второе же больше напоминает драгоценный камень.*

*Иоганн Кеплер*

**Актуальность и оригинальность темы.** Человек стремится к знаниям, пытается изучить мир, который его окружает. В процессе наблюдений появляются многочисленные вопросы, на которые, соответственно требуется найти ответы. Человек ищет эти ответы, а находя их, появляются другие вопросы.

Сегодня, в век высоких технологий, изучение ведётся не только на нашей планете Земля, но и за её пределами – во Вселенной. Но это не значит, что на Земле всё изучено, а наоборот, остаётся огромное количество непонятных и необъяснимых явлений. Есть «ответы», которые дают объяснение сразу нескольким таким явлениям [3].

Оказывается, закономерность явлений природы, строение и многообразие живых организмов на нашей планете, всё, что нас окружает, поражая воображение своей гармонией и упорядоченностью, законы мироздания, движение человеческой мысли и достижения науки – всё это можно объяснить последовательностью Фибоначчи.

Извечное стремление человека познать себя и окружающий мир двигало науку вперёд.

**Оригинальность темы,** на наш взгляд, заключается в том, что в настоящее время недостаточно внимания уделяется математическим фактам известным из истории развития науки, отсюда тема представляется нам актуальной.

На примере чисел Фибоначчи мы хотели бы показать, насколько они могут быть глобальны и широко применимы не только в математике, но и в медицине и повседневной жизни.

**Целью нашей работы является** изучение истории, свойств, применения и связей чисел Фибоначчи с золотым сечением, а также внедрение в курс изучения математики нестандартных тем.

В соответствии с целью, объектом и предметом определены следующие **задачи** исследования:

1. Познакомиться с числами Фибоначчи и историей их создания.
2. Изучить литературу по данной теме.
3. Изучить числовой ряд Фибоначчи и его связь с золотым сечением.

4. Рассмотреть закономерность чисел Фибоначчи на примере решения задач о кроликах.
5. Провести эксперимент с делением сторон квадрата на части по закону чисел Фибоначчи.
6. Исследовать сферы в которых используется числовой ряд Фибоначчи и золотое сечение.
7. Рассмотреть возможности внедрения нестандартных тем в курс изучения математики.

**Объект изучения:** последовательность Фибоначчи.

**Предмет исследования:** числовой ряд последовательности Фибоначчи и его связь с золотым сечением.

Для решения поставленных задач была использована совокупность следующих **методов** исследования: опрос, анализ, синтез, обобщение, индукция, дедукция литературы и научных исследований, проектирование.

**Гипотеза:** предположим, что последовательность Фибоначчи можно обнаружить в окружающей нас действительности, что она существует в быту и каким-то образом связана с золотым сечением. Докажем эту связь на примерах разных областей науки, техники, искусства.

**Новизна** заключается в открытии применимости чисел Фибоначчи в быту, в окружающей нас действительности и доказательстве такой применимости на примерах разных областей науки, техники, искусства.

**Оригинальность подхода** в том, что в работе доказано, что последовательность чисел Фибоначчи существует в быту, эта связь многогранна и имеет широкий спектр применения.

**Практическая значимость** данной работы определяется полезностью знания о числах Фибоначчи, которые широко применяются в изучении окружающего нас мира, в частности в медицине. Также работа может быть предложена для изучения обучающимся для внедрения в практическую работу и послужить материалом для проведения дальнейших исследований по заданной теме в медицине. Данные исследования помогут определить профессиональный выбор Исследователя.

**Интеграция разных областей науки, техники, искусства.** В ходе работы показаны различные пути исследования гармонии природы, основанные на рассмотрении разных объектов искусства и естествознания. Скульптура, архитектура, музыка, астрономия, биология, медицина, психология, библия – это те сферы, где, обнаруживает себя ряд Фибоначчи.

**Ожидаемые результаты** сформированы на основе задач исследования:

1. Изучена литература и интернет-источники по теме проекта.
2. Изучен числовой ряд Фибоначчи и его связь с золотым сечением.

3. Рассмотрена закономерность чисел Фибоначчи на примере решения задач о кроликах.
4. Проведен эксперимент с делением сторон квадрата на части по закону чисел Фибоначчи.
5. Исследованы сферы, в которых используется числовой ряд Фибоначчи и золотое сечение.
6. Проведен эксперимент для доказательства связи медицины и золотого сечения.
7. Рассмотрены возможности внедрения нестандартных тем в курс изучения математики.

Сроки реализации проекта:

Сроки	Содержание работы
Март	Определение темы проекта, цели и задач, формулирование гипотезы.
Март-апрель	Сбор и обработка информации
Май-июнь	Подготовка текста проекта, презентации и доклада на защиту.
<b>Ошибка!</b>	Защита проекта

## ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

### 3.1. Числа Фибоначчи и их история

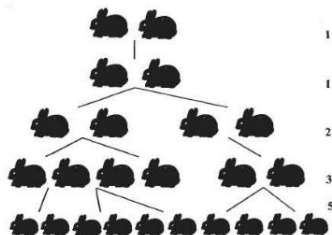


Его

отец торговал в арабских странах Северной Африки. Там Леонардо изучал математику с арабскими учителями, а также знакомился с достижениями индийских и древнегреческих ученых по трактатам в арабском переводе. Усвоив весь изучаемый им материал, он создал собственную книгу – «Книгу абака» (первое издание было написано в 1202 году, но до нас сохранилось только переиздание 1228 года). Таким образом, он стал первым средневековым выдающимся математиком, а также ознакомил Европу с арабскими цифрами и десятичной системой вычисления, которой мы пользуемся каждый день с ранних лет и до самой старости [1].

«Книгу абака» можно разделить на пять частей по содержанию. Первые пять глав книги посвящены арифметике целых чисел на основе десятичной нумерации. В 6-7 главах описаны приёмы решения задач над обыкновенными дробями. В 8-10 главах описаны приёмы решения задач с помощью пропорций. В 11 главе рассматриваются задачи на смешение, в 12 главе речь идёт о так называемых числах Фибоначчи. Далее описаны ещё некоторые приёмы с числами и приведены задачи на разные темы.

Основная задача, поясняющая возникновение ряда чисел Фибоначчи – задача о кроликах. Вопрос задачи звучит так: «Сколько пар кроликов в один гол рождается от одной пары?». К задаче дано пояснение, что пара кроликов через месяц рождает ещё одну пару, а по природе кролики начинают рождать потомство на второй месяц после своего рождения. Автор даёт нам решение задачи. Получается, что в первый месяц первая пара родит ещё одну. Во второй месяц первая пара родит ещё одну – будет три пары. В третий месяц родят две пары – изначально данная и рождённая в первый месяц. Получается пять пар. И так далее. Используя такую же логику в рассуждении, мы получим. Что в четвёртый месяц будет 8 пар, в пятый – 13, в шестой – 21, в седьмой 34, в восьмой 55, в девятый – 89, в десятый 144 в одиннадцатый – 233, в двенадцатый 377.



Мы можем обозначить количество кроликов в любой из двенадцати месяцев как  $U_n$ . Мы получаем ряд чисел:

$$U_1, U_2, \dots, U_n^2 \quad (1)$$

В ряде этих чисел каждый член равен сумме двух предыдущих. Получается, что любой член последовательности можно определить по уравнению:

$$U_n = U_{n-1} + U_{n-2}^3 \quad (2)$$

Рассмотрим важный частный случай для этого уравнения, когда  $U_1$  и  $U_2 = 1$ . Мы получим последовательность чисел 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, ...

Эту же последовательность чисел мы получили в задаче о кроликах. Эти числа названы числами Фибоначчи в честь автора.

Эти числа, а также уравнение (2) обладают многими свойствами, которые будут рассматриваться в работе.

### **3.2 Последовательность Фибоначчи**

Вы впервые слышите об этом и даже не предполагаете, из какой это области знаний? Оказывается, закономерность явлений природы, строение и многообразие живых организмов на нашей планете, всё, что нас окружает, поражая воображение своей гармонией и упорядоченностью, законы мироздания, движение человеческой мысли и достижения науки – всё это объясняет суммационная последовательность Фибоначчи.

Извечное стремление человека познать себя и окружающий мир двигало науку вперёд.

