

*Учитель математики и информатики МБОУ «Гимназия №96»  
Вахитовского района г. Казань  
Мергасова Ксения Олеговна*

### **Решение стереометрической задачи №13 ЕГЭ профильной математики с помощью СКМ Geogebra**

Использование компьютерных программ, создание интерактивных моделей являются эффективным способом решения математических задач. Отметим, что благодаря СКМ GeoGebra можно сделать качественный анализ неявно заданных функций.

Наглядное представление решения стереометрических задач с помощью СКМ Geogebra доказывает понятность и рациональность решения с помощью компьютерного моделирования.

Продemonстрируем решение задачи №13 из банка заданий ФИПИ ЕГЭ по профильной математике 2022-2023 учебного года.

#### Задание №13:

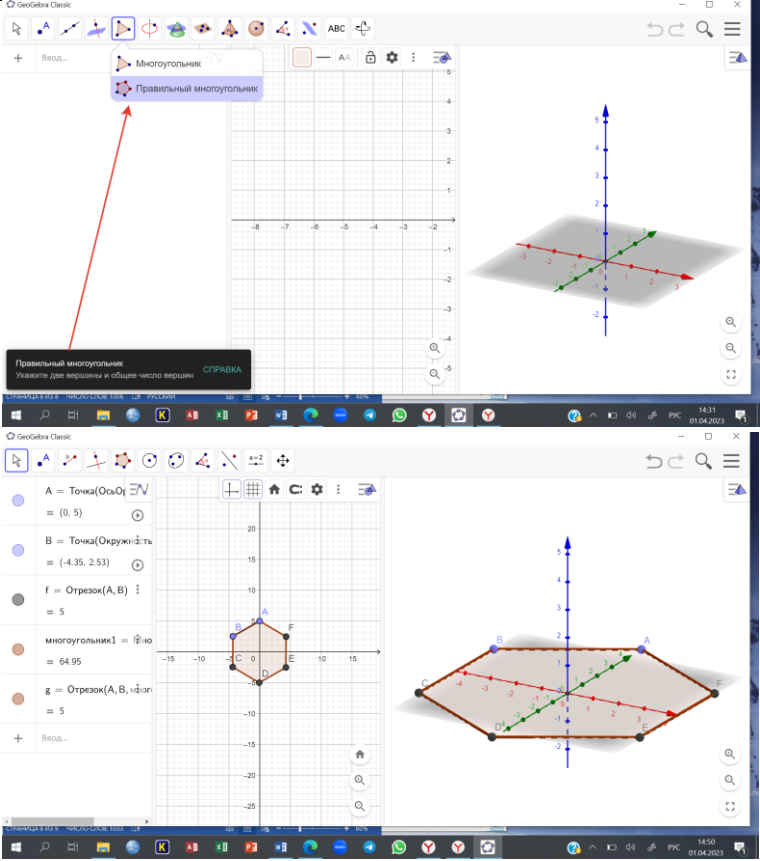
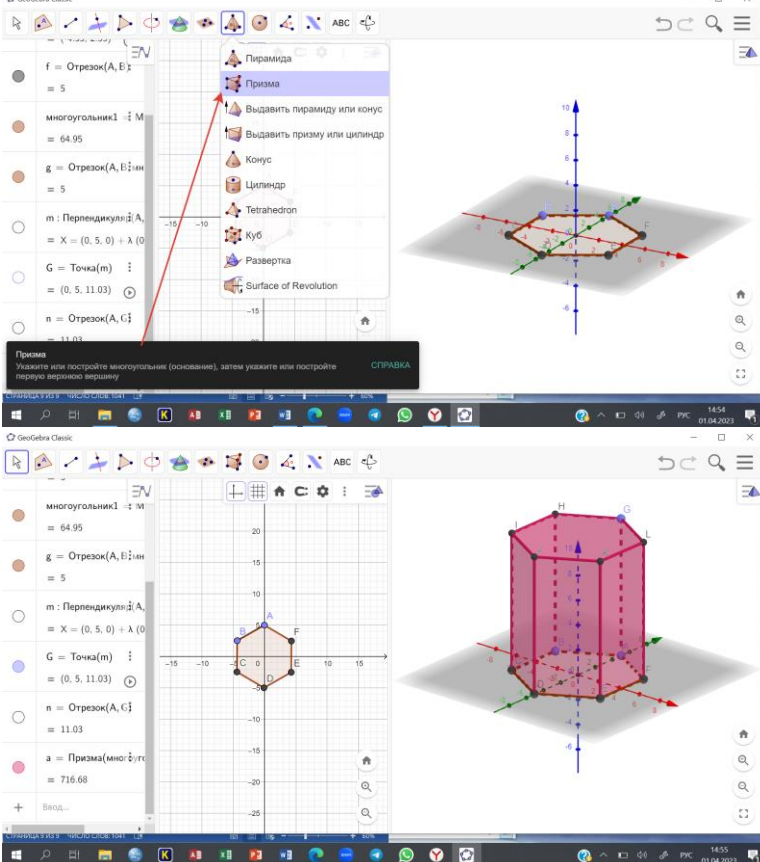
В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  стороны основания равны 5, а боковые рёбра равны 11.

