

**МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ
«ГИМНАЗИЯ № 13»**

**XVIII Региональная естественнонаучная конференция
«ШКОЛА ЮНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЯ»**

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ТЕЛ

Автор: Андреева Марина
учащаяся 8 «А» класса
МАОУ «Гимназия №13»

Научный руководитель:
Чупрунова С. А.
учитель физики
МАОУ «Гимназия №13»

Нижний Новгород
2023

Содержание

	Стр.
Введение	3
Глава I. Некоторые вопросы гидростатики	4-6
1.1. Условие плавания тел.	4
1.2. Закон Архимеда.	4-5
1.3. Измерение плотности тела, тонущего в воде	5
1.4. Измерение средней плотности тела, тонущего в воде	6
Глава II. Экспериментальная часть	7-9
2.1. Эксперимент №1	7-8
2.2. Эксперимент №2	8-9
Приложение 1	10-11
Приложение 2	12-16
Заключение	17
Источники	18

Введение

Плотность – скалярная физическая величина, численно равная массе единицы объёма этого вещества. Впервые плотность была применена Архимедом ещё в 250 году до нашей эры. Плотность зависит от температуры, агрегатного состояния вещества и внешнего давления. В школьном курсе чаще всего говорят о средней плотности тела. Дело в том, что если рассматривается какое-нибудь неоднородное тело, то в одной его части будет, например, большая плотность, а в другой — меньшая [8].

Проблема: С помощью школьной мензурки невозможно определить плотность тел большого объёма.

Гипотеза: Плотности больших тел можно определить, используя метод двойного взвешивания.

Цель работы: Определить плотность твёрдого тела, используя несколько методов.

Задачи работы:

- 1) Определить плотность тела методом вытеснения;
- 2) Определить плотность тела методом двойного взвешивания;
- 3) Сравнить полученные результаты.

Актуальность работы: Используемая методика может быть применена учащимися седьмых классов при выполнении домашнего творческого задания.

Значимость и новизна исследования: данный способ определения плотности твёрдого тела не изучается в рамках школьного курса физики.

Предмет исследования: плотность твёрдого тела, тонущего в воде.

Объект исследования: сила Архимеда.

Метод исследования: экспериментальный.

Глава I

Некоторые вопросы гидростатики

1.1. Условие плавания тел

С древних времён люди использовали закон Архимеда, когда на бревне, надутым мехе или долбленной лодке переправлялись через реку. Но до использования его в инженерной практике прошло почти две тысячи лет. Только в 1666 году английский корабел Антони Дин, к несказанному удивлению здравомыслящих современников, теоретически определил осадку корабля и прорезал пушечные порты в бортах до спуска его на воду [5]. Ранее положение ватерлинии определялось, когда корабль уже был на плаву. Определение уровня ватерлинии особенно важно для кораблей класса “река - море” из-за разной плотности речной и морской воды. Например, в Нижнем Новгороде в КБ “Вымпел” разрабатывается сухогруз-контейнеровоз для перевозки контейнеров из иранского порта в Каспийское море в порт Чёрного моря по Волго-Донскому каналу и вверх по Волге. Чтобы корабль прошёл по Волге, его осадка должна быть не более 4,5 метров. Для большей грузоподъёмности особенностью конструкции является плоское дно. Водоизмещение корабля примерно равно 1000 тоннам.

1.2. Закон Архимеда

Закон Архимеда традиционно формулируется так: тело, погружённое в жидкость, теряет в своём весе столько, сколько весит, вытесненная им жидкость.

Этот закон был сформулирован Архимедом в III веке до н.э., когда он решал задачу о материале короны, изготовленной для правителя Сиракуз Гиерона. По легенде, Архимед открыл этот закон, купаясь в ванне. Рисунки того времени неизвестны, но существует гравюра эпохи Ренессанса (1575 г.), где изображён Архимед в ванне, размышляющий о проблеме материала короны (Прил.1, рис. 1).

Согласно сообщению римлянина Витрувия (15 г. до н.э.), Архимед взял кусок золота, выданный Гиероном, весом, равным весу короны. Затем он поочерёдно погружал оба тела в воду и измерял объёмы вытесненной воды.

В современной терминологии, Архимед сравнивал массовые плотности золота и материала короны, используя открытый им закон.