Одним из наиболее значимых достижений в математике является введение арабских цифр вместо римских. Оно принадлежит одному из самых замечательных ученых двенадцатого столетия Фибоначчи (1175 г.). Его именем было названо ещё одно сделанное им открытие – суммационную последовательность: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ... Это – так называемые числа Фибоначчи.

Обнаруженная математическая последовательность позволяет вычислить бесконечное число постоянных величин. Члены этой последовательности всегда будут проявляться в нескончаемом количестве сочетаний. С помощью установленной закономерности даётся математическое толкование природных явлений. В этой связи, открытию математической последовательности принадлежит одно из самых значительных мест в историческом знании.

Мы можем сослаться на целый ряд интересных теорий, выведенных на основе математической последовательности. Этот принцип поясняет, что начиная с 1,1, следующим числом будет сумма двух предыдущих чисел. Эта закономерность имеет большое значение. Это



последовательность все медленнее и медленнее – асимптотически – приближается к некоему постоянному отношению. Однако отношение это является иррациональным, то есть имеет в дробной части бесконечную и непредсказуемую последовательность цифр. Точное его выражение невозможно. Разделив любой член последовательности Фибоначчи на член, предшествующий ему, мы получим величину, которая колеблется возле значения 1.61803398875... (иррациональное), которая будет то не достигать, то превосходить его всякий раз. Даже Вечности не хватит для того, чтобы совершенно точно определить это соотношение. Для краткости мы будем использовать его в виде 1.618.

### 3.3 Золотое сечение – гармоническая пропорция

В математике *пропорцией* (лат. proportio) называют равенство двух отношений:  $a : b = c : d$ .

Отрезок прямой  $AB$  можно разделить на две части следующими способами:

- на две равные части –  $AB : AC = AB : BC$ ;
- на две неравные части в любом отношении (такие части пропорции не образуют);
- таким образом, когда  $AB : AC = AC : BC$ .

Последнее и есть золотое деление или деление отрезка в крайнем и среднем отношении.

Золотое сечение – это такое пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором весь отрезок так относится к большей части, как сама большая часть относится к меньшей; или другими словами, меньший отрезок так относится к большему, как больший ко всему.



Рис. 1. Геометрическое изображение золотой

Практическое знакомство с золотым сечением начинают с деления отрезка прямой в золотой пропорции с циркулем и линейки [4].

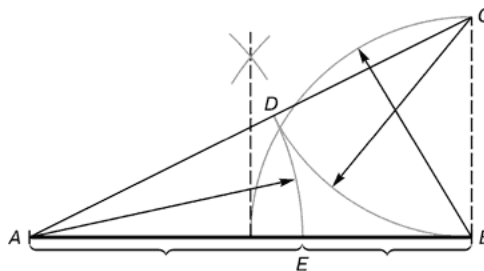


Рис. 2. Деление отрезка прямой по золотому сечению.

1. Из точки  $B$  восставляется перпендикуляр, равный половине  $AB$ .
2. Полученная точка  $C$  соединяется линией с точкой  $A$ .
3. На полученной линии откладывается  $BC$ , заканчивающийся точкой  $D$ .
4. Отрезок  $AD$  переносится на  $AB$ .
5. Полученная при этом точка  $E$  делит отрезок  $AB$  в отношении золотой пропорции  
 $BC = AB; CD = BC$

Отрезки этой золотой пропорции выражаются бесконечной иррациональной дробью  $AE = 0,618...$ , если  $AB$  принять за единицу,  $BE = 0,382....$

Для практических часто используют приближённые значения 0,62 и 0,38.

Если отрезок  $AB$  принять за 100 частей, то большая часть равна 62, а меньшая – 38 частям..

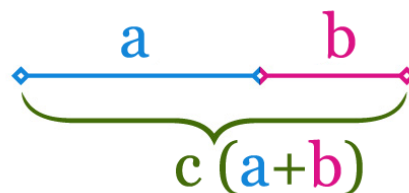
Свойства золотого описываются уравнением:

$$x^2 - x - 1 = 0.$$

Решение этого уравнения :

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Свойства золотого сечения создали вокруг этого числа романтический ореол таинственности и чуть ли не мистического поклонения.



Золотое сечение (золотая пропорция, деление в крайнем и среднем отношении) - деление непрерывной величины на две части в таком отношении, при котором меньшая так относится к большей, как большая ко всей величине . <sup>1</sup> Прямоугольник, стороны которого находятся в «золотом» отношении, иногда называют «золотым прямоугольником». Золотой прямоугольник обладает многими интересными свойствами. Если, например, от «золотого прямоугольника» отрезать квадрат со стороной , равной меньшей стороне прямоугольника, то снова получим «золотой прямоугольник» меньших размеров. Если этот процесс продолжить, то

---

1

Википедия. Свободная энциклопедия. [Электронный ресурс]. Золотое сечение. Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org>. Свободный. Данные соответствуют – 15.03.2012

получим, так называемые, вращающиеся квадраты, и весь прямоугольник оказывается составленным из этих квадратов. Если соединить противоположные вершины квадратов плавной кривой, то получим кривую, называемую «золотой спиралью».

Попробуем объяснить это на примере бесконечной прямой. Примем всю прямую  $c$  за единицу. Разделим ее на две части  $a$  и  $b$ , которые делят прямую на отрезки равные по отношению к 1, как 0,618 и 0,382 соответственно. А эти числа являются одними из коэффициентов ряда чисел Фибоначчи. Мы получаем, что отношение частей этой прямой к меньшим, асимптотически приближается к числу  $\varphi$ .

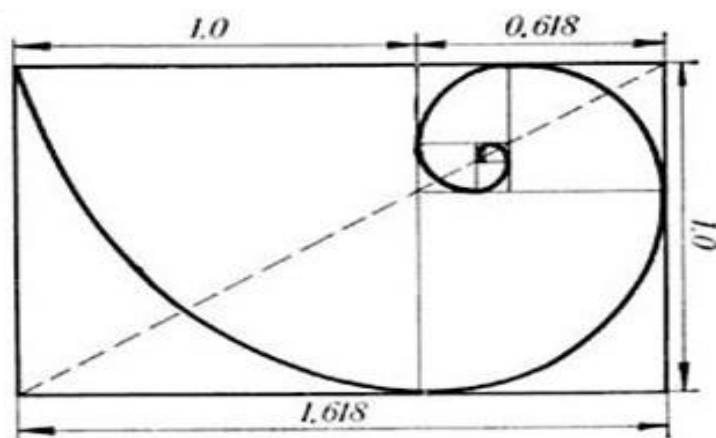


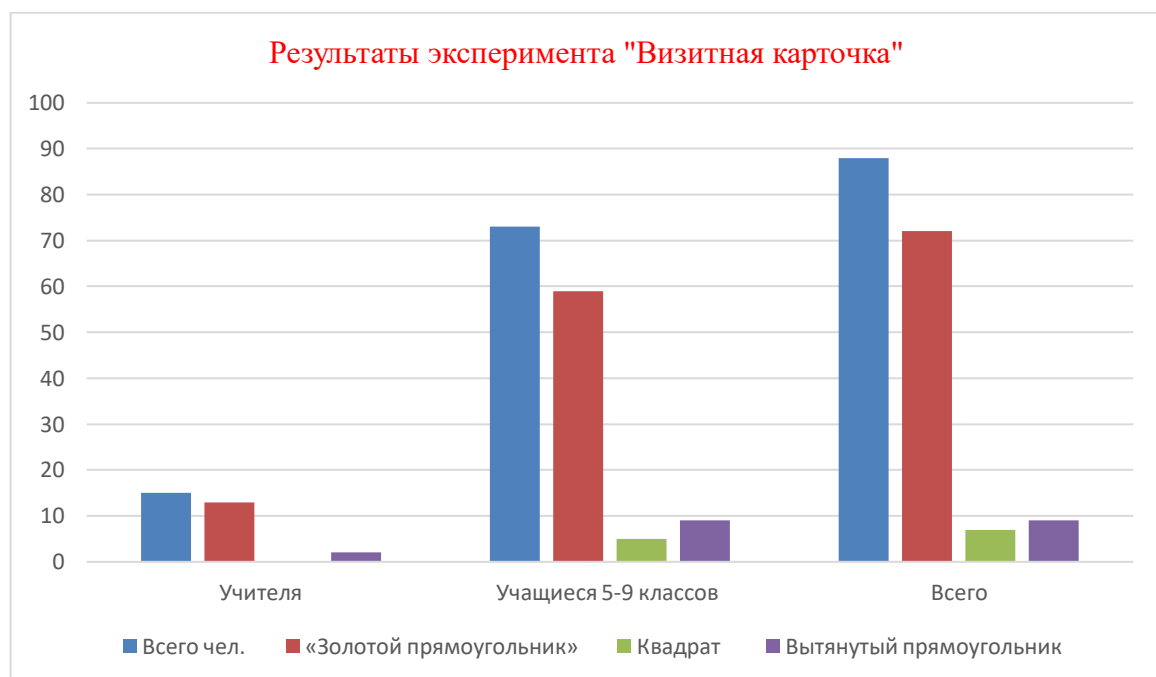
Рис. 1. «Золотой прямоугольник» и «золотая спираль».