- а) Докажите, что прямые  $CA_1$  и  $C_1 D_1$  перпендикулярны.
- б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через вершины  $C$ ,  $A_1$  и  $F_1$ .

#### Решение:

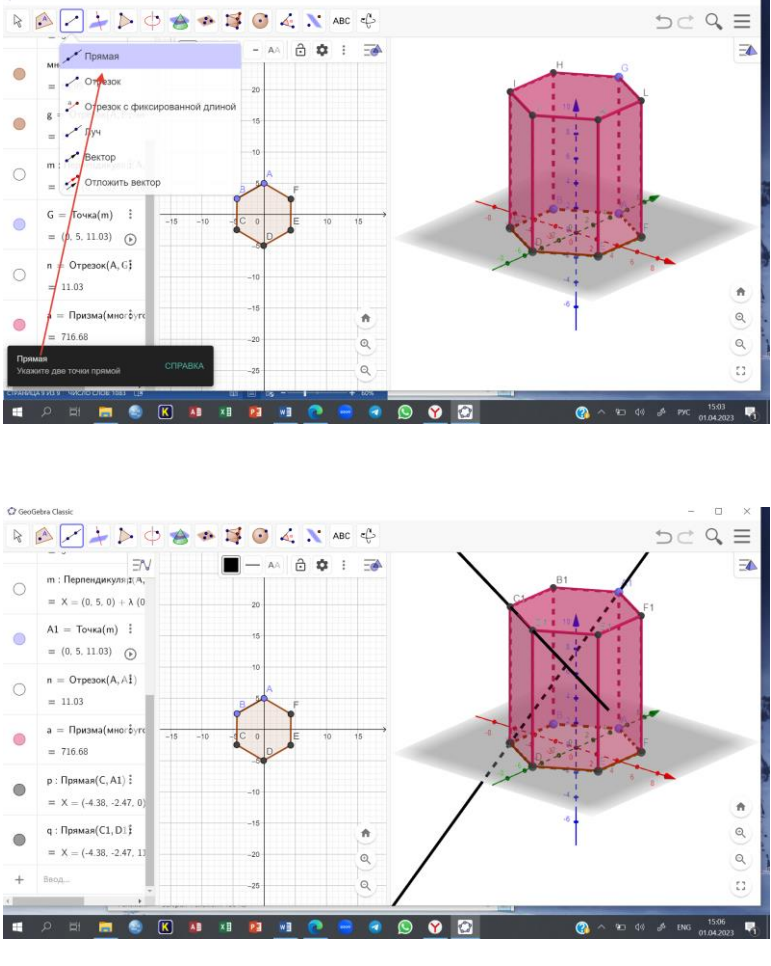
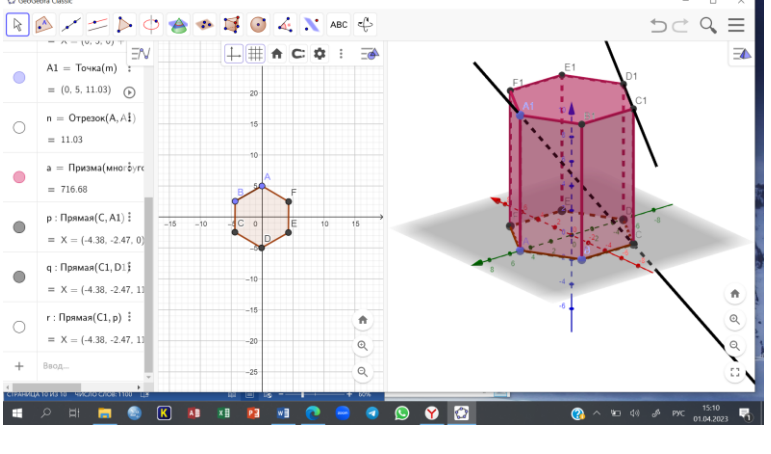
Функционал СКМ Geogebra позволяет и автоматически построить многогранники. Используя функции пошагово построим правильную шестиугольную призму  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ .

