

## 12. Расчеты по формулам

### Часть 1. ФИПИ

#### ПРИМЕРЫ

**Пример 1.** В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле  $C = 6500 + 4100 \cdot n$ , где  $n$  – число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 7 колец.

$$C = 6500 + 4100 \cdot n \quad n - \text{число колец}$$

$$n = 7$$

$$C = 6500 + 4100 \cdot 7 = 6500 + 28700 = 35200$$

Ответ: 35200

**Пример 2.** В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) рассчитывается по формуле  $C = 150 + 12 \cdot (t - 5)$ , где  $t$  – длительность поездки, выраженная в минутах ( $t > 5$ ). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 11-минутной поездки.

$$C = 150 + 12 \cdot (t - 5) \quad t - \text{длительность поездки}$$

$$t = 11 \text{ мин}$$

$$C = 150 + 12 \cdot (11 - 5) = 150 + 12 \cdot 6 = 150 + 72 = 222$$

Ответ: 222

**Пример 3.** Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой  $t_F = 1,8t_C + 32$ , где  $t_C$  – градусы Цельсия,  $t_F$  – градусы Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует  $-45$  градусов по шкале Цельсия?

$$t_F = 1,8t_C + 32 \quad t_C - \text{градусы Цельсия}$$

$$t_C = -45^\circ\text{C}$$

$$t_F = 1,8 \cdot (-45) + 32 = -81 + 32 = -49$$

Ответ:  $-49$

**Пример 4.** Чтобы перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула  $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$ , где  $t_C$  – температура в градусах Цельсия,  $t_F$  – температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 113 градусов по шкале Фаренгейта?

$$t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32) \quad t_F - \text{градусы Фаренгейта}$$

$$t_F = 113^\circ\text{F}$$

$$t_C = \frac{5}{9}(113 - 32) = \frac{5}{9} \cdot 81 = 45$$

Ответ: 45

**Пример 5.** Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с<sup>2</sup>) можно вычислить по формуле  $a = \omega^2 R$ , где  $\omega$  – угловая скорость (в с<sup>-1</sup>), а  $R$  – радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите радиус  $R$  (в метрах), если угловая скорость равна 7,5 с<sup>-1</sup>, а центробежное ускорение равно 337,5 м/с<sup>2</sup>. Ответ дайте в метрах.

$$a = \omega^2 R$$

$$a = 337,5 \text{ м/с}^2 \text{ – ускорение}$$

$$\omega = 7,5 \text{ с}^{-1} \text{ – скорость}$$

$$R - ? \text{ – радиус}$$

$$\omega^2 R = a$$

$$7,5^2 \cdot R = 337,5 \quad | : 7,5^2$$

$$R = \frac{337,5}{7,5^2} = \frac{337,5}{7,5 \cdot 7,5} = \frac{3375 \cdot 10}{75 \cdot 75} = 6$$

Ответ: 6

**Пример 6.** Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле  $P = I^2 R$ , где  $I$  – сила тока (в амперах),  $R$  – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление  $R$ , если мощность составляет 101,25 Вт, а сила тока равна 4,5 А. Ответ дайте в омах.

$$P = I^2 R$$

$$P = 101,25 \text{ Вт – мощность}$$

$$I = 4,5 \text{ А – сила тока}$$

$$R - ? \text{ – сопротивление}$$

$$I^2 R = P$$

$$4,5^2 \cdot R = 101,25 \quad | : 4,5^2$$

$$R = \frac{101,25}{4,5^2} = \frac{101,25}{4,5 \cdot 4,5} = \frac{10125}{45 \cdot 45} = 5$$

Ответ: 5

**Пример 7.** Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле  $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$ , где  $d_1$  и  $d_2$  – длины диагоналей четырёхугольника,  $\alpha$  – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали  $d_2$ , если  $d_1 = 12$ ,  $\sin \alpha = \frac{7}{9}$ , а  $S = 58,5$ .

$$S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2} \quad | \cdot 2$$

$$2S = d_1 d_2 \sin \alpha$$

$$S = 58,5 \text{ – площадь}$$

$$d_1 = 12 \text{ – диагональ}$$

$$d_2 - ? \text{ – диагональ}$$

$$\sin \alpha = \frac{7}{9}$$

$$d_1 d_2 \sin \alpha = 2S$$

$$12 \cdot d_2 \cdot \frac{7}{9} = 2 \cdot 58,5 \quad | \cdot 9$$

$$84 \cdot d_2 = 117$$

$$d_2 = \frac{117}{84} = 1,392857 \approx 1,4$$

Ответ: 1,4

## 12. Расчеты по формулам

### Часть 2. ФИПИ. Расширенная версия

### ПРИМЕРЫ

**Пример 1.** Зная длину своего шага, человек может приблизительно подсчитать пройденное им расстояние  $s$  по формуле  $s = nl$ , где  $n$  – число шагов,  $l$  – длина шага. Какое расстояние прошёл человек, если  $l = 60$  см,  $n = 1300$ ? Ответ выразите в километрах.

$$s = nl$$

$$n = 1300 \text{ – число шагов}$$

$$l = 60 \text{ см – длина шага}$$

$$s = 1300 \cdot 60 = 78\,000 \text{ (см)}$$

$$78\,000 \text{ см} = 780 \text{ м} = 0,78 \text{ км}$$

Ответ: 0,78

**Пример 2.** Период колебания математического маятника  $T$  (в секундах) приближенно можно вычислить по формуле  $T = 2\sqrt{l}$ , где  $l$  – длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 11 секунд.