Золотое сечение является основополагающим и в галактике. Например, даже млечный путь выстроен по принципу Архимедовой спирали.

Нами были проведены эксперименты на тему «Золотая пропорция и восприятие». Респонденты отдали предпочтение книге, имеющей форму, близкую к «золотому прямоугольнику», оставляя без внимания другие книги. Эксперимент «Визитная карточка» подтвердил, что золотое сечение вызывает у нас неосознанное эстетическое чувство гармонии и красоты. Респонденты- учащиеся 5-9 классов и учителя (72 из 88 чел. - всего) выбрали визитную карточку со своим именем, близкую к «золотому прямоугольнику» и только 18% выбрали квадраты и вытянутые прямоугольники.

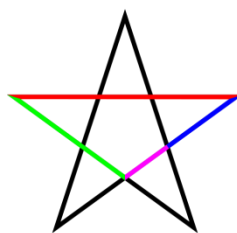
Таблица 1. Результаты эксперимента «Визитная карточка».

Респонденты	Всего чел.	«Золотой прямоугольник»	Квадрат	Вытянутый прямоугольник
Учителя	15	13 (87%)	0 (0%)	2 (13%)
Учащиеся 5-9 классов	73	59 (81%)	5 (7%)	9 (12%)
Всего	88	72 (82%)	7 (8%)	9 (10%)



Золотое сечение было известно еще древним грекам. Архимед считается открывателем Архимедовой спирали. Её смысл состоит в том, что каждый новый завиток увеличивается в число, и отношение этих завитков равно числу  $\phi$ .

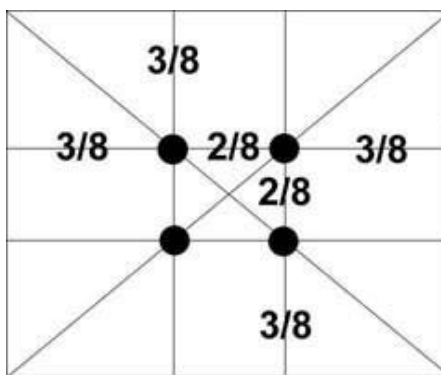
Существует две основные фигуры, в которых отражается принцип золотого сечения.



Вторая фигура – это золотой пятиугольник.

### **Золотое сечение в живописи**

Еще в эпоху Возрождения художники открыли, что любая картина имеет определенные точки, невольно приковывающие наше внимание, так называемые зрительные центры. При этом абсолютно неважно, какой формат имеет картина - горизонтальный или вертикальный. Таких точек всего четыре, они делят величину изображения по горизонтали и вертикали в золотом сечении, т.е. расположены они на расстоянии примерно  $\frac{3}{8}$  и  $\frac{5}{8}$  от соответствующих краёв плоскости.



Данное открытие у художников того времени получило название «золотое сечение» картины. Поэтому, для того. Чтобы привлечь внимание к главному элементу фотографии, необходимо совместить этот элемент с одним из зрительных центров.

### **Золотое сечение в биологии**

В биологии эта пропорция встречается очень часто. Иллюстрацией может послужить рис. 2, представляющий данную пропорцию в соотношениях различных частей растений (а.б),

насекомых (в) и яйца птицы (г)\*. При изучении различных размеров человеческого тела и его частей также обнаружено широкое представительство данной пропорции (рис. 3). При этом, чем больше показанные пропорции приближаются к значениям Золотого сечения, тем гармоничнее выглядит индивидуум. Деление тела точкой пупа — один из важнейших показателей гармоничности телосложения. Пропорции мужского тела в среднем по этому показателю составляют 1,625, женского — 1,6. У новорожденных это соотношение равно 1:1 и с возрастом постепенно приближается к указанным величинам.

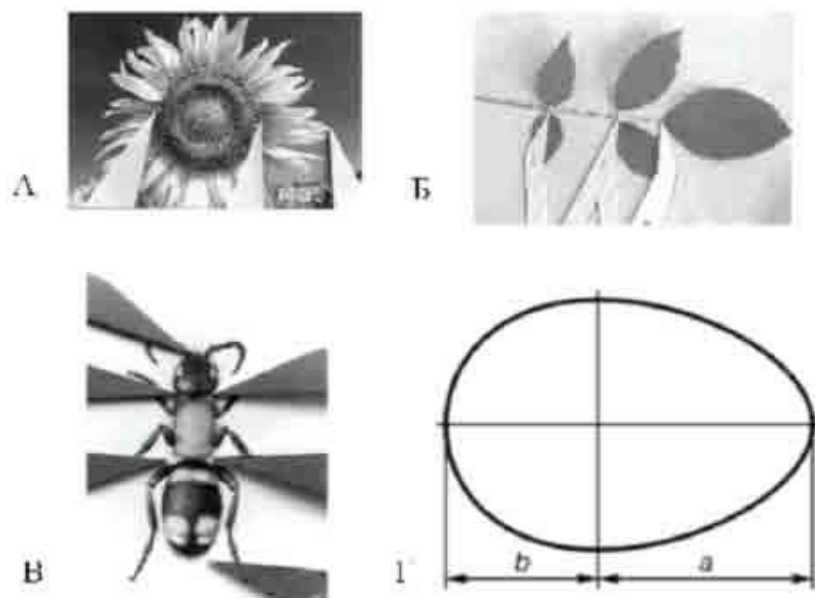


Рис.2. Реализация пропорции ЗС в живой природе: растениях (а, б); насекомых (в); яйцо птицы (г).

### **Золотое сечение в анатомии человека и медицине .**

То, что части красиво сложенного человеческого тела находятся в определенной пропорции, знает каждый: недаром мы говорим о пропорционально сложенной фигуре.

Но далеко не всем известно, что здесь имеет место Золотое сечение. Лучшим доказательством того, что древние ваятели руководствовались данным принципом в своем творчестве, являются античные статуи. Идеально сложенное человеческое тело полностью отвечает этому принципу. Если высоту великолепно сложенной фигуры разделить в крайнем и среднем отношении, то линия раздела окажется на высоте талии (рис 9). Особенно хорошо удовлетворяет этой пропорции мужская фигура, и художники давно знают, что, вопреки общему мнению, мужчины сложены красивее, чем женщины.



Художники, учёные. Модельеры, дизайнеры делают свои расчёты, чертежи или наброски, исходя из соотношения золотого сечения. Они используют мерки с тела человека, сотворённого также по принципу золотого сечения. Самая главная книга всех современных архитекторов справочник Э. Нойферта «Строительное проектирование» содержит основные расчёты параметров туловища человека, заключающие в себе золотую пропорцию.

Немецкий профессор Цейзинг в середине 18 столетия проделал огромную работу: он измерил более 2000 тел и высказал предположение, что золотое сечение выражает среднестатистический закон: деление тела точкой пупа – один из основных показателей золотого сечения. Пропорции мужского тела колеблются в пределах среднего отношения  $13 : 8 = 1,625$  и несколько ближе подходят к золотому сечению, чем пропорции женского тела, в отношении которого среднее значение пропорции выражается в соотношении  $8 : 5 = 1,6$ . Чтобы проверить гармоничность в строении (телосложении) учащихся нашей школы, мною были произведены некоторые измерения: рост, высота от стопы до пупочной линии, от пупочной линии макушки.