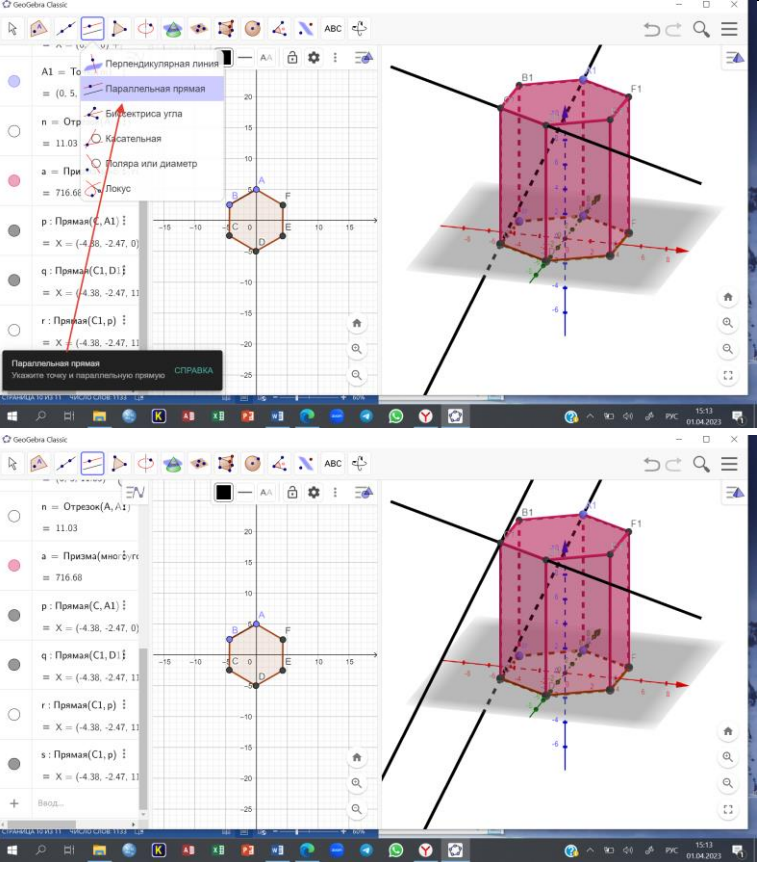
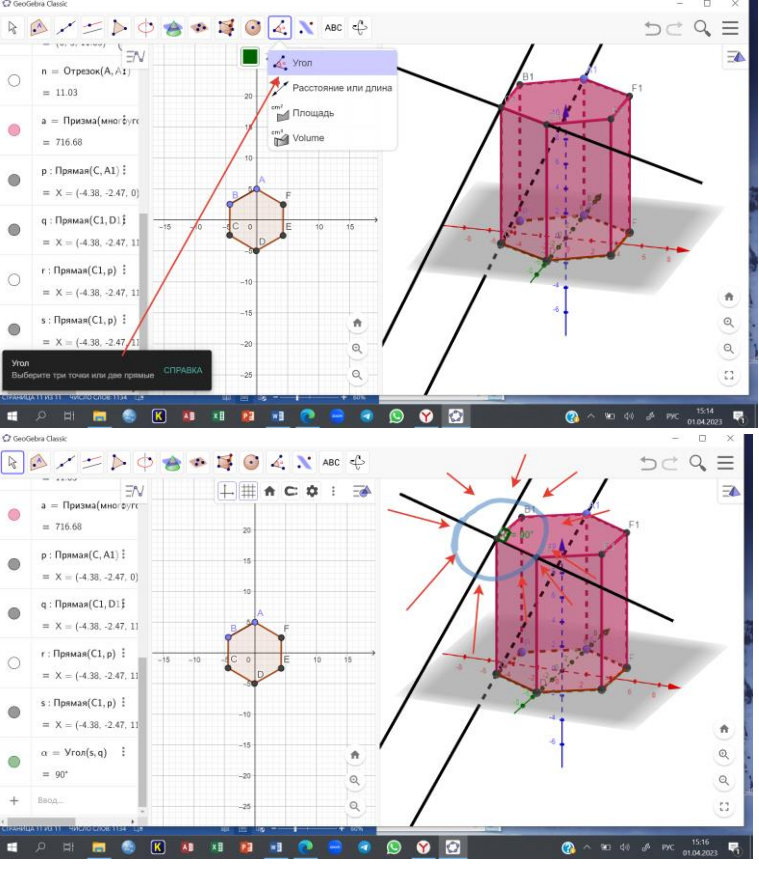
Опишем ход построения:

