

**Методическая разработка**  
**«Формы и методы обучения на современном учебном занятии по**  
**математике»**

*Ручкина А.И.,  
учитель математики МБОУ «СОШ  
№22 им. Н.И. Кузнецова» АГО*

**Уровень образования:** общеобразовательный класс

**Тема:** Повторение изученного материала.

**Тип урока:** урок обобщения и систематизации знаний

**Форма организации учебной деятельности:** индивидуальная, фронтальная, групповая.

**Участники:** учащиеся 9 класса,

**УМК:** Геометрия. 7–9 классы: учебник для общеобразовательных учреждений / Л. С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 2018

**Цель:**

создание условий для обобщения и систематизации изученного материала по планиметрии через поиск различных способов доказательства; для активизации познавательной деятельности учащихся в ходе поиска альтернативных методов решения задачи; для развития творческого формирования умения применять полученные знания при решении разнообразных задач данного вида.

**Планируемый результат учебной деятельности:**

**Личностные:** определение целей своей деятельности, контроль своих действий в процессе работы, самооценка на основе критериев успешности учебной деятельности.

**Метапредметные:**

**Познавательные УУД:** умение устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение.

**Коммуникативные УУД:** умение работать индивидуально и в группе, находить общее решение и решать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов, умение организовывать учебное сотрудничество, находить решение, формулировать и аргументировать.

**Регулятивные УУД:** определение целей своей деятельности, контроль своих действий в процессе работы, самооценка на основе критериев успешности учебной деятельности.

**Личностные УУД:** способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений.

**Предметные УУД:** Умение работать с геометрическим текстом, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением

математической терминологии и символики. Умеют демонстрировать знание основных понятий, применять полученные знания для решения основных и качественных задач, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности.

### **Подготовка урока**

Класс делится на 5-6 групп не более, чем по 4 человека. В группах учащиеся с разным уровнем математической подготовки. Группы по своей силе приблизительно равны. В группе должен быть ученик – консультант, который получает помощь от учителя и может сам передать однокласснику то, что умеет и знает, может проверить учебный материал (определения, теоремы, свойства, законы и т.д.) в позиции учителя, оказать помощь одноклассникам, обобщить результаты работы группы..

Заранее с консультантами проводится беседа, где учитель объясняет идею урока, определяет роль консультантов в рабочей группе. Определяются правила работы в группе и система оценок:

- оценивается вклад каждого участника и результат группы в целом.

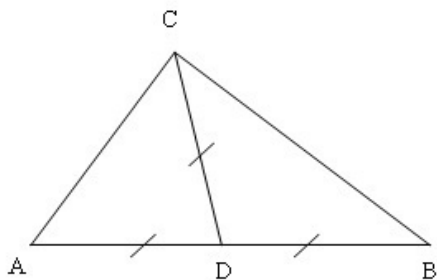
Оценка проводится по следующим показателям:

- вклад каждого ученика в решение задачи, предложенные методы доказательства; как участники слушают друг друга, помогают друг другу, вместе решают возникшую проблему.
- участие в публичной защите решения;
- ответы на вопросы от участников других групп.

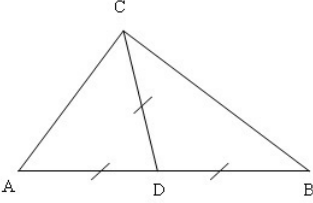
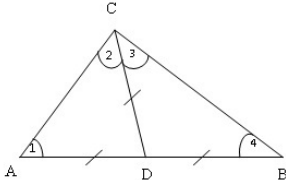
Важно, чтобы консультант не брал на себя единоличное выполнение задания, а оказывал частичную консультативную помощь в отборе идей для доказательства задачи, организационную помощь при публичной защите решения. После того, как были выбраны все различные способы решения, за каждой группой закрепляется защита того или иного способа решения (по 2-3 на группу). Консультанты поручают оформление и защиту того или иного способа решения ученикам из своей группы.