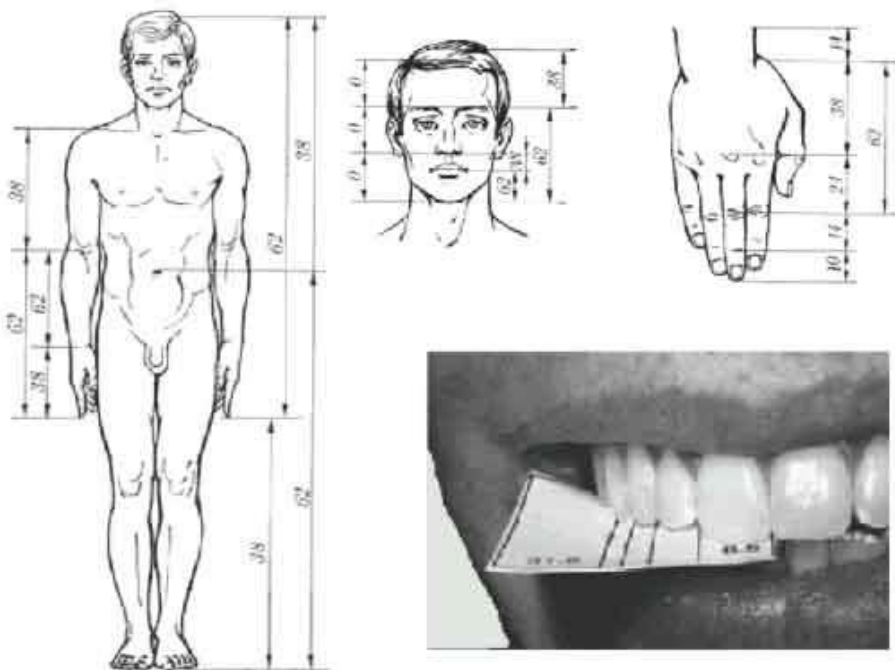


Рис. 3. Реализация пропорции ЗС в пропорциях человеческого тела.

Для проверки данных утверждений мы провели свои исследования пропорций тела у современных людей, Респонденты- учащиеся 8 п и 9п классов.

№ п/п	ФИ учащегося	Длина в см			отношения		Отклонение от ЗС
		а	в	с	а : в	в : с	
		рост	от ступни до талии	от талии до темечка	ЗС= 0,618	ЗС= 0,618	
1	Ботнару Кристина	162	100	62	1,6200	1,6129	0,007
2	Боярко Елена	164	101	63	1,6237	1,6031	0,006
3	Вотяков Роман						
4	Газин Антон	173	107	66	1,6168	1,6212	0,004
5	Галлямова Карина	156	97	59	1,6082	1,6440	0,0098
6	Генько Жанна	164	100	64	1,6400	1,5625	0,0220
7	Горбанева Кристина	164	98	66	1,6734	1,4848	0,0554
9	Зырянова Анна	163	99	64	1,6464	1,5468	0,0284
10	Иордан Елизавета	167	103	64	1,6213	1,6093	0,0033
11	Лаврова Екатерина	163	100	63	1,6300	1,5873	0,0120
12	Нечаева Екатерина	158	92	66	1,7173	1,3939	0,0993
13	Попова Вероника	172	106	66	1,6226	1,6060	0,0046
14	Роменский Александр	161	99	62	1,6262	1,5937	0,0082
15	Созонов Илья	166	102	64	1,6374	1,5937	0,0094
17	Чемезова Полина	172	106	66	1,6226	1,6060	0,0046

Респонденты- учащиеся 9 п класса

№ п/п	ФИ учащегося	Длина в см			отношения		Откло- нение от ЗС
		а	в	с	а : в	в : с	
		рост	от ступни до талии	от талии до темечка			
1.	Буцилин Виктор	167	101	66	1,654	1,530	0,036
2.	Войков Денис	178	111	67	1,604	1,657	0,053
3.	Грицина Ирина	164	101	63	1,623	1,603	0,005
4.	Елизарьев Савелий	177	112	65	1,580	1,723	0,037
5.	Лялин-Медведев Вячеслав	173	106	67	1,632	1,582	0,014
6.	Малков Александр	190	117	73	1,624	1,603	0,006
7.	Приколотто Александр	177	108	69	1,638	1,565	0,021
8.	Романов Иван	180	111	69	1,622	1,609	0,004
9.	Рыбьякова Анна	163	99	64	1,646	1,547	0,028
10.	Семенов Даниил	167	99	68	1,687	1,456	0,069
11.	Степасюк Никита	162	100	62	1,620	1,613	0,002
12.	Федоров Николай	176	110	66	1,600	1,666	0,018



В процессе расчёта выяснилось, что у некоторых участников эксперимента фигуры оказались приближены к стандартам «золотой» пропорции, потому что их отношение большей части к целому равно отношению меньшей части к большей. И это отношение равно 0,618, как того и требует пропорция. У других участников эксперимента соотношения пропорций не соответствовало стандарту «золотой» пропорции. Это не значит, что они не соответствуют общепризнанным канонам пропорций человеческого тела. К моменту становления взрослого человека, пропорция будет изменяться и приближаться к «золотой».

П.П.Черныш [7] провел анализ некоторых параметров функции сердечно-сосудистой системы с позиций структурной и функциональной биосимметрии с целью определения закономерностей во взаимоотношениях отдельных показателей ее деятельности. Им было установлено, что кроме коэффициентов  $K_1$  и  $K_2$  ( $K_1$  — коэффициент пропорциональности *отношения общей систолы и длительности кардиоцикла*,  $K_2$  — *отношение длительности систолы желудочков и общей систолы*) *отношения величины систолического артериального давления (САД) к диастолическому (ДАД), САД к ЧСС, пульсового АД (АДп.) к ДАД* также относятся друг к другу в пропорции ЗС (рис. 4). Причем у здоровых лиц отклонение значений от идеальных составило менее 5%. Кроме этого, им было выявлено, что правилу «золотого сечения» подчиняется также и строение самого сердца. В частности, это относится к размерам полостей предсердий и желудочков, их объемам в фазы систолы и диастолы. Так, отношение конечного диастолического размера (КДР) левого желудочка (ЛЖ) к размеру полости левого предсердия (ППП) составило  $1,66 \pm 0,09$  см, ударного объема (УО) к конечному систолическому объему (КСО) ЛЖ —  $0,612 \pm 0,10$  см. Формула расчета фракции выброса (ФВ) ЛЖ — отношение КСО к конечному диастолическому объему (КДО). В его исследовании ФВ составила  $62,4 \pm 4,0\%$ . [7]

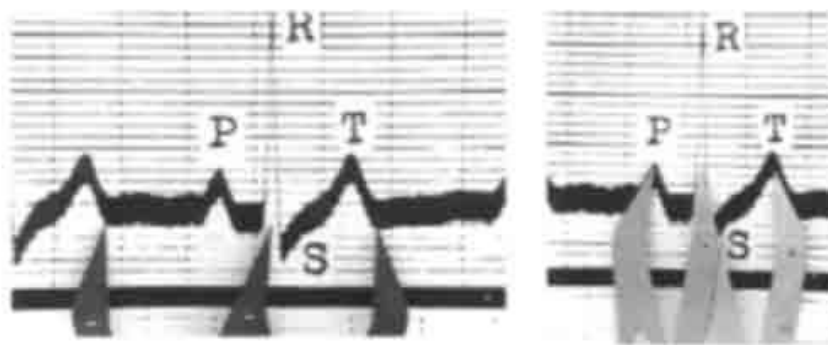


Рис. 4. Реализация пропорции Золотого сечения в соотношении интервалов на ЭКГ здорового человека.

Несмотря на индивидуальные колебания параметров функционирования сердечно-сосудистой системы, у каждого из обследованных сохранялись взаимоотношения этих показателей с пропорцией Золотого сечения, т.е. в любой момент времени сохранялась гармония, выражающаяся коэффициентами, близкими к 0,618 и 1,618 (см. таблицу). Отклонение  $K_1$  и отношения КДР ЛЖ к ПЛП от идеальной пропорции составило менее 3%, УО к КСО ЛЖ — 1,3%, а  $K_2$  — менее 0,5% (!).

