

Проект «Площади многоугольников»

**Подготовила: Ворошилова Елизавета,
ученица 8Б класса, МБОУ СОШ №5,
г.Николаевска-на-Амуре
Хабаровского края**

**Руководитель: учитель математики
Носова Татьяна Николаевна**

2019-2020

План работы:

✚ Из истории

✚ Что такое площадь?

- Понятие площади
- Единицы измерения
- Свойства
- Нахождение площади
 - *Квадрата*
 - *Прямоугольника*
 - *Параллелограмма*
 - *Треугольника*
 - *Трапеции*

Из истории

Зачатки геометрических знаний, связанных с измерением площадей, теряются в глубине веков.

Еще 4-5 тысяч лет назад вавилоняне умели определять площадь прямоугольника и трапеции в квадратных единицах. Квадрат издавна служил эталоном при измерении площадей, благодаря своим свойствам: равные стороны, прямые углы, симметричность, общие совершенства форм.

Древние египтяне 4000 лет назад пользовались почти теми же приемами, что мы, для измерения площади прямоугольника и трапеции: основание прямоугольника делилось пополам и умножалось на высоту; для трапеции же сумма параллельных сторон делилась пополам и умножалась на высоту. Так же, египтяне придумали способ измерения площади треугольника. Египетские землемеры рассуждали примерно так. Если в прямоугольнике провести прямую линию через два противоположных угла, то получится два одинаковых треугольника с прямыми углами. Площадь каждого из них вдвое меньше площади прямоугольника, из которого они получились. Значит, для того чтобы узнать площадь прямоугольного треугольника, надо измерить те его стороны, которые образуют прямой угол, перемножить длину их и от того, что получится, взять половину.

На Руси площадь прямоугольника, согласно «Книге сомного письма» следует вычислять путем выделения из прямоугольника наибольшего квадрата, площадь оставшейся фигуры вычислять, узнав какую долю наибольшего квадрата, составляет ее площадь. Из сказанного можно заключить, что точного вычисления площадей фигур составители этой рукописи не знали.

В ряде более поздних геометрических рукописей правила измерения площадей даются даже догматически разъясняются рядом примеров.

Вопреки сохранившимся рукописям, создание «русскими материалами каменных дел» различных грандиозных сооружений говорит о том, что эти мастера обладали довольно основательными знаниями в области геометрии, хотя возможно чисто рецептурного характера. Без таких знаний сооружение прекрасных зданий, как например, храм Василия Блаженного в Москве, было бы невозможно.

Что такое площадь?

Итак, что же такое площадь?

Площадь — численная характеристика двумерной (плоской или искривлённой) геометрической фигуры, неформально говоря, показывающая размер этой фигуры.

Или

Величина той части плоскости, которую занимает фигура. Выражается положительным числом, которое зависит от выбора единицы измерения. За единицу измерения выбирается площадь квадрата со стороной, равной какой-то единице длины. Площадь плоской фигуры примерно равна количеству таких квадратов, на которые можно разбить эту фигуру.

Однако строгое определение достаточно сложное.

Понятие площади известно нам из повседневного опыта. Ведь каждый понимает смысл таких слов: площадь этой комнаты около шестнадцати квадратных метров, площадь садового участка — восемь соток.

Площадь многоугольника — это величина той части плоскости, которую занимает многоугольник. Измерение площадей проводится с помощью выбранной единицы измерения, аналогично измерению длин отрезков. Единицей измерения площадей принимают квадрат, сторона которого равна единице измерения отрезков.

Например если мы взяли для измерения площади того или иного прямоугольника квадратный сантиметр (см^2), это будет означать что мы говорим о единице измерения, представляющей собой квадрат со стороной равной 1 см.

Какие еще единицы измерения (меры поверхности) площадей существуют?

Квадратный метр (м^2)— основная единица поверхности.

Квадратный километр (км^2) — единица измерения площади, кратная квадратному метру.

Гектар (га) — В России гектар является основной единицей измерения площади земли, особенно сельскохозяйственной.

Ар (а) или Сотка- метрическая единица измерения площади, равная 100 м^2 .

Квадратный дециметр (дм²)

Квадратный сантиметр (см²)

Квадратный миллиметр (мм²)

Квадратный дюйм

Квадратный ярд (ярд²) — единица измерения площади.

Квадратный фут (фут²) — единица измерения площади в английской системе мер, используемая преимущественно в США, Великобритании, Гонконге, Афганистане и Канаде.

