

Тема «Правила вычисления первообразной»

Перечень вопросов, рассматриваемых в теме

- 1) Нахождение первообразной.
- 2) Определение первообразной, график которой проходит через заданную точку.
- 3) Решение задач, обратных задаче нахождения закона изменения скорости материальной точки по закону ее движения

Глоссарий по теме

Первообразная. Функцию $y = F(x)$ называют *первообразной* для функции $y = f(x)$ на промежутке X , если для $x \in X$ выполняется равенство $F'(x) = f(x)$.

Таблица первообразных:

Функция $f(x)$	Первообразная $F(x)$
$(kx + b)^n, n \neq -1, k \neq 0$	$\frac{(kx + b)^{n+1}}{n+1} + C$
$\frac{1}{kx + b}, x > 0$	$\ln(kx + b) + C$
$\cos(kx + b), k \neq 0$	$\sin(kx + b) + C$
$\sin(kx + b), k \neq 0$	$-\cos(kx + b) + C$
$e^{kx+b}, k \neq 0$	$\frac{1}{k} e^{kx+b} + C$

Теоретический материал для самостоятельного изучения

Функцию $y = F(x)$ называют **первообразной** для функции $y = f(x)$ на промежутке X , если для $x \in X$ выполняется равенство $F'(x) = f(x)$.

- 1) $(F(x) + G(x))' = F'(x) + G'(x)$
- 2) $(aF(x))' = aF'(x)$
- 3) $(F(kx + b))' = kF'(kx + b)$

Примеры и разбор решения заданий тренировочного модуля

№1. Для функции $y = f(x)$ найдите множество всех первообразных.

Выполните проверку. $f(x) = 2\sin x + 3x^3$

Решение:

$$f(x) = 2\sin x + 3x^3$$

$$F(x) = -2\cos x + \frac{3}{4}x^4 + C$$

Проверка:

Найдем производную функции $F(x)$.

$$F'(x) = (-2\cos x + \frac{3}{4}x^4 + C)' = 2\sin x + \frac{3}{4} \cdot 4x^3 = 2\sin x + 3x^3$$

$$F'(x) = f(x)$$

Ответ: $F(x) = -2\cos x + \frac{3}{4}x^4 + C$

№2. Значение первообразной функции $F(x)$ функции $f(x) = 10\cos x$ в

точке $x = \frac{\pi}{2}$ равно -4. Найдите $F(-\frac{\pi}{6})$.

Решение. Сначала найдем первообразную

$$F(x) = 10\sin x + C$$

Затем подставляя значения точки x , найдем число c

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 10 \sin \sin \frac{\pi}{2} + C$$

$$10 \sin \sin \frac{\pi}{2} + C = -4$$

$$C = -14$$

Далее получаем уравнение первообразной в этой точке

$$F(x) = 10 \sin x - 14$$

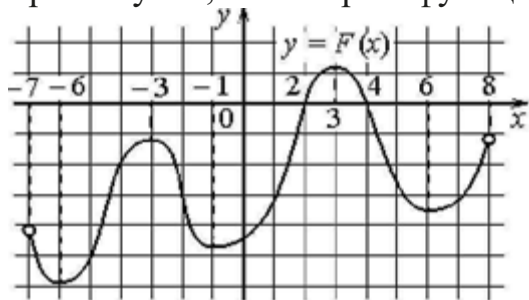
И находим значение первообразной в другой точке

$$F\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 10 \sin \sin \left(-\frac{\pi}{6}\right) - 14$$

$$F\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -19$$

Ответ: -19

№3. По графику первообразной функции $y = F(x)$ определите числовые промежутки, на которых функция $y = f(x)$ имеет отрицательный знак.



Решение:

Так как $F'(x) = f(x)$ - по определению первообразной, то числовые промежутки, на которых функция $f(x)$ (производная функции $F(x)$) имеет отрицательный знак – это промежутки убывания функции $F(x)$. Таких промежутков на данном графике 3. Это $(-7; -6)$; $(-3; -1)$; $(3; 6)$

Ответ: $(-7; -6)$; $(-3; -1)$; $(3; 6)$

№4. Значение первообразной функции $F(x)$ функции $f(x) = 5x^3 - 3x^2 + 7x - 2$ в точке $x = 0$ равно 5. Найдите $F(2)$.

Решение.

1. Найдем множество всех первообразных для данной функции.

$$F(x) = \frac{5}{4}x^4 - x^3 + \frac{7}{2}x^2 - 2x + C$$

1. Так как в точке $x = 0$ значение первообразной функции равно 5, то нам необходимо найти такое значение C , для которого выполняется условие $F(0) = 5$.

Решим уравнение:

$$5 = \frac{5}{4} \cdot 0^4 - 0^3 + \frac{7}{2} \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 + C$$

1. Из полученного уравнения находим $C = 5$.

Следовательно, первообразная для функции $f(x) = 5x^3 - 3x^2 + 7x - 2$ при

заданном условии $F(0) = 5$ имеет вид: $F(x) = \frac{5}{4}x^4 - x^3 + \frac{7}{2}x^2 - 2x + 5$

1. Тогда $F(2) = \frac{5}{4} \cdot 2^4 - 2^3 + \frac{7}{2} \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 + 5$

$$F(2) = 27$$

Ответ: 27