Соотношение показателей гемодинамики у здоровых ( $n=142$ ) приведено в таблице:

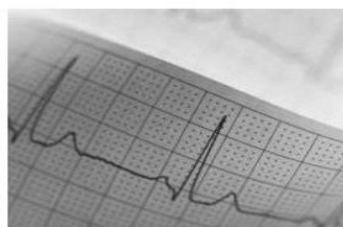
Показатель	$M \pm m$	Отклонение от идеальной пропорции, %
$K_1$	$0,6 \pm 0,08$	2,9
$K_2$	$0,62 \pm 0,03$	0,3
САД / ДАД	$1,57 \pm 0,1$	2,9
САД / ЧСС	$1,63 \pm 0,26$	0,7
АДп / ДАД	$0,57 \pm 0,1$	7,7
УО / КСО	$0,61 \pm 0,1$	1,3
КДР ЛЖ / ПЛП	$1,66 \pm 0,09$	2,6

Для подтверждения данных выводов нами проведены соответствующие расчёты нескольких ЭКГ взрослых людей (см. в приложении). Расчёты производились с использованием специальной методики.

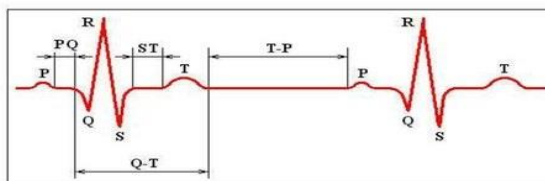
## Показатели ЭКГ

Суммарный потенциал действия предсердий записывается на ЭКГ в виде зубца Р, зубец Р отражает процесс распространения волны возбуждения по предсердиям.

Комплекс QRS отражает электрическую систолу желудочков, условно делится на 2 части: начальную: комплекс QRS, отражающую процесс деполяризации желудочков; и конечную: интервал ST и зубец Т, отражающая процесс реполяризации желудочков.



## ЭКГ здорового человека



Зубец Р – происходит возбуждение предсердий.

Сегмент PQ – продолжение возбуждения предсердий.

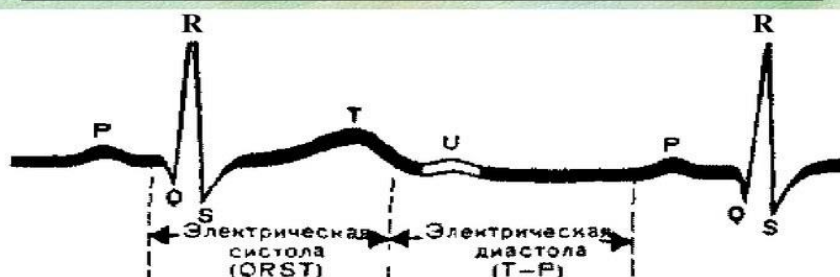
Зубцы QRS – полное возбуждение желудочков. Длительность QRS – 0,07-0,11 с.

Сегмент ST – равномерный охват возбуждением желудочков. Находится на изолинии. Отклонение от изолинии говорит о какой-то патологии.

Зубец Т – выход желудочков из состояния возбуждения, реполяризация. Высота 2-10 мм, длительность его не определяется.

Интервал Т-Р – диастола сердца.

Интервал Q-T – электрическая систола желудочков.



Полученные результаты представлены в таблице:

№ респондента	Электрическая систола (мм)	Электрическая диастола (мм)	Интервал QP (мм)	Отношение QT:QP	Отношение TP:QP	Отклонение от ЗС
1	45	17,5	27,5	0,388	0,611	0,007
2	39	13,5	25,5	0,346	0,642	0,024
3	53	18	35	0,340	0,660	0,042

Таким образом, у здоровых лиц, несмотря на различные значения гемодинамических показателей, порой отличающихся друг от друга в 1,5—2 раза, соотношения их находятся в гармонической пропорции, близки значениям Золотому сечению (0,328 и 0,618) и отличаются от них не более, чем на 8%. Полученные результаты еще раз подтверждают положение о том, что организм, и в частности органы кровообращения, являются целостной системой. Можно также утверждать, что нормальными показателями для каждого конкретного индивидуума являются не только и не столько абсолютные и усредненные значения, сколько их соотношения друг с другом, близкие к пропорции Золотому Сечению .

В 80-е годы рядом исследователей установлена математическая зависимость, приближающаяся к Золотому Сечению в соотношениях систолического АД и диастолического АД (далее САД и ДАД) и АД в аорте:  $АД : ДАД : САД = 0,365 : 0,635 : 1$ . Эта пропорция является как бы критерием оптимальности АД в покое. Отклонения от этого соотношения наблюдаются при физических и других видах нагрузок и, видимо, имеют диагностическое и прогностическое значение. В 1998 г. нами исследовано клиническое значение соотношения ДАД и САД [9]. Этому соотношению присвоен термин «структурная точка АД» (СТАД). К настоящему времени известно, что СТАД приближается к значению пропорции ЗС — 0,618 [7,11].

Независимо от уровня АД СТАД стремится к константному значению и соответствует золотому сечению - пропорции — 0,618 или к такому же фундаментальному значению  $1/e = 0,632$ , которое отражает наиболее оптимальное и стабильное состояние системы (относительно стабильными следует считать значения АД со СТАД в диапазоне от 0,564 до 0,673 ( $СТАД \pm 1s$ ) у здоровых и от 0,549 до 0,687 — у пациентов с артериальной гипертензией — АГ). Бульшие отклонения от пропорции Золотого Сечения характерны для нестабильных состояний: пограничной АГ, тяжелых форм АГ, возможно кризовых форм АГ.

Таким образом, анализ значений структурной константы АД может открыть новые возможности в плане прогноза гипотензивной терапии (резистентности при оптимальных

значениях СТАД), подбора дозы гипотензивного препарата (бульшая доза для выведения из стабильного состояния), прогноза стабильности течения АГ на ближайшее время (нестабильность при значениях СТАД, значительно отличающихся от 0,618). Учитывая не жестко детерминированный характер большинства физиологических констант организма, можно предположить оптимальное состояние «устойчивого неравновесия» системы, с константным диапазоном этого показателя, центрированным возле 0,618, и с нечетко обозначенными (пока) верхней (около 0,7) и нижней (около 0,55) границами.

Интересно, что по данным широкомасштабного исследования НОТ (Hypertension Optimal Treatment) [11], включавшего в себя изучение 18790 пациентов с АГ, оптимальным АД в плане наименьшего риска смерти, обусловленной кардиоваскулярными причинами, является АД = 138,8/86,5 мм рт.ст. Расчет СТАД по этим данным дает цифру 0,6231, абсолютно идентичную среднему значению СТАД, которое получено нами при исследовании группы здоровых лиц. Наименьший риск развития сердечно-сосудистых осложнений установлен при АД=138,5/82,6 мм рт.ст. СТАД при этом составляет 0,5942, что также входит в диапазон  $\text{СТАД} \pm 1s$ .

В состоянии относительного покоя, т.е. ночью, отношение ДАД/САД ближе к пропорции Золотого сечения (0,618), нежели днем, когда на АД действует гораздо больше возмущающих факторов [11] .

Установлена связь с пропорцией Золотого сечения и для соотношений высоко- и низкочастотной частей электроэнцефалограммы (ЭЭГ). А.А.Соколов и А.Я.Соколов [11] показали, что на частотах  $\beta$ -волн ЭЭГ (диапазон 14—35 Гц — умственная работа) проявляется максимум спектральной мощности, разделяющий весь диапазон ЭЭГ на высоко- и низкочастотную части, соотносящиеся между собой по правилу Золотого сечения с инвариантом 1,618.

В.Г.Бочков отметил близкое к Золотому сечению значение соотношения фаз кардиоцикла — систола/сердечный цикл: идеальным (по Бочкову) является в покое — 0,368, при нагрузке — 0,632. В.А.Добрых показана «экстрасистолия золотых сечений». Экстрасистолы, имеющие отношение интервала сцепления к продолжительности предэктопического кардиоцикла, близкое к пропорции ЗС, по сравнению с другими достоверно более устойчивы к противоаритмической лекарственной терапии. Автор высказал мнение, что ЗС являются своеобразными островками устойчивости динамических систем, обеспечивающими стационарный режим их существования. Принцип спирального строения сердца как оптимальной структуры для создания максимального усилия желудочков по изгнанию крови и придания ей поступательного винтообразного движения для

сообщения потоку максимальной скорости и наименьшего сопротивления выдвинут также с учетом роли этого соотношения (рис. 5).

