

Тема «Наибольшее и наименьшее значения функции»

Перечень вопросов, рассматриваемых в теме

- 1) Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции,
- 2) Определение алгоритма нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке,
- 3) Рассмотреть прикладные задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значений

Глоссарий по теме

Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$:

1. Найти область определения функции $D(f)$.
2. Найти производную $f'(x)$.
3. Найти стационарные и критические точки функции, принадлежащие интервалу $(a; b)$.
4. Найти $f(a)$, $f(b)$ и значения функции в стационарных точках, принадлежащих интервалу $(a; b)$.
5. Среди полученных значений выбрать наибольшее и наименьшее.

Теоретический материал для самостоятельного изучения

Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.

1. Если функция непрерывна на отрезке, то она достигает на нем своего наибольшего и своего наименьшего значения.
2. Наибольшее и наименьшее значений непрерывная функция может достигать как на концах отрезка, так и внутри него.
3. Если наибольшее (наименьшее) значение функции достигается внутри отрезка, то только в стационарной или критической точке.

Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$:

1. Найти производную $f'(x)$ стационарные и критические точки функции, принадлежащие интервалу $(a; b)$.
2. Найти $f(a)$, $f(b)$ и значения функции в стационарных точках, принадлежащих интервалу $(a; b)$ и среди полученных значений выбрать наибольшее и наименьшее

Примеры и разбор решения заданий тренировочного модуля

№1. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 2$ на отрезке $[0; 3]$

Решение. Действуем в соответствии с алгоритмом.

- 1) $D(f) = (-\infty; +\infty)$.
- 2) $f'(x) = 6x^2 - 18x + 12$
- 3) Стационарные точки: $x = 1$; $x = 2$.

$1 \in (0; 3)$; $2 \in (0; 3)$

4) $f(0) = -2$

$f(3) = 7$

$$f(1) = 3$$

$$f(2) = 2$$

$$5) f_{\text{наим.}} = f(0) = -2$$

$$f_{\text{наиб.}} = f(3) = 7.$$

$$\text{Ответ: } f_{\text{наим.}} = -2$$

$$f_{\text{наиб.}} = 7.$$

№2. Найдите два положительных числа, сумма которых равна 16, а произведение наибольшее.

Решение.

Пусть первое число равно x , $x > 0$

Тогда второе число - $(16 - x)$, $16 - x > 0$

Следовательно, $0 < x < 16$

Произведение этих чисел равно $x(16 - x)$.

Составим функцию:

$$f(x) = x(16 - x)$$

$$f'(x) = -2x + 16$$

$x = 8$ – единственная стационарная точка на интервале $(0; 16)$, она является точкой максимума.

Следовательно, в этой точке функция $F(x) = x(16 - x)$ принимает наибольшее значение.

Следовательно, два положительных числа, сумма которых равна 16, а произведение наибольшее, это 8 и 8.

Ответ: 8 и 8