### **Учебные задания для формирования УУД на предметном материале.**

**ЗАДАЧА:** *Доказать, что треугольник прямоугольный, если его медиана равна половине стороны, к которой она проведена.*



## Ход урока

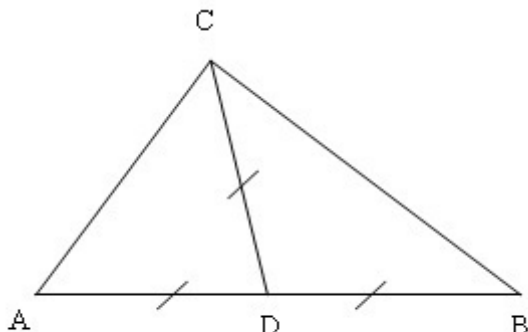
Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1) Организационный этап.	Проверяет готовность учащихся к уроку, настраивает класс на продуктивную деятельность; - создаёт условия для включения учащихся в учебный процесс; - создает эмоциональный настрой на работу на уроке.	Оценивают готовность к уроку; - приветствуют учителя и выполняют самооценку готовности к уроку.
2) Постановка цели и задач урока. Мотивация учебной деятельности обучающихся.	Использует приемы и средства для включения учащихся в процесс целеполагания; Организует работу обучающихся по уточнению темы урока, постановке цели урока и путей её достижения. Формулирует учебную задачу. <b>ЗАДАЧА: Доказать, что треугольник прямоугольный, если его медиана равна половине стороны, к которой она проведена</b> 	Высказывают предположения, с помощью учителя формулируют тему и цель для изучения на уроке; - записывают тему урока в тетрадь; определяют, какие знания и умения необходимы для работы; - планируют собственную деятельность на уроке; принимают учебную задачу. Распределяются по группам.
3) Актуализация знаний.	Актуализирует опорные знания и изученные способы действий; Организует актуализацию знаний обучающихся через подводящий диалог; Организует обсуждение типовых затруднений; Урок начался с того, что выяснили, почему будем доказывать, что именно $\angle C$ будет прямым, а не углы $\angle A$ или $\angle B$ .	Используют свои знания в практической деятельности. Предлагают решение задачи  В треугольнике $\triangle ADC$ $\angle A$ -угол при основании и не может быть прямым. В треугольнике $\triangle BCD$ $\angle B$ - угол при основании и не может быть прямым.
4) Обобщение и систематизация знаний.	Подготовка обучающихся к обобщенной деятельности.	Работают в группах. Доказывают поставленную задачу

	Оказываете организационную помощь консультантов. Наблюдает за работай в группах.	различными способами. Осуществляют взаимодействие в группе по поиску новых решений задачи. Отстаивают свою точку зрения.
5) Применение знаний и умений в новой ситуации.	Предлагает способы доказательства, которые не озвучили группы ( например, с помощью векторов) Выработанные каждой группой решения обсуждаются всем классом. После того, как выслушаны все способы решения задачи, выбираются рациональные пути доказательства.	Защита учениками способов решения. На доске закрепляется соответствующий чертёж.
6)Контроль усвоения, обсуждение допущенных ошибок и их коррекция.	Что же повторили на уроке? (Заранее записано на слайде, открываются по мере того как называют учащиеся)	Работают фронтально. Отвечают на вопрос. . 1) Понятие смежных углов и их свойства 2) Метод прямого доказательства и метод от противного 3) Признаки равенства треугольников 4) Определение равнобедренного треугольника, свойства его углов при основании и свойства высоты, проведённой к основанию. 5) Признаки параллельности прямых 6) Теорема о сумме углов треугольника 7) Внешний угол треугольника и его свойства 8) Вписанный угол, измерение вписанных углов 9) Параллелограмм и его свойства 10) Прямоугольник и его свойства 11) Средняя линия треугольника и её свойства 12) Ромб и его свойства 13) Теорема Пифагора 14) Преобразование подобия и его свойства 15) Правила сложения и вычитания векторов 16) Скалярное произведение векторов

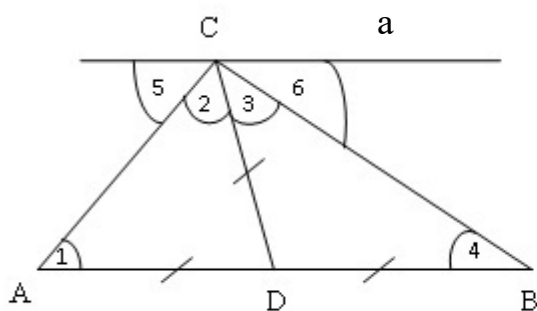
		17) Теорема косинусов 18) Сумма внутренних углов треугольника
7) Рефлексия (подведение итогов занятия).	- Организует работу по рефлексии и самооценке деятельности учащихся на уроке; - Учитель выносит решение о результатах выполнения заданий и работе групп.	- Анализируют свою деятельность и деятельность группы по достижению цели урока. Консультанты оценивают работу каждого участника группы. Оценка проводится по следующим показателям: <ul style="list-style-type: none"> <li>- вклад каждого ученика в решение задачи, предложенные методы доказательства; как участники слушают друг друга, помогают друг другу, вместе решают возникшую проблему.</li> <li>- участие в публичной защите решения;</li> <li>- ответы на вопросы от участников других групп.</li> </ul> Оценка работы группы не должна приводить к конфликтам и обесцениванию результатов работы отдельных групп или учеников.