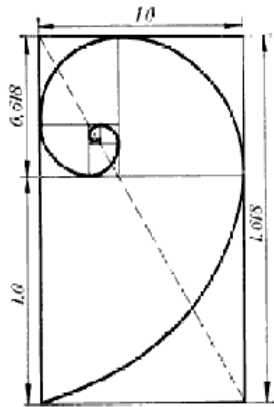


Рис. 5. Реализация пропорции ЗС в спиральных структурах

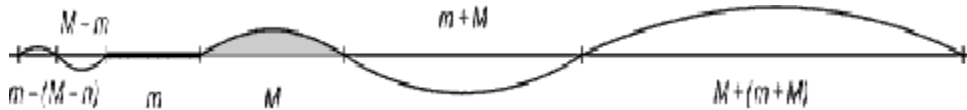


Рис. 6. Принцип множественности Золотого сечения.

Существуют указания на то, что правилу Золотого сечения подчиняются и такие показатели, как гематокрит, объем циркулирующей крови (ОЦК) и его компоненты: отношение ОЦК к плазматическому объему и отношение последнего к глобулярному объему. Если рассматривать любую систему с позиций организации, или энтропии, т.е. меры неопределенности, то оптимальной организацией системы, в частности системы поддержания АД в условиях обычной жизнедеятельности, будет относительная организация (соотношение порядка и хаоса), приближающаяся к значению 0,382, т.е.  $1 - 0,618$ .

Применяется **правило золотого сечения в стоматологии**. Широко исследованиями в этой области занимался стоматолог-ортодонт из США Роберт Рикеттс. Это были 60-70-е годы. Однако открытия, сделанные в прошлом столетии американцами, актуальны и применимы и в наше время. Они очень важны когда необходима **художественная реставрация зубов**, их восстановлении. Ведь здесь специалистам следует учесть такие параметры, кроме пола и возрастной категории плюс расы и национальности пациента. Врачам при выборе того или иного **метода восстановления зубов** обязательно приходится обращать внимание на размеры глаз, носа, щек и подбородка. Разберемся подробно в данном вопросе. А именно в том, что особенно важно для такого понятия как **эстетика в стоматологии**? Рассмотрим эстетическое восстановление передних зубов, фронтального зубного ряда.

**Золотые пропорции включают в себя такие моменты:**

- как ширина верхнего переднего зуба относится к ширине нижнего;
- как соотносятся между собой по ширине:
  - 2 резца в нижнем фронтальном ряду;
  - двое резцов в верхнем ряду;
  - 4 резца вверху;
- какое имеется расстояние между премолярами и т.д.

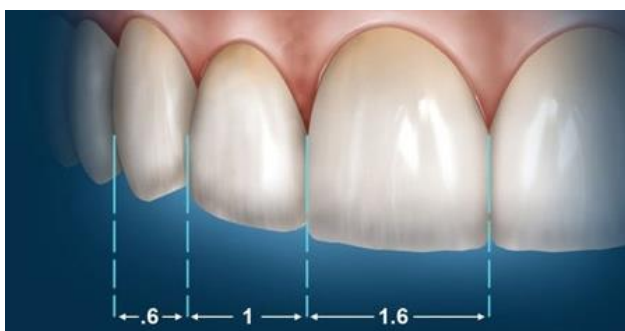


Рис.7. Золотая пропорция зубов.

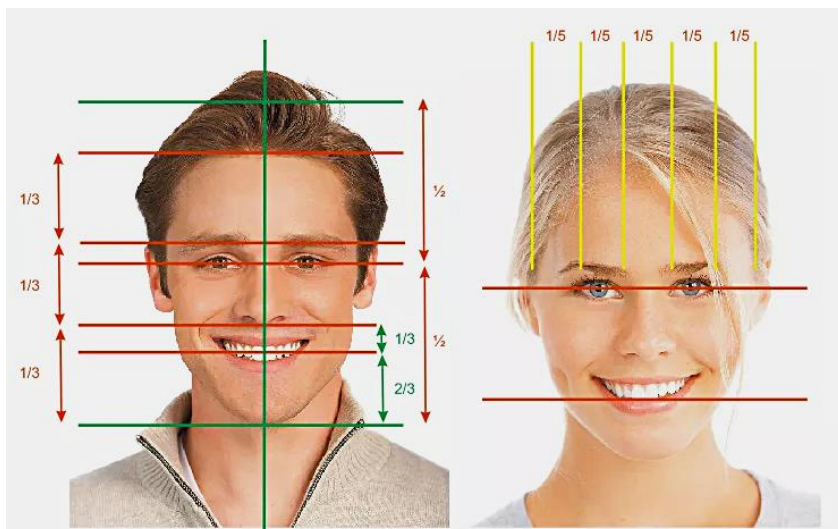
Можно отметить, что при протезировании зубов и других стоматологических процедурах золотое сечение – значимое правило. За точку отсчёта берутся центральные резцы верхнего зубного ряда. Затем определяются высота и ширина зуба, отношение к косметическому центру и соотношение с боковыми резцами. Высота и ширина в идеале относятся как 1:1.6. Между собой соотносятся форма зубов и тип лица. Это так же важно при протезировании. Восстановление зубного ряда может потребоваться в разных случаях. Одна из причин – возрастные изменения, истирание зубных единиц. При этом анатомическая и физиологическая функция зуба снижаются, уменьшается и эстетика их внешнего вида. Проблему вполне можно решить, если обратиться в профессиональную стоматологию. Только в подобных центрах проведут качественную реставрацию зубов.

В анатомическом строении тела человека можно обнаружить немало "золотых пропорций", например длины фаланг пальцев. Обратите внимание на соотношения стопы и голени, голени и бедра, кисти и предплечья, верхней части плеча и лопатки, расстояний от макушки до бедра и до пятки.

Не меньше примеров "золотого сечения" встречается в лицевой эстетике. Идеальная пропорция наблюдается при сравнении ширины одной ноздри с суммарной шириной носовой

Вертикальные пропорции имеют еще большее значение для создания симметрии лица. Эти пропорции берут начало от соотношения верхней и нижней губ: если за единицу принять высоту верхней губы, то у наиболее красивых губ высота нижней губы будет больше именно в идеальной пропорции.

У людей с красивыми лицами существует идеальная пропорция между расстояниями от медиального угла глаза до крыла носа и от крыла носа до подбородка. Это явление называется "динамической симметрией" или "динамическим равновесием". Расстояние от линии смыкания губ до крыльев носа пропорционально расстоянию от линии губ до низшей точки подбородка в соотношении 1 : 1,618 (кончик носа при этом может быть приподнят или опущен, это не влияет на результат). Было также установлено, что расстояние от линии смыкания губ до крыльев носа идеально пропорционально расстоянию от зрачка глаза до крыла носа. Таким образом, на идеальном лице расстояние от глаз до крыльев носа равняется расстоянию от ротовой щели до подбородка (гармоническое уравнение).



22

Идеальная пропорция существует между расстояниями от Идеальная пропорция существует между расстояниями от линии роста волос (расположенной в верхней части лба в области начала апоневроза черепа) до зрачковой линии и от нее до подбородка. Если затем перевернуть циркуль, не изменяя положения его ножек, станет видно, что между расстояниями от нижней точки подбородка до крыльев носа и от крыльев носа до линии роста волос тоже идеальная пропорция. Эти данные показывают, что на идеальном лице в целом равны три вертикальных расстояния, вновь образующие гармоническое уравнение: (1) расстояние от линии роста волос до зрачковой линии, (2) расстояние от зрачковой линии до линии смыкания губ и (3) расстояние от крыльев носа до подбородка. Интересно, что на красивой голове даже высота уха тесно связана с этим размером.

Пифагор, Платон и Евклид считали Золотое сечение числом, лежащим в основе мироздания. Если вместо десятичной системы с единицей в качестве эталона измерения представить систему исчисления, единицей которого будет 0,618, то такие сложные математические вычисления как, например, логарифмирование, становятся элементарными, как сложение и вычитание. Кроме того, представление о множественности пропорций «золотого сечения» (рис. 6) позволяет рассматривать многие показатели и временные отношения в организме с позиций, приближенных к нелинейной динамике, гораздо более полно отражающей закономерности функционирования как живых организмов в частности, так и природы в целом.