1	<p>Построим основание шестиугольной призмы с помощью инструмента правильный шестиугольник, отметим, что в основании лежит правильный шестиугольник со сторонами 5 см.</p>	
2	<p>Построим призму с помощью одноименного инструмента. Учтем длину боковых ребер призмы в 11 см.</p>	

Перейдем непосредственно к решению задачи. Согласно пункту А необходимо доказать, что прямые  $CA_1$  и  $C_1D_1$  перпендикулярны. Благодаря инструментам СКМ GeoGebra мы можем провести данные прямые и автоматически узнать угол между ними.

Опишем ход решения:

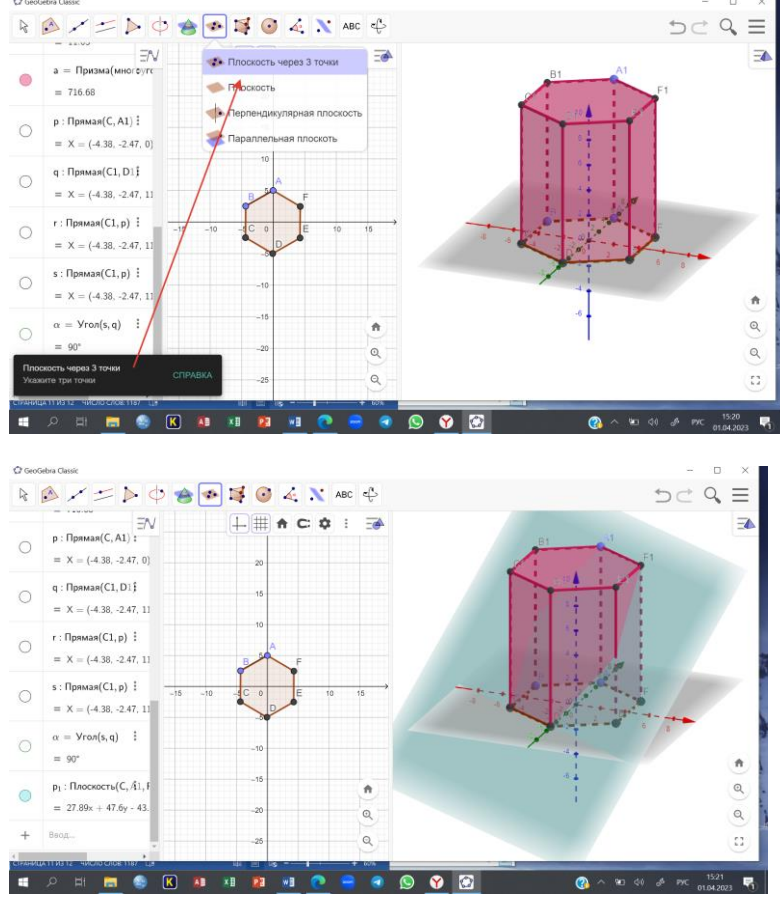
1	Проведем прямые $CA_1$ и $C_1D_1$ с помощью специального инструмента «Прямая».	 <p>The first screenshot shows the GeoGebra Classic interface with a 3D prism. The algebra window on the left lists objects: m (Plane), g (Segment), b (Vector), m (Vector), G (Point), n (Segment), a (Prism), and p (Plane). The second screenshot shows the same interface with additional lines constructed and labeled: A1 (Point), n (Segment), a (Prism), p (Plane), q (Plane), and r (Plane).</p>
2	Благодаря интерактивности программы замечаем, что данные прямые скрещивающиеся.	 <p>The screenshot shows the 3D prism with lines CA1 and C1D1. The algebra window on the left lists objects: A1 (Point), n (Segment), a (Prism), p (Plane), q (Plane), and r (Plane). The lines CA1 and C1D1 are shown to be skew lines, intersecting at a point.</p>