Квадратный ярд (ярд²) — единица измерения площади.

1 кв. километр (кв. км) = 1 000 000 кв. метров (кв. м)

1 кв. метр (кв. м) = 100 кв. дециметрам (кв. дм) = 10 000 кв. сантиметров (кв. см)

1 гектар (га) = 100 арам (а) = 10 000 кв. метров (кв. м)

1 ар (а) = 100 кв. метрам (кв. м)

Площадь обладает следующими свойствами.

1. **Равные многоугольники имеют равные площади.** Если два многоугольника равны, то единицы измерения площадей и ее части укладываются в таких многоугольниках одинаковое количество раз.

Как доказать это?

Начертим два многоугольника с одинаковой площадью. Наложим на каждый поочередно палетку, измерив с ее помощью площадь фигур.

2. **Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.**

Как доказать это?

Составим один прямоугольник из нескольких. Снова используем палетку. Наложив ее на полученный прямоугольник увидим, что в его общей площади укладываются, тем самым ее составляют, площади прямоугольников из которых составлен измеряемый.

3. **Площадь квадрата равна квадрату его стороны.**

Как доказать это?

Построим квадрат со стороной равной трем сантиметрам. Воспользуемся палеткой для того чтобы измерить его площадь. Видим, что площадь равна 9 квадратным сантиметрам. Девять – квадрат трех.

Существует два основных способа измерения площадей.

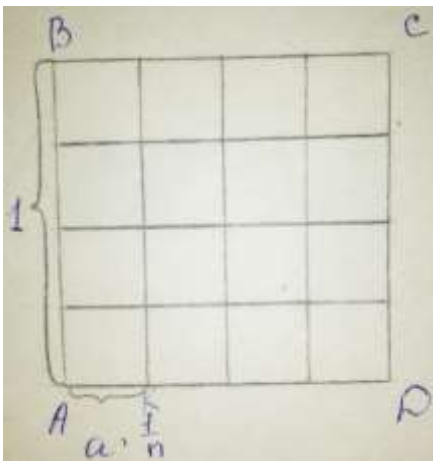
1. Путем наложения квадратных единиц

2. По формуле

Следует отметить, что первый способ измерения площади многоугольника крайне неудобен в сравнении с первым. Выясним, как же можно вычислять площади многоугольников по формуле.

Площадь квадрата

Теорема: Площадь квадрата равна квадрату его стороны.



Дано: $ABCD$ – квадрат.

$AD, 1, AK=a=1:n$

Доказать: $S=a^2$

Доказательство:

1. Разобьем квадрат $ABCD$ на n^2 равных квадратов.

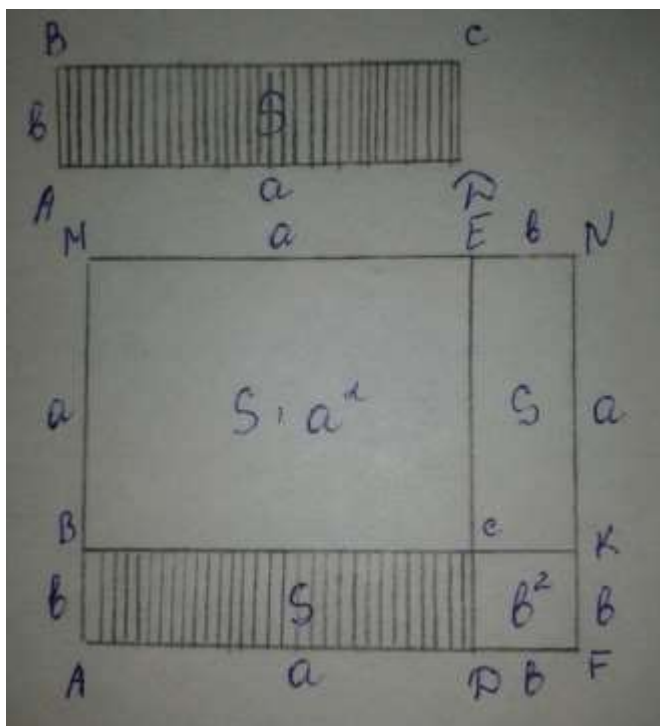
2. Т.к. площадь $ABCD$ равна 1, то площадь каждого маленького квадрата равна $1:n^2$, значит сторона каждого маленького квадрата равна $1:n$, т.е. равна $a \Rightarrow$

3. $S=1:n^2=(1:n)^2=a^2$

$S=a^2$

Площадь прямоугольника

Теорема: Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.



$$S=a*b$$

Дано: $ABCD$ – прямоугольник, $AB=b$, $AD=a$ – смежная сторона.