### **Числа Фибоначчи в психологии.**

Числа Фибоначчи и Золотое сечение также используется и в психологии. Например, чтобы выяснить, как развивается механизм творчества, В.В. Клименко воспользовался математикой, а именно законами чисел Фибоначчи и пропорцией «золотого сечения» — законами природы и жизни человека. Если развернуть в ряд числа Фибоначчи, то получим: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 и т.д. Отношение между числами Фибоначчи составляет 0,618. Развитие человека также происходит соответственно данной пропорции и подчиняется закону ее чисел, разделяя нашу жизнь на этапы с теми или иными доминантами механизма творчества.

Числа Фибоначчи делят нашу жизнь на этапы по количеству прожитых лет:

- 0 — начало отсчета — ребёнок родился. У него еще отсутствуют не только психомоторика, мышление, чувства, воображение, но и оперативный энергопотенциал. Он — начало новой жизни, новой гармонии;
- 1 — ребенок овладел ходьбой и осваивает ближайшее окружение;



- 2 — понимает речь и действует, пользуясь словесными указаниями;
- 3 — действует посредством слова, задаёт вопросы;
- 5 — «возраст грации» — гармония психомоторики, памяти, воображения и чувств, которые уже позволяют ребёнку охватить мир во всей его целостности;
- 8 — на передний план выходят чувства. Им служит воображение, а мышление силами своей критичности направлено на поддержку внутренней и внешней гармонии ;
- 13 — начинает работать механизм таланта, направленный на превращение приобретенного в процессе наследования материала, развивая свой собственный талант;
- 21 — механизм творчества приблизился к состоянию гармонии и делаются попытки выполнять талантливую работу;
- 34 — гармония мышления, чувств, воображения и психомоторики: рождается способность к гениальной работе;
- 55 — в этом возрасте, при условии сохраненной гармонии души и тела, готов стать творцом . И так далее...

## **Результаты реализации проекта**

В ходе реализации проекта достигнуты все ожидаемые результаты:

1. Изучена литература и интернет-источники по теме проекта.
2. Изучен числовой ряд Фибоначчи и его связь с золотым сечением.
3. Рассмотрена закономерность чисел Фибоначчи на примере решения задач о кроликах.
4. Проведен эксперимент с делением сторон квадрата на части по закону чисел Фибоначчи.
5. Исследованы сферы, в которых используется числовой ряд Фибоначчи и золотое сечение
6. Исследованы некоторые направления проявления золотого сечения в медицине.

## **Практические рекомендации**

Исходя из результатов проекта, заинтересованным лицам, желающим изучать последовательности чисел Фибоначчи можно дать следующие рекомендации:

1. Для изучения чисел Фибоначчи используйте литературу и Интернет-источники, предложенные в данном проекте.
2. Начните поиск последовательностей в бытовых ситуациях. Рассмотрите архитектуру Вашего дома, обратите внимание на интерьер Вашей квартиры в поисках данной последовательности.
3. Продолжайте поиск последовательности Фибоначчи в искусстве, литературе, архитектуре. Это очень увлекательное занятие!
4. Разработайте и применяйте на уроках математики примеры и задачи на последовательность Фибоначчи.
5. Ищите применение чисел Фибоначчи даже там, где на первый взгляд его быть не может.
6. Рекомендуем чтение специальной литературы как печатной, так и электронной, найденной в сети Интернет.
7. Рекомендуем посещение информационных порталов и образовательных сайтов, популяризирующих использование чисел Фибоначчи в повседневной жизни.

## ВЫВОДЫ

После подробного изучения большого объема информации связанного с данной темой работы можно сделать следующие выводы:

1. Достигнута цель исследования. Гипотеза полностью подтвердилась.
2. Выполнены все поставленные задачи.
3. Числовая последовательность Фибоначчи проявляется во многих разделах математики, биологии, искусства, медицины.
4. Числа Фибоначчи являются универсальными, так как справедливы независимо от области применения.
5. Золотое сечение является одним из ярких примеров использования ряда чисел Фибоначчи.
6. Числа Фибоначчи и Золотое сечение требуют подробного изучения в области медицины, так как позволяют сделать новые полезные выводы.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Закономерность явлений природы, строение и многообразие живых организмов на нашей планете, всё, что нас окружает, поражая воображение своей гармонией и упорядоченностью, законы мироздания, движение человеческой мысли и достижения науки – всё это можно объяснить последовательностью Фибоначчи.

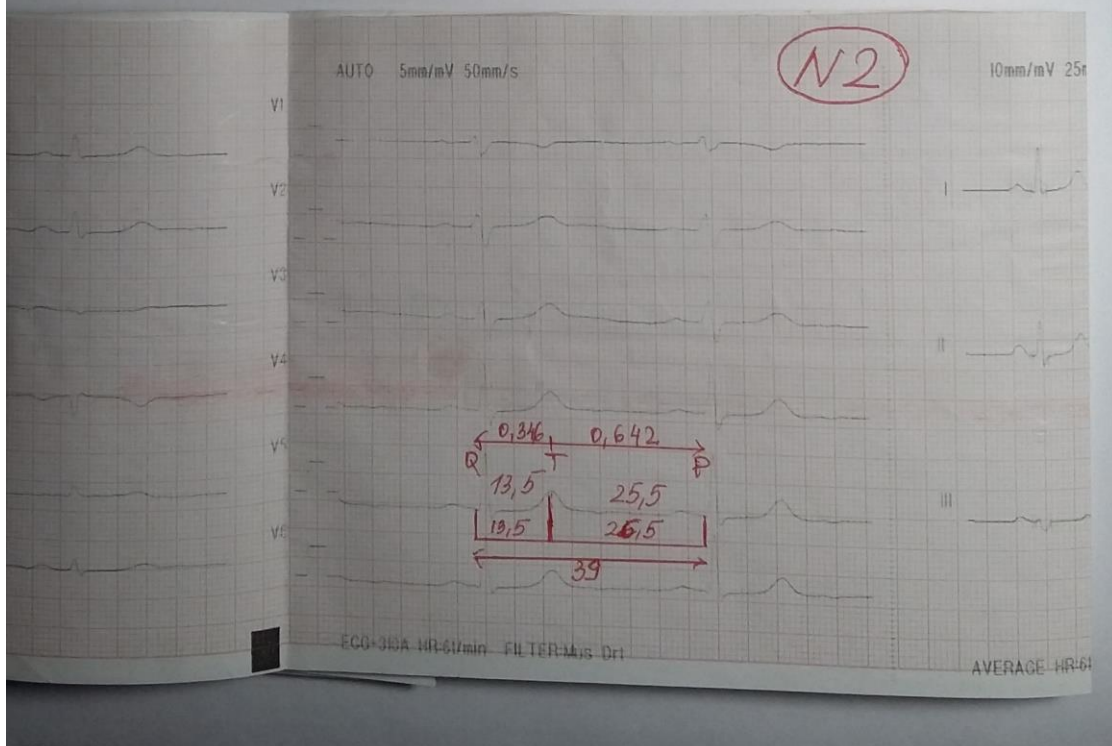
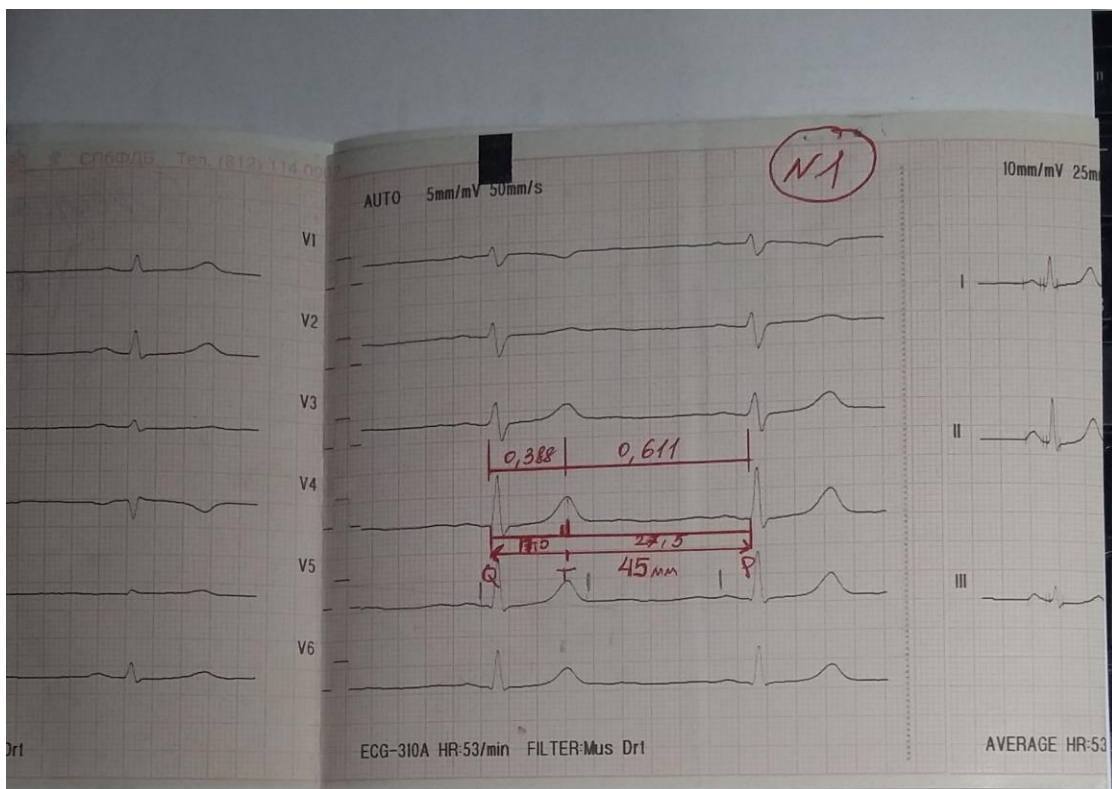
В ходе работы показаны различные пути исследования гармонии природы, основанные на рассмотрении разных объектов искусства, естествознания, медицины. Скульптура, архитектура, музыка, астрономия, биология, психология, медицина, библия – это те сферы, где обнаруживает себя ряд Фибоначчи. Особо уделено внимание исследованию проявления Золотого сечения в медицине. Проведены самостоятельные расчёты, подтверждающие законы Золотого сечения.