Возможные способы доказательства задачи.

**ЗАДАЧА:** Доказать, что треугольник прямоугольный, если его медиана равна половине стороны, к которой она проведена.



**I способ**

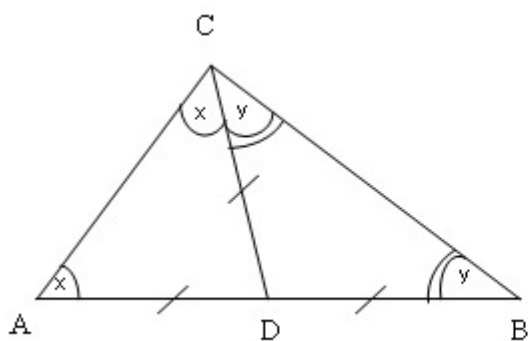


- 1) Проведём  $a \parallel AB$ ;  
 $\angle 1 = \angle 5$  (как внутренние накрест лежащие при параллельных  $a \parallel AB$  и секущей AC)
- 2)  $\angle 4 = \angle 6$  (накрест лежащие при  $a \parallel AB$  и секущей BC)

Итак,  $\angle 5 = \angle 2$  и  $\angle 6 = \angle 3$ ,

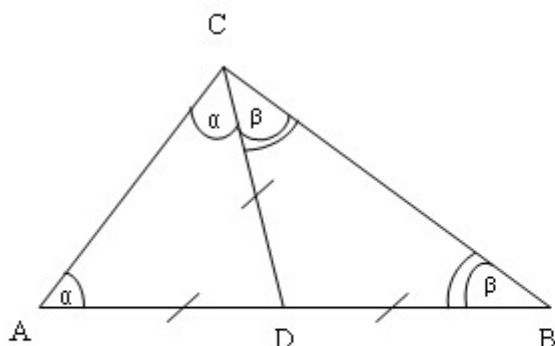
CA и CB – биссектрисы смежных углов, а биссектрисы смежных углов перпендикулярны  $\Rightarrow \angle C = 90^\circ$  ч.т.д.

**II способ**



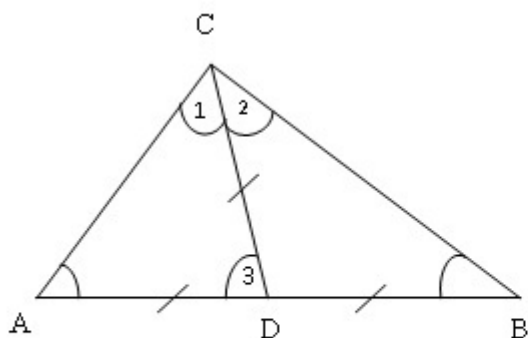
Обозначим  $\angle CAD = x$   
 $\angle CBD = y$   
 $x + (x + y) + y = 180$   
 (теорема о сумме углов)  
 $2x + 2y = 180$   
 $x + y = 90$   
 $\angle C = x + y = 90$   
 ч.т.д.

### III способ (способ от противного)



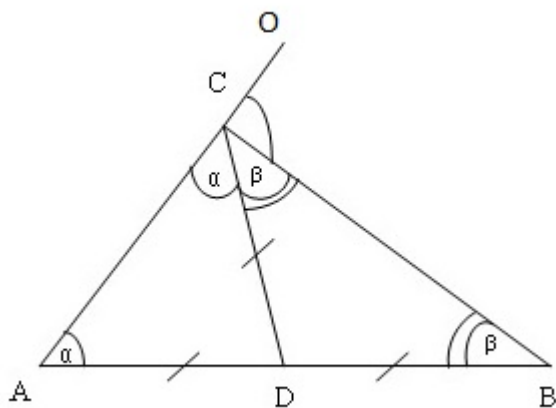
Пусть  $\angle C \neq 90$ , тогда  
 $\angle C < 90$  или  $\angle C > 90$   
 $\alpha + \beta < 90$  или  $\alpha + \beta > 90$   
 $2\alpha + 2\beta < 180$  или  $2\alpha + 2\beta > 180$ ,  
 что противоречит теореме о  
 сумме углов в треугольнике.  
 Следовательно предположение  
 неверно и  $\angle C = 90$   
 ч.т.д.