$$T = 2\sqrt{l}$$

$$T = 11 \text{ с – период колебаний}$$

$$l = ? \text{ – длина нити}$$

$$2\sqrt{l} = T$$

$$2\sqrt{l} = 11 \quad | :2$$

$$\sqrt{l} = 5,5$$

$$(\sqrt{l})^2 = (5,5)^2$$

$$l = 30,25$$

Ответ: 30,25

**Пример 3.** Закон Менделеева-Клапейрона можно записать в виде  $PV = \nu RT$ , где  $P$  – давление (в паскалях),  $V$  – объём (в  $\text{м}^3$ ),  $\nu$  – количество вещества (в молях),  $T$  – температура (в градусах Кельвина), а  $R$  – универсальная газовая постоянная, равная  $8,31 \text{ Дж/(К}\cdot\text{моль)}$ . Пользуясь этой формулой, найдите объём  $V$  (в  $\text{м}^3$ ), если  $T = 300 \text{ К}$ ,  $P = 53\,848,8 \text{ Па}$ ,  $\nu = 32,4 \text{ моль}$ .

$$PV = \nu RT$$

$$P = 53\,848,8 \text{ Па – давление}$$

$$V = ? \text{ – объём}$$

$$\nu = 32,4 \text{ моль – колич. вещества}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К}\cdot\text{моль}} \text{ – унив. газ. пост.}$$

$$T = 300 \text{ К – температура}$$

$$PV = \nu RT$$

$$53\,848,8 \cdot V = 32,4 \cdot 8,31 \cdot 300 \quad | :53\,848,8$$

$$V = \frac{32,4 \cdot 8,31 \cdot 300}{53\,848,8}$$

$$V = \frac{324 \cdot 831 \cdot 3}{53\,8488} = \frac{6 \cdot 54 \cdot 3 \cdot 277 \cdot 3}{18 \cdot 29916} = \frac{54 \cdot 3}{108}$$

$$V = 1,5$$

Ответ: 1,5

**Пример 4.** Закон Менделеева-Клапейрона можно записать в виде  $PV = \nu RT$ , где  $P$  – давление (в паскалях),  $V$  – объём (в м<sup>3</sup>),  $\nu$  – количество вещества (в молях),  $T$  – температура (в градусах Кельвина), а  $R$  – универсальная газовая постоянная, равная 8,31 Дж/(К·моль). Пользуясь формулой, найдите температуру  $T$  (в градусах Кельвина), если  $P = 70\,219,5$  Па,  $\nu = 29,9$  моль,  $V = 2,3$  м<sup>3</sup>.

$$PV = \nu RT$$

$$P = 70\,219,5 \text{ Па} - \text{давление}$$

$$V = 2,3 \text{ м}^3 - \text{объём}$$

$$\nu = 29,9 \text{ моль} - \text{количество вещества}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}} - \text{универс. газовая постоянная}$$

$$T = ? - \text{температура}$$

$$\nu RT = PV$$

$$29,9 \cdot 8,31 \cdot T = 70219,5 \cdot 2,3 \quad | : (29,9 \cdot 8,31)$$

$$T = \frac{70219,5 \cdot 2,3}{29,9 \cdot 8,31} = \frac{702195 \cdot 230}{299 \cdot 831}$$

$$T = \frac{15 \cdot 46813 \cdot 23 \cdot 10}{23 \cdot 13 \cdot 3 \cdot 277} = \frac{5 \cdot 169 \cdot 10}{13}$$

$$T = 650$$

Ответ: 650

**Пример 5.** Закон Кулона можно записать в виде  $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ , где  $F$  – сила взаимодействия зарядов (в ньютонах),  $q_1$  и  $q_2$  – величины зарядов (в кулонах),  $k$  – коэффициент пропорциональности (в Н·м<sup>2</sup>/Кл<sup>2</sup>), а  $r$  – расстояние между зарядами (в метрах). Пользуясь формулой, найдите величину заряда  $q_2$  (в кулонах), если  $k = 9 \cdot 10^9$  Н·м<sup>2</sup>/Кл<sup>2</sup>,  $q_1 = 0,008$  Кл,  $r = 400$  м, а  $F = 0,225$  Н.

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F = 0,225 \text{ Н} - \text{сила взаимодействия}$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} - \text{коэф. пропорциональности}$$

$$q_1 = 0,008 \text{ Кл} - \text{заряд}$$

$$q_2 = ? - \text{заряд}$$

$$r = 400 \text{ м} - \text{расстояние между зарядами}$$

$$k \frac{q_1 q_2}{r^2} = F \quad | \cdot r^2$$

$$k q_1 q_2 = F r^2$$

$$9 \cdot 10^9 \cdot 0,008 \cdot q_2 = 0,225 \cdot 400^2 \quad | : (9 \cdot 10^9 \cdot 0,008)$$

$$q_2 = \frac{0,225 \cdot 400^2}{9 \cdot 10^9 \cdot 0,008} = \frac{0,225 \cdot 16}{9 \cdot 10^5 \cdot 0,008} = \frac{225 \cdot 16}{9 \cdot 10^5 \cdot 8}$$

$$q_2 = 0,0005$$

Ответ: 0,0005