Доказать: $S=ab$

Доказательство:

1. Построим прямоугольник $ABCD$ до квадрата со $AMNF$ со стороной $a+b$

$$2. S_{AMNF} = AF^2 = (a+b)^2$$

$$3. S_{AMNF}=S+S+a^2+b^2$$

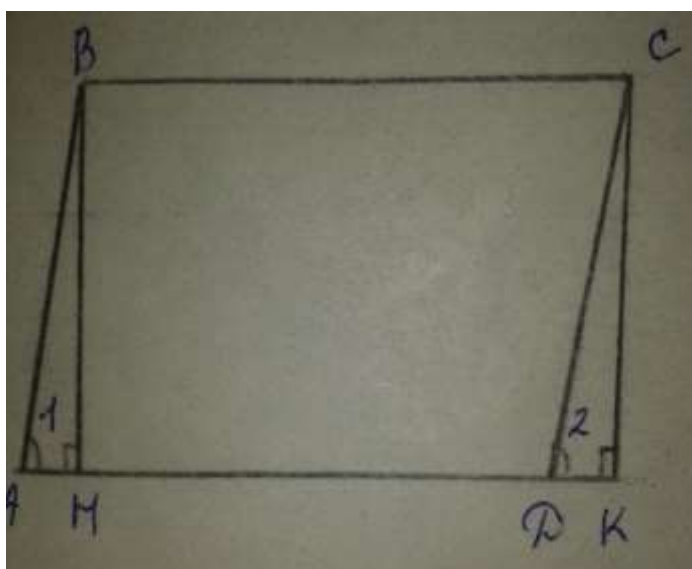
$$(a+b)^2 = S + S + a^2 + b^2$$

$$a^2+2ab+b^2=S+S+a^2+b^2$$

$$2S=ab$$

Площадь параллелограмма

Теорема: Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту.



Дано: $ABCD$ – параллелограмм

BC и AD – основания

ВНн СК – высоты

*Доказать: $S=AD*BH$*

Доказательство: 1. Докажем, что

$$S_{ABCD}=S_{BHKC}$$

$$2. S_{ABCD}=S_{ABH}+S_{BHCD}, S_{BHCK}=S_{DCK}+S_{BHCD}$$

3. Докажем, что треугольник $ABH =$
треугольнику DCK

$AB=CD$ по свойству параллелограмма

$\angle 1 = \angle 2$ при параллельных AB и CD , секущая AK

Вывод: Треугольники равны по гипотенузе и острому углу, следовательно, равны и их площади.

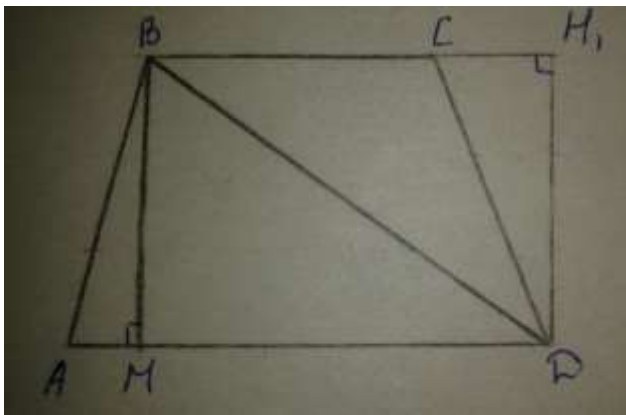
$$4. S_{ABCD} = S_{BHKC} = S_{ABH} + S_{BHKC}$$

$$S_{BHKC} = BC \cdot BH, \text{ но } BC = AD \Rightarrow$$

$$S_{BHKC} = AD \cdot BH$$

Площадь трапеции

Теорема: Площадь трапеции равна произведению полусуммы ее оснований на высоту.



Дано: $ABCD$ – трапеция, AD и BC основания,
 BH и BH_1 – высоты.

Доказать: $S = 1/2(AD + BC) \cdot BH$

Доказательство: 1. $S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD}$

2. $S_{ABD} = 1/2 BC \cdot AD$ (Из теоремы о площади
треугольника)

$S_{BCD} = 1/2 BC \cdot DH$ (аналогично)

$$4. S_{ABCD} = 1/2 BH \cdot AD + 1/2 BC \cdot BH$$

$$5. S_{ABCD} = 1/2(AD + BC) \cdot BH$$