Массовая плотность ρ по определению равна отношению массы m к объёму V данного тела: $\rho = m/V$.

Следовательно, при равном весе, т.е. при равной массе, тело, которое вытеснит больший объём воды, имеет меньшую плотность. Архимед обнаружил, что корона вытесняет больший объём по сравнению с куском чистого золота. Объяснение очевидно: в материале короны велика примесь металла с гораздо меньшей плотностью, чем у золота.

Однако великий физик-экспериментатор Г. Галилей, зная гениальность Архимеда, усомнился в сообщении Витрувия. Дело в том, что в таких опытах измерение объёма вытесненной воды имеет большую погрешность по причинам, которые обсуждаются ниже. По мнению Галилея, Архимед использовал равноплечие весы.

Сначала он подвесил оба тела к концам коромысла равноплечих весов. При одинаковом весе тел весы примут положение, показанное в Прил.1, рис. 2.

Потом Архимед, оставив тела подвешенными к концам коромысла, погрузил оба тела в сосуд и обнаружил нарушение равновесия (Прил.1, рис 3.) Напомним, что вес – это сила, приложенная к подвесу, в данном опыте – к концам коромысла весов.

Согласно закону Архимеда, оба тела, погрузившись в воду, потеряли в весе величину, пропорциональную объёму. В Прил. 1, рис. 3. видно, что в воде кусок золота перевешивает. Это означает, что он потерял меньше в весе, следовательно, вытеснил меньший объём воды. Следовательно, его плотность выше, а корона изготовлена не из чистого золота.

Достоинство этого метода в том, что чувствительность весов позволяет обнаруживать даже малые различия в плотности сравниваемых тел.

1.3. Измерение плотности тела, тонущего в воде

Для решения такой задачи известны два метода: метод вытеснения (отлива) и метод двойного взвешивания. Конкретная методика эксперимента существенно зависит от размера тела.

Для измерения объёма небольшого тела целесообразно использовать узкую мензурку с малой ценой делений. Сначала в мензурку наливается некоторое количество воды, потом данное тело полностью погружается в воду. По рискам на стенке мензурки фиксируются начальное V_1 и V_2 конечное значения объёмов (Прил.1, рис. 4.).

Разность $V_2 - V_1$ равна объёму вытесненной телом воды и, следовательно, объёму тела V . Малая цена делений шкалы мензурки обеспечивает точность измерения объёма.

Если тело имеет более крупный размер, то для измерения объёма используется отливной сосуд (Прил. 1, рис. 5.). В сосуд наливается вода вплоть до уровня отливного патрубка. Под патрубок ставится приёмная мензурка. Затем в отливной сосуд опускается тело, часть воды сливается в мензурку. По шкале мензурки определяется объём данного тела.

Масса тела измеряется с помощью весов. Плотность рассчитывается по известной формуле:

$$\rho = m/V. \quad (1.1.)$$

Второй метод – метод двойного взвешивания. Исследуемое тело взвешивают дважды: в воздухе и погружённым в воду.

Рассмотрим силы, действующие на тело при обоих взвешиваниях, полагая тело материальной точкой (Прил. 1, рис. 6).

Так как в обоих случаях тело находится в равновесии, сумма действующих сил равна нулю:

$$\vec{F}_1 + m\vec{g} = 0, \quad (1.2.)$$

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_A + m\vec{g} = 0. \quad (1.3.)$$

Спроецируем уравнения равновесия (1.2.) и (1.3.) на вертикальную ось OY , направленную вверх, и получим равенства для модулей сил:

$$F_1 = mg, \quad (1.4.)$$

$$F_2 = mg - F_A. \quad (1.5.)$$

Модуль силы Архимеда для тела, полностью погружённого в воду, выражается известной формулой:

$$F_A = V\rho_0 g, \quad (1.6.)$$

где ρ_0 – плотность воды, V – объём исследуемого тела.

Массу тела m выразим через искомую плотность ρ :

$$m = \rho V. \quad (1.7.)$$

Подставим выражения (1.6.) и (1.7.) в уравнения (1.4.) и (1.5.), исключим из них объём V и выразим плотность тела ρ :

$$\rho = \frac{F_1}{F_1 - F_2} \rho_0. \quad (1.8.)$$

Очевидно, что точность вычисления искомой плотности ρ зависит от точности измерения сил F_1 и F_2 .