3	<p>Чтобы найти угол между прямыми <math>SA_1</math> и <math>C_1D_1</math> необходимо, пользуясь параллельным переносом, построить прямую, пересекающуюся с <math>C_1D_1</math> и параллельную <math>SA_1</math>. Воспользуемся инструментом «Параллельная прямая».</p>	
4	<p>Найдем угол между прямой, параллельной <math>SA_1</math> и <math>C_1D_1</math> с помощью специального инструмента «Угол».</p>	

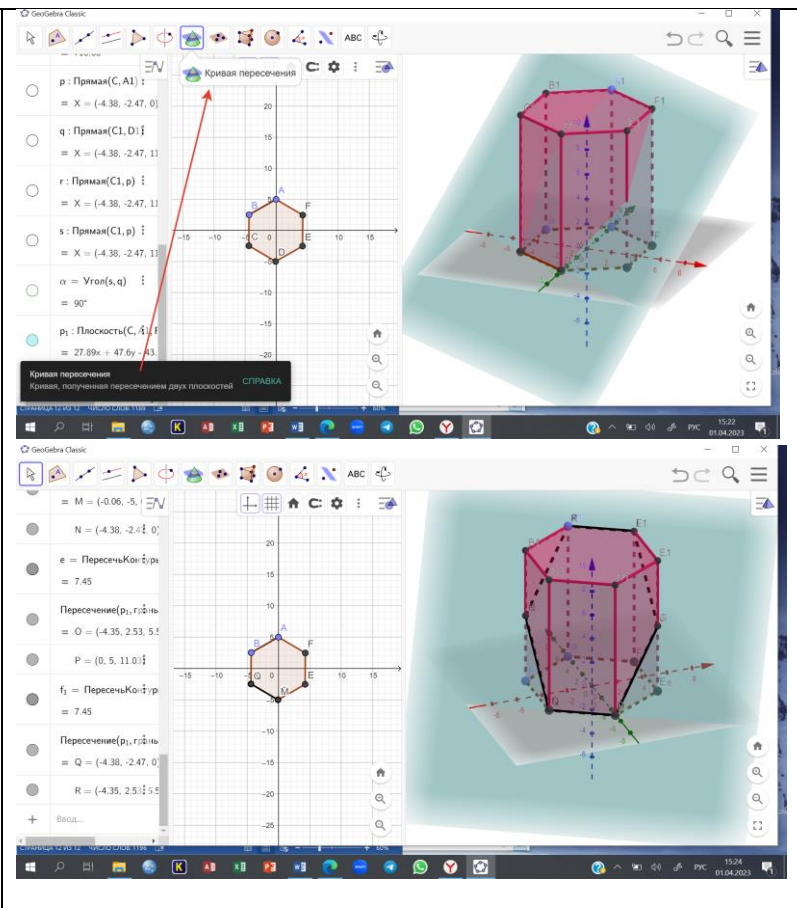
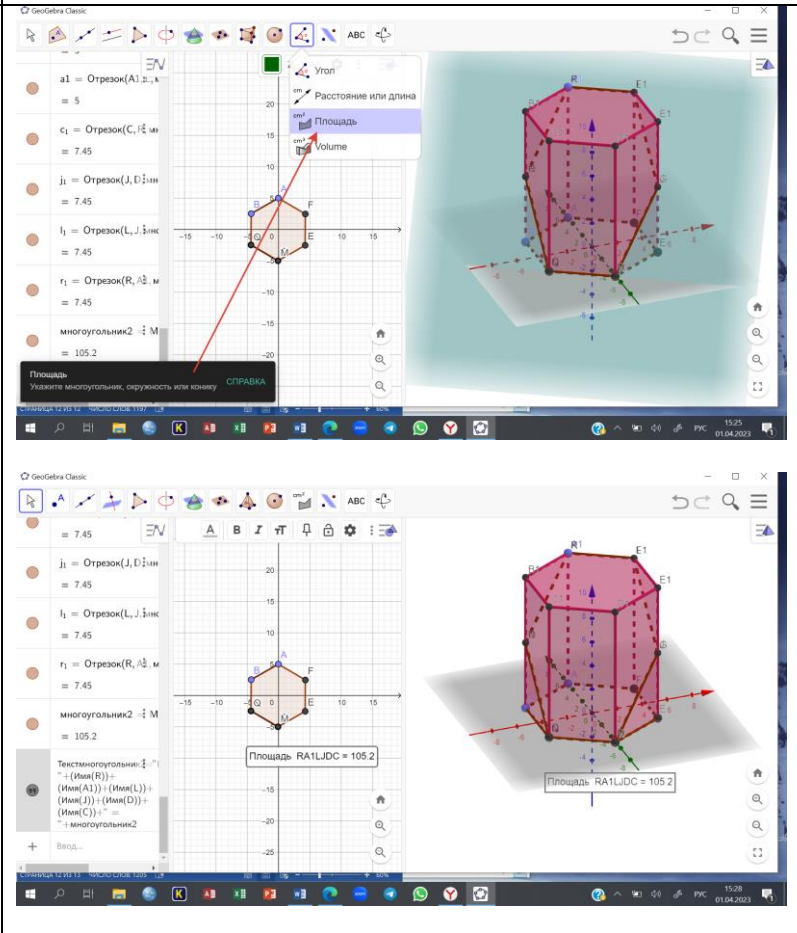
Благодаря инструментам GeoGebra доказано, что угол между  $CA_1$  и  $C_1D_1$  равен  $90^\circ$ , следовательно, прямые перпендикулярны.

