

Арифметическая прогрессия. Теория. ОГЭ №14

Последовательность, в которой каждый следующий член можно найти, прибавив к предыдущему одно и то же число d , называется арифметической прогрессией. Число d называется разностью АП.

Виды АП: возрастающая ($d > 0$), убывающая ($d < 0$), стационарная ($d = 0$)

Очень важно: Как понять, что в задании именно арифметическая прогрессия? ИЩИ В ЗАДАЧЕ ПРЕДЛОГ «НА»

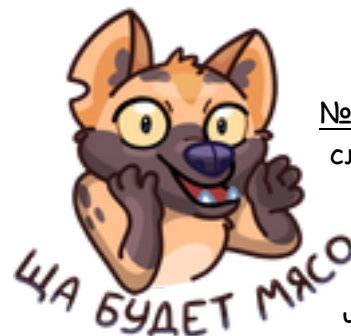
Обозначения:

- a_1 - первый член арифметической прогрессии
- a_n - n -ый член арифметической прогрессии (т.е. тот, который стоит на n -ом месте в последовательности)
- d - разность
- S_n - сумма первых n членов арифметической прогрессии

Что нужно знать для решения задач на ОГЭ:

- Определение АП: $a_{n+1} = a_n + d$
- Разность АП - это разность между последующим и предыдущими членами: $d = a_{n+1} - a_n$
- Разность АП: $d = \frac{a_n - a_1}{n - 1}$
- Формула общего члена АП: $a_n = a_1 + (n - 1)d$
- Сумма n первых членов АП: $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$
 $S_n = \frac{2a_1 + (n - 1)d}{2}n$.
- Сумма n первых членов АП:
- Свойство АП: $a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$

Т.е. каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, равен среднему арифметическому двух соседних с ним членов.



Арифметическая прогрессия. Примеры

№1 : В первом ряду кинозала 24 места, а в каждом следующем на 2 больше, чем в предыдущем. Сколько мест в восьмом ряду?

Решение: Число мест в ряду представляет собой арифметическую прогрессию с первым членом $a_1 = 24$ и разностью $d = 2$. Член арифметической прогрессии с номером 8 может быть найден по формуле $a_8 = a_1 + (8 - 1) \cdot d = 24 + 7 \cdot 2 = 38$.

№2 : Хозяин договорился с рабочими, что они выкопают ему колодец на следующих условиях: за первый метр он заплатит им 4200 рублей, а за каждый следующий метр — на 1300 рублей больше, чем за предыдущий. Сколько рублей хозяин должен будет заплатить рабочим, если они выкопают колодец глубиной 11 метров?

Решение: Последовательность цен за метр — арифметическая прогрессия с первым членом $a_1 = 4200$ и разностью $d = 1300$. Сумма первых n членов арифметической прогрессии вычисляется по формуле :

$$S_{11} = \frac{2 \cdot 4200 + 10 \cdot 1300}{2} \cdot 11 = 117700.$$



№3 : Васе надо решить 434 задачи. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вася решил 5 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 14 дней.

Решение: В первый день Вася решил $a_1 = 5$ задач, в последний — a_{14} задач. Всего надо решить $S_{14} = 434$ задач.

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$$
$$S_{14} = \frac{a_1 + a_{14}}{2} \cdot 14 = 7(5 + a_{14}).$$

$$7(5 + a_{14}) = 434 \Leftrightarrow 5 + a_{14} = 62 \Leftrightarrow a_{14} = 57$$