Следствием закона Архимеда является то, что вес тела в воде всегда меньше, чем того же тела в воздухе ($F_1 > F_2$). Тогда, согласно формуле (1.8.), плотность тонущего тела ρ обязательно превышает плотность воды ρ_0 . [6]

1.4. Измерение средней плотности тела, тонущего в воде

При плавании тело погружено в воду частично (Прил. 1, рис. 7а). Силы, действующие на него, показаны в Прил. 1, рис. 7б.

Модуль силы Архимеда для плавающего тела выражается формулой:

$$F_A = V_{\Pi} \rho_0 g, \quad (1.9.)$$

где ρ_0 – плотность воды, V_{Π} – объём погружённой части данного тела.

Так как плавающее тело находится в равновесии, сумма действующих на него сил равна нулю:

$$\vec{F}_A + m\vec{g} = 0. \quad (1.10.)$$

Проецирование последнего уравнения равновесия на вертикальную ось OY с учетом равенств (1.1.) и (1.9.) даёт связь плотностей тела и воды:

$$\rho_0 V_{\Pi} = \rho V, \quad (1.11.)$$

где V – полный объём исследуемого тела.

Очевидно, что для решения данной задачи метод двойного взвешивания не подходит. Имеет смысл применить метод вытеснения, описанный в пункте 1.2.

Плотность жидкости (обычно это вода) известна. Объём погружённой части V_{Π} удобно измерять с помощью отливного сосуда. Полный объём тела V можно получить, погрузив принудительно тело целиком в отливной сосуд. Если тело имеет правильную геометрическую форму, то его объём можно вычислить математически.

Затем приводится расчёт искомой средней плотности тела на основе уравнения (1.11.):

$$\rho = \frac{\rho_0 V_{\Pi}}{V}. \quad (1.12.)$$

Формула (1.12.) показывает, что средняя плотность плавающего тела ρ всегда меньше плотности жидкости ρ_0 , в которой оно плавает. Например, кусок железа, меди и даже свинца будет плавать в жидкой ртути [6].

Глава II

Экспериментальная часть

В экспериментах для измерений использовались: штангенциркуль, электронный безмен, мензурка, отливной сосуд, весы.

2.1. Эксперимент №1

Определение плотности чашки двумя способами: методом вытеснения и методом двойного взвешивания

Оборудование: чашка, сосуд, стеклянная ёмкость, измерительный стакан, электронный безмен.

Если исследуемое тело имеет небольшую массу, но большой объём (Прил.2, рис.1.), то измерение плотности методом вытеснения усложняется. Для погружения тела в воду обычный школьный отливной сосуд маловат [6].

В качестве отливного сосуда приходится взять сосуд большего размера. Так как у него нет отливного патрубка, то придётся заполнить сосуд водой доверху и поставить в пустую стеклянную ёмкость, куда будет вытесняться вода при погружении тела (Прил.2, рис. 2.2.). Иными словами, стеклянная ёмкость будет служить отливным сосудом.

Затем необходимо аккуратно погрузить чашку в сосуд (Прил.2, рис.4.), стараясь не расплескать воду. Часть воды перельётся через край сосуда и окажется в стеклянной ёмкости.

После этого надо воду из стеклянной ёмкости перелить в заранее приготовленную мензурку (Прил.2, рис.5.) и тем самым измерить объём вытесненной воды, т.е. получить объём исследуемого тела V (Прил.2, рис.6.).

Однако в такой методике выполнения эксперимента ошибка в измерении объёма может быть очень велика. В широких сосудах объём мениска может быть столь большим, что даже превышать объём исследуемого тела. Это означает, что относительная погрешность измерения может достигать 100% [6].

Массу чашки, конечно, можно получить взвешиванием с удовлетворительной точностью. Но из-за большой погрешности объёма вышеописанный метод вытеснения для расчёта плотности подобных тел применять некорректно.

В таких ситуациях разумной альтернативой является метод двойного взвешивания, который был описан выше. Исследуемое тело взвешивают дважды: в воздухе и погружённым в воду. Это можно сделать с помощью бытового динамометра (Прил.2, рис. 3. и 4.) [6].

Искомая плотность тела вычисляется по формуле (1.8.).