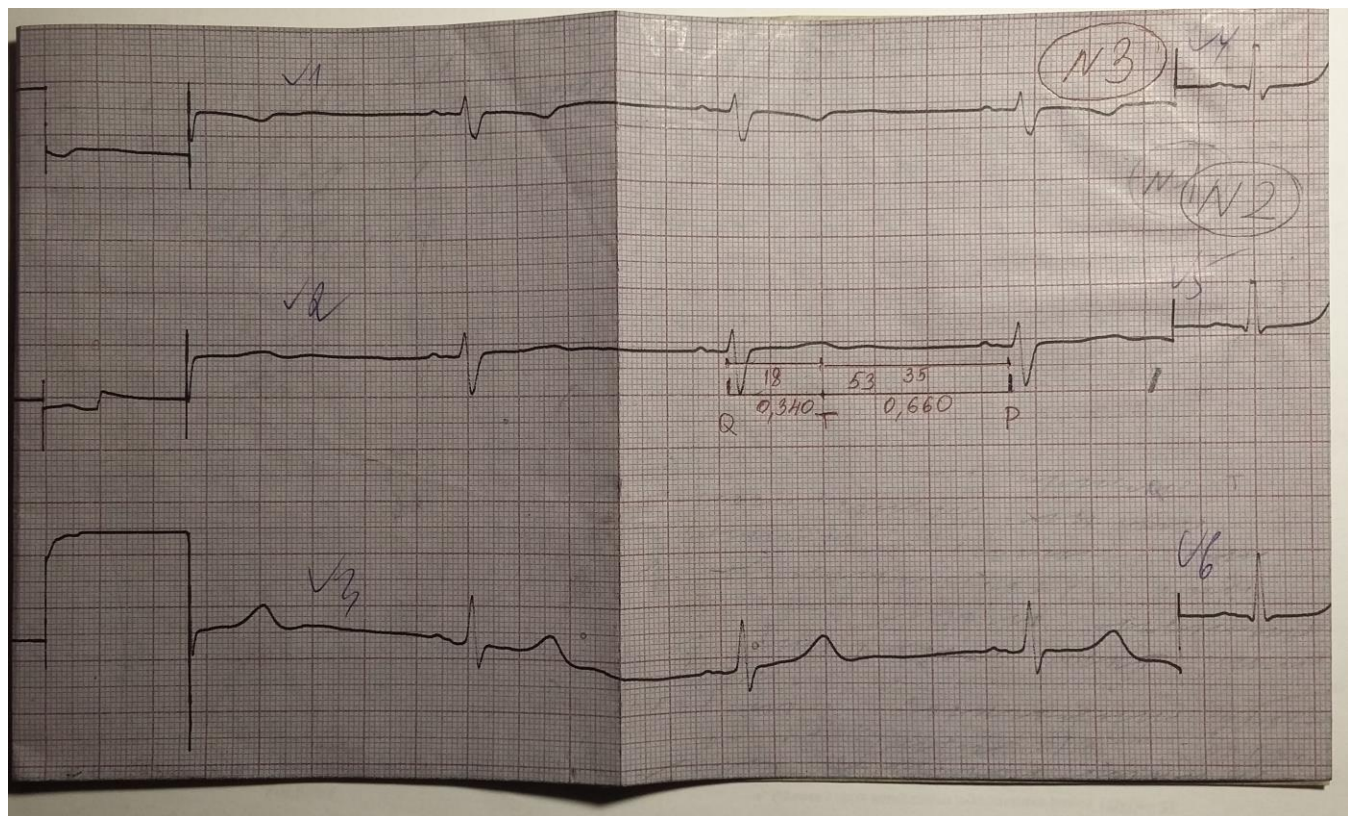
**Практическая значимость** данной работы определяется полезностью знания о числах Фибоначчи, которые широко применяются в изучении окружающего нас мира. Также работа может быть предложена для изучения обучающимся для внедрения в практическую работу и послужить материалом для проведения дальнейших исследований по заданной теме, а также профессионального самоопределения.

В заключении отметим, что данная работа является законченным исследованием и при этом имеет ряд перспектив. В дальнейшем возможно исследовать как числа Фибоначчи используются в биологии, химии, как это можно использовать и применять на практике в бытовых условиях.

# Приложение 1

ЭКГ респондентов.





## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ ИНФОРМАЦИИ

1. Воробьев Н.Н. Числа Фибоначчи. Издание четвертое. Дополненное. – Москва : Наука, 1978
2. Геометрическая прогрессия. – [Электронный ресурс]. – URL: <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/17036> (дата обращения 17.08.2018)
3. Загадки природы и числа Фибоначчи. – [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.liveinternet.ru/users/4506755/post186633412> (дата обращения 23.08.2018)
4. Золотое сечение. – [Электронный ресурс]. – URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D1%82%D0%BE%D0%B5%D1%81%D0%B5%D1%87%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5> (дата обращения 07.09.2018)
5. Общие понятия про золотое сечение. – [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.liveinternet.ru/users/4159599/post201978566/> (дата обращения 19.09.2018)
6. «Золотое сечение» в медицине. Мистика или универсальный критерий? Е.В.Гурвич, Вл.В.Шкарин, 2002 г., Государственная медицинская академия, Нижний Новгород, УДК 616.12—008.331.1:616—071, <http://www.medicum.nnov.ru/nmj/2002/2/24.php> (дата обращения 09.09.2019).
7. Черныш П.П. Гармонические соотношения в строении и функции сердечно-сосудистой системы. Журнал теоретической и клинической медицины. Морфология и физиология 2000;1.
8. Цветков В.Д. Ряды Фибоначчи и оптимальная организация сердечной деятельности млекопитающих. Путино: НЦБИ АН СССР; 1984; 19 с.
9. Добрых В.А. Экстрасистолия золотых сечений у больных ишемической болезнью сердца. Физиология человека.1994;1 (20): 165-166.
10. Дубров А.П. Симметрия биоритмов и реактивности. М: Медицина; 1987; 176.
11. Соколов А.А., Соколов А.Я. Математические закономерности электрических колебаний мозга. М: Наука; 1976; 97 с.
12. <http://www.dentalspagroup.ru/> - Золотое сечение в стоматологии. (дата обращения 09.09.2019).

\*Иллюстрации взяты с сайта <http://www.n-t.org/tp/iz/zs/htm>