### IV способ



Из  $\triangle ADC$ :  $\angle 1 = \frac{180^\circ - \angle 3}{2}$ ;  
 Из  $\triangle BCD$ :  $\angle 2 = \frac{180^\circ - \angle 4}{2}$   
 $\angle ACB = \angle 1 + \angle 2 = \frac{180^\circ - \angle 3}{2} + \frac{180^\circ - \angle 4}{2}$   
 $= \frac{360^\circ - (\angle 3 + \angle 4)}{2} = \frac{360^\circ - 180^\circ}{2} = 90^\circ$   
 $\angle ACB = 90$   
 ч.т.д.

### V способ



$\angle OCB$  – внешний угол  $\triangle ABC$

$$\angle OCB = \alpha + \beta$$

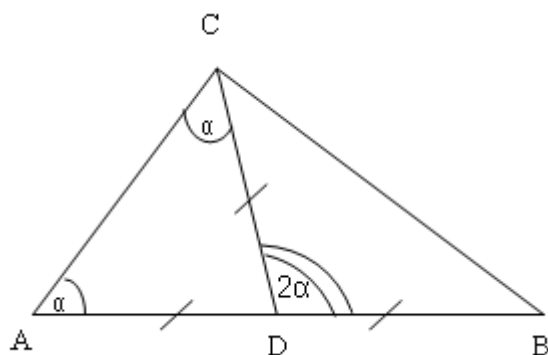
(теорема о внешнем угле треугольника)

$$\angle C = \alpha + \beta$$

$$\angle OCB = \angle C = 90^\circ$$

ч.т.д

### VI способ



$\angle CDB$  – внешний угол для  $\triangle ACD$ ;

$$\angle CDB = 2\alpha;$$

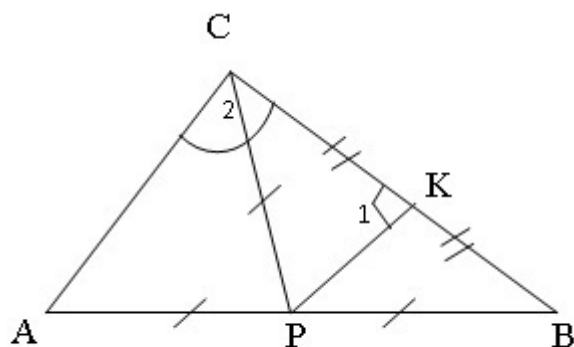
Из  $\triangle CDB$ :

$$\angle DCB = \angle DBC = \frac{180^\circ - 2\alpha}{2} = 90^\circ - \alpha$$

$$\angle C = \alpha + 90^\circ - \alpha = 90^\circ$$

ч.т.д.

### VII способ



Проведём  $PK \perp BC$ , так как  $\triangle CPB$  – равнобедренный, то

$CK = KB \Rightarrow PK$  – средняя линия  $\triangle ACB$  и  $PK \parallel AC$

$\angle 1 = \angle 2$  – внутренние односторонние, при  $PK \parallel AC$  и секущей  $BC$

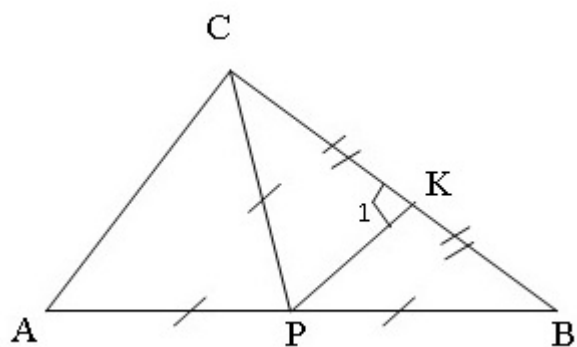
$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \text{ так как}$$

$$\angle 1 = 90^\circ \Rightarrow \angle 2 = \angle C = 90^\circ$$

ч.т.д.