Перейдем к решению пункта Б. Необходимо найти площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через вершины  $C$ ,  $A_1$  и  $F_1$ .

Опишем ход решения:

<p>1</p>	<p>Построим плоскость, проходящую через вершины <math>C</math>, <math>A_1</math> и <math>F_1</math>. С помощью инструмента «Плоскость через три точки».</p>	 <p>The top screenshot shows the GeoGebra Classic interface with a 3D prism. The left sidebar lists several objects: a prism 'a' with area 716.68, and four lines 'p', 'q', 'r', 's' defined by points C, A1, D1, and F1 respectively. The angle between lines 's' and 'q' is shown as 90°. A tooltip for the 'Plane through 3 points' tool is visible. The bottom screenshot shows the same interface after the plane has been constructed through points C, A1, and F1. The new plane is listed in the sidebar as 'p1: Плоскость(C, A1, F1)' with the equation <math>27.89x + 47.6y - 43z = 0</math>. The cross-section of the prism by this plane is highlighted in light blue.</p>
----------	---	---



2	<p>Сделаем кривую пересечения, чтобы было видно плоскость сечения.</p>	 <p>Top screenshot: The 'Кривая пересечения' tool is active. The list of objects includes:  <math>r: \text{Плоскость}(C, A1) : X = (-4.38, -2.47, 0)</math>  <math>q: \text{Плоскость}(C1, D1) : X = (-4.38, -2.47, 11)</math>  <math>r: \text{Плоскость}(C1, p) : X = (-4.38, -2.47, 11)</math>  <math>s: \text{Плоскость}(C1, p) : X = (-4.38, -2.47, 11)</math>  <math>\alpha = \text{Угол}(s, q) : 90^\circ</math>  <math>r1: \text{Плоскость}(C, A1) : 27.89x + 47.6y - 43z = 0</math></p> <p>Bottom screenshot: The intersection curve is visible as a red line segment within the 3D prism model.</p>
3	<p>Найдем площадь полученного сечения с помощью соответствующего инструмента.</p>	 <p>Top screenshot: The 'Площадь' tool is active. The list of objects includes:  <math>a1 = \text{Отрезок}(A1, B1) : 5</math>  <math>c1 = \text{Отрезок}(C, D) : 7.45</math>  <math>j1 = \text{Отрезок}(J, D) : 7.45</math>  <math>l1 = \text{Отрезок}(L, J) : 7.45</math>  <math>r1 = \text{Отрезок}(R, A1) : 7.45</math>  <math>\text{многоугольник2} : M : 105.2</math></p> <p>Bottom screenshot: The area calculation is complete. The value 105.2 is displayed in the bottom right corner of the 3D view.</p>

Ответ для пункта Б – площадь сечения равна  $105,2 \text{ см}^2$ .

Интерактивное решение: <https://www.geogebra.org/m/hbcntncd>