

Тема: Возрастание и убывание функции.

Перечень вопросов, рассматриваемых в теме

- 1) Нахождение промежутков монотонности функции,
- 2) Определение алгоритма нахождения промежутков возрастания и убывания функции,
- 3) Решение задачи на нахождения промежутков возрастания и убывания функции

Глоссарий по теме

Алгоритм нахождения промежутков возрастания и убывания функции $y = f(x)$

1. Найти $D(f)$
2. Найти $f'(x)$.
3. Определить, при каких значениях $x f'(x) \geq 0$ (на этих промежутках функция возрастает); при каких значениях $x f'(x) \leq 0$ (на этих промежутках функция убывает))

Основная литература:

Колягин Ю.М., Ткачева М.В, Федорова Н.Е. и др., под ред. Жижченко А.Б. Алгебра и начала математического анализа (базовый и профильный уровни) 11 кл. – М.: Просвещение, 2014.

Дополнительная литература:

Орлова Е. А., Севрюков П. Ф., Сидельников В. И., Смоляков А.Н. Тренировочные тестовые задания по алгебре и началам анализа для учащихся 10-х и 11-х классов: учебное пособие – М.: Илекса; Ставрополь: Сервисшкола, 2011.

Теоретический материал для самостоятельного изучения

1. Функция $y = f(x)$, определенная на промежутке X , называется возрастающей на этом промежутке, если для любой пары чисел x_1 и x_2 из этого промежутка из неравенства $x_1 < x_2$ следует неравенство $f(x_1) < f(x_2)$
2. Функция $y = f(x)$, определенная на промежутке X , называется убывающей на этом промежутке, если для любой пары чисел x_1 и x_2 из этого промежутка из неравенства $x_1 < x_2$ следует неравенство $f(x_1) > f(x_2)$

Теоремы

1. Если во всех точках открытого промежутка X выполняется неравенство $f'(x) \geq 0$ (причем равенство $f'(x) = 0$ либо не выполняется, либо выполняется лишь в конечном множестве точек), то функция $y = f(x)$ возрастает на промежутке X .
2. Если во всех точках открытого промежутка X выполняется неравенство $f'(x) \leq 0$ (причем равенство $f'(x) = 0$ либо не выполняется, либо выполняется лишь в конечном множестве точек), то функция $y = f(x)$ убывает на промежутке X .

Примеры и разбор решения заданий тренировочного модуля

№1. Определите промежутки монотонности функции

$$y = -3x^3 + 4x^2 + x - 10.$$

Решение

1. Найдем область определения функции.

$$D(y) = (-\infty; +\infty)$$

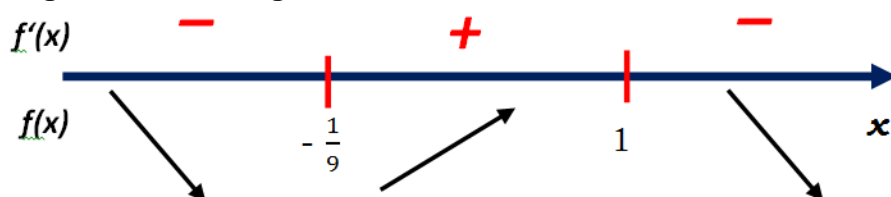
2. Найдем производную функции.

$$y' = -9x^2 + 8x + 1$$

$$y' = (x - 1)(-9x - 1)$$

3. Определим, на каких промежутках производная положительна (на этих промежутках функция возрастает), на каких – отрицательна (на этих промежутках функция убывает).

Применим для этого метод интервалов. Для определения знака на каждом промежутке подставим произвольное значение из этого промежутка в выражение для производной.



Так как на интервале $(-\infty; -\frac{1}{9})$ производная функции отрицательна, то на этом интервале функция убывает.

Так как на интервале $(-\frac{1}{9}; 1)$ производная функции положительна, то на этом интервале функция возрастает.

Так как на интервале $(1; +\infty)$ производная функции отрицательна, то на этом интервале функция убывает.

Так как в точках $x = -\frac{1}{9}$ и $x = 1$ функция непрерывна, то эти точки входят в промежутки возрастания и убывания данной функции.

Следовательно, функция возрастает на $[-\frac{1}{9}; 1]$; функция убывает на $(-\infty; -\frac{1}{9}]$ и на $[1; +\infty)$.

Ответ: Функция возрастает на $[-\frac{1}{9}; 1]$

Функция убывает на $(-\infty; -\frac{1}{9}]$ и на $[1; +\infty)$.

№2. Определите промежутки монотонности функции

$$y = x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 4.$$

Решение:

1. $D(y) = (-\infty; +\infty)$

2. $y' = 5x^4 - 20x^3 + 15x^2$

$$y' = 5x^2(x - 1)(x - 3)$$

1. Функция возрастает на $(-\infty; 1]$ и на $[3; +\infty)$; функция убывает на $[1; 3]$.

Ответ: Функция возрастает на $(-\infty; 1]$ и на $[3; +\infty)$;

функция убывает на $[1; 3]$.