### VIII способ (по предыдущему чертежу)





$\triangle PKC \sim \triangle ACB$

с коэффициентом подобия 2

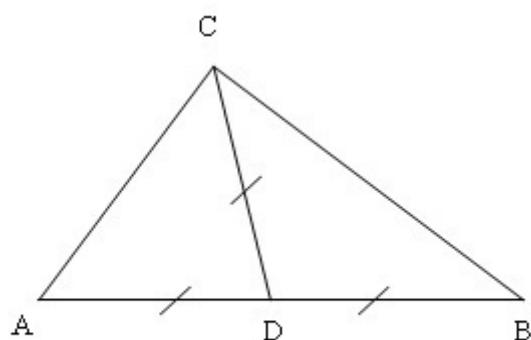
$\Rightarrow$

$\angle C = \angle K$  как соответственные

$\angle C = 90^\circ$

ч.т.д.

### **IX способ**



$DA = DB = DC$ , следовательно  
D- центр окружности, описанной  
около  $\triangle ABC$

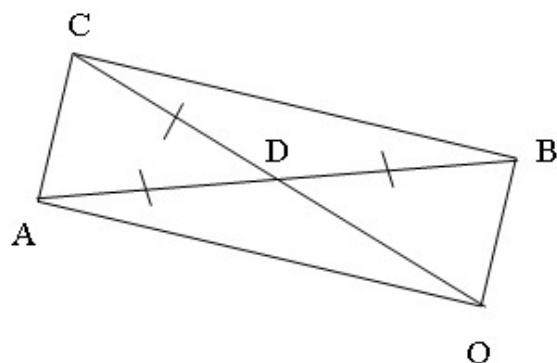
$D \in AB$ ,  $AB$  - диаметр

$\angle C$  - вписанный и его стороны  
проходят через концы диаметра,  
следовательно

$\angle C = 90^\circ$

ч.т.д.

### **X способ**



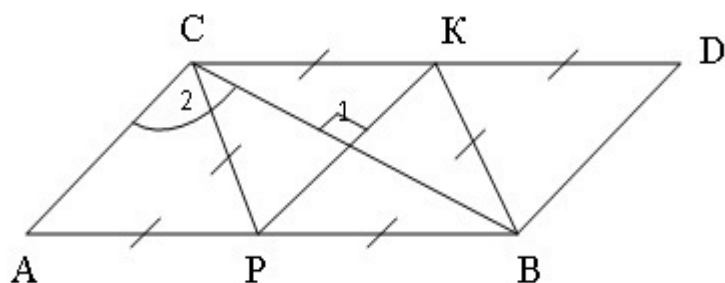
На прямой CD отложим  $DO = DC$ ;  
 $ACBO$ - параллелограмм  
(диагонали делятся точкой пересечения  
пополам)

$CO = AB \Rightarrow ACBO$ - прямоугольник

$\angle C = 90^\circ$

ч.т.д.

### **XI способ**



Проведём  $BD \parallel AC$ ;  $CD \parallel AB$

$ACDB$ -параллелограмм

$\triangle ACB = \triangle DBC$

$BK$ -медiana  $\triangle DBC$

$BK = CK = CP = PB$ ,  $CPKB$ -ромб

$CB$  и  $PK$ -диагонали  $\Rightarrow \angle 1 = 90^\circ$

$ACKP$ -параллелограмм, т.к.

$CK \parallel AP$  и  $CA \parallel PK$

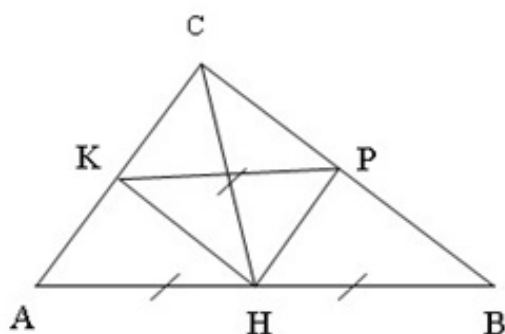
$\angle 1$  и  $\angle 2$  накрест лежащие при

$AC \parallel PK$  и секущей  $CB \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ ,  $\angle C = 90^\circ$

ч.т.д.

### XII способ



Проведём  $KP$ ,  $PH$ ,  $KH$ -средние  
линии  $\triangle ABC$ ;

$KCPH$  –параллелограмм и

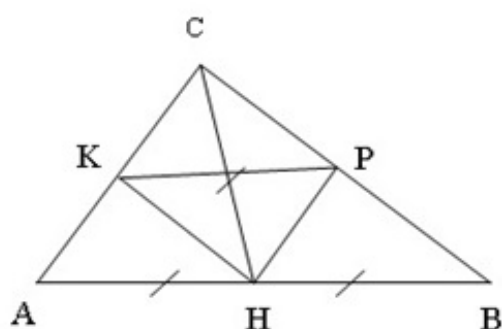
$PK = CH \Rightarrow$

$KCPH$  –прямоугольник

$\angle C = 90^\circ$

ч.т.д.

### XIII способ



$\triangle AKH = \triangle KCP$

( по трём сторонам)

$KH$ -медiana, биссектриса,

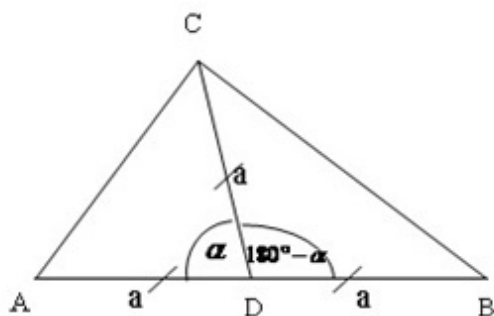
высота равнобедренного  $\triangle ACH$

$\Rightarrow \angle K$  в  $\triangle ACH$  -прямой, но

$\angle C = \angle AKH = 90^\circ$

ч.т.д.

### XIV способ



Пусть  $AD=CD=BD=a$

Из  $\triangle ADC$ :

$$AC^2 = a^2 + a^2 - 2a^2 \cos \alpha$$

Из  $\triangle BCD$ :

$$BC^2 = a^2 + a^2 - 2a^2 \cos(180^\circ - \alpha)$$

$$\cos(\alpha) = -\cos(180^\circ - \alpha)$$

$$AC^2 = 2a^2 - 2a^2 \cos(\alpha)$$

$$BC^2 = 2a^2 + 2a^2 \cos(180^\circ - \alpha)$$

$$AC^2 + BC^2 = 4a^2$$

$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$

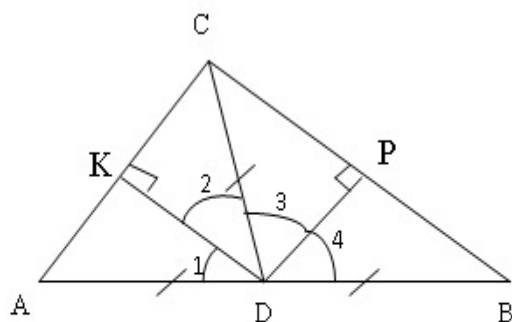
$$AB=2a, AB^2=4a^2$$

Выполняется теорема Пифагора

$$\Rightarrow \angle C = 90^\circ$$

ч.т.д.

### XV способ



Проведём  $DK \perp AC$

$DP \perp BC$

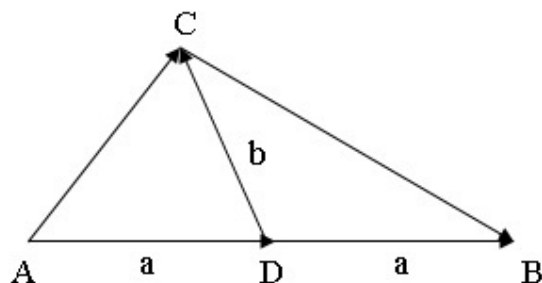
$$\angle 1 = \angle 2; \angle 3 = \angle 4 \Rightarrow$$

$\Rightarrow \angle KDP$  - угол между биссектрисами смежных углов, а биссектрисы смежных углов перпендикулярны.

В четырёхугольнике 3 угла прямые  $\Rightarrow$  и четвёртый угол прямой, так как сумма углов равна  $180^\circ(\pi - 2)$ ;

$$180^\circ(4 - 2) = 360^\circ$$

### XVI способ



Пусть  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB} = \vec{a}$

$\overrightarrow{DC} = \vec{b}$

Выразим через  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$   $\overrightarrow{AC}$  и  $\overrightarrow{CB}$

$$\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$\overrightarrow{CB} = \vec{a} - \vec{b}$$

Найдём скалярное произведение:

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = (\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{b}^2 = |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 = 0,$$

так как  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$   $AC \perp CB$

$$\Rightarrow \angle C = 90^\circ$$

ч.т.д.