В этом эксперименте особенно интересно сравнить результаты, полученные разными методами.

После проведения эксперимента были получены следующие расчёты.

Метод двойного взвешивания.

По результатам измерений:

- $F_1 = 1,85 \text{ Н};$
- $F_2 = 1 \text{ Н};$

По формуле (1.8.):

- $\rho = \frac{F_1}{F_1 - F_2} \rho_0$, где ρ_0 - плотность воды
- $\rho = \frac{1,85 \text{ Н}}{(1,85 - 1) \text{ Н}} \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \approx 2176 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Абсолютная погрешность измерений:

- $\Delta \rho = 2300 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 2176 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 124 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$

Относительная погрешность измерений:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{124 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}{2176 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \cdot 100 \% \approx 5,7 \%$$

Метод вытеснения.

По результатам измерений:

$$V = 75 \text{ мл} = 75 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Из формулы $F_1 = mg = \rho Vg$:

$$\rho = \frac{F_1}{Vg};$$

$$\rho = \frac{1,85 \text{ Н}}{75 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}} \approx 2467 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Абсолютная погрешность измерений:

$$\Delta \rho = 2467 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 2300 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 167 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Относительная погрешность измерений:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{167 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}{2467 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \cdot 100 \% \approx 6,8 \%$$

Эти данные хорошо сочетаются с табличными данными плотности фарфора ($\rho_{\text{фарфора}} = 2300 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$).

2.2. Эксперимент №2

Определение плотности предмета правильной формы методом вытеснения и методом взвешивания

Оборудование: отливной сосуд, мензурка, теннисный мяч, две тонкие спицы, штангенциркуль, весы.

В качестве предмета правильной формы в эксперименте используется теннисный мяч (Прил.2, рис.7.). Предварительно надо налить воду до уровня сливного отверстия и приготовить мензурку для приёма вытесненной воды, как показано в Прил.2, рис.8.

Затем следует медленно и аккуратно погрузить в отливной сосуд исследуемое тело. Вытесненная вода перельётся в приёмную мензурку (Прил.2, рис.9.). По рискам на стенке мензурки измеряется объём погружённой части плавающего тела $V_{\text{п}}$ [6].

Полный объём исследуемого тела V измерим с помощью того же отливного сосуда путём принудительного погружения (Прил.2, рис. 10.). Для этого используем две тонкие спицы, объёмы которых пренебрежительно малы по сравнению с объёмом тела V . По полученным результатам измерений вычисляем среднюю плотность тела, используя формулу (1.12.).

Так как данное тело имеет форму шара, то его полный объём можно вычислить, предварительно измерив его диаметр d . Для такого измерения оптимально использовать штангенциркуль (Прил.2, рис.11.). Затем объём шара V рассчитывается по формуле стереометрии

$$V = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^3. \quad (1.13.)$$

Теперь для вычисления искомой средней плотности мяча используем формулу (1.12.).

Кстати, полезно сравнить полученный результат расчёта с использованием формулы (1.13.) со значением, полученным принудительным погружением шара в воду (Прил.2, рис. 10.).

Интересно проверить результаты эксперимента следующим образом. Взвесить мяч на электронных весах (Прил.2, рис.12.) и полученную массу m поделить на объём V ,

вычисленный по формуле (1.13). Сравнить эту величину с результатом вышеописанного метода вытеснения [6].

После проведения эксперимента были получены следующие расчёты.

Метод вытеснения.

- $F_A + mg = 0$, то есть $F_A = mg$
- $F_A = \rho_0 V_{\text{п}} g$
- $mg = \rho V g$
- $\rho_0 V_{\text{п}} g = \rho V g$
- $\rho_0 V_{\text{п}} = \rho V$
- $\rho = \rho_0 \frac{V_{\text{п}}}{V}$

По результатам измерений:

- $V_{\text{п}} = 40 \text{ мл} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$
- $V = 86 \text{ мл} = 86 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$

Следовательно:

$$\rho_{\text{мяча}} = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3}{86 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3} \approx 465 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Метод взвешивания.

По результатам измерений:

$$d = 6 \text{ см} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$m_{\text{теннисного мяча}} = 58,8 \text{ г} = 58,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

По формулам:

$$V = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^3 = \frac{\pi}{6} d^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{6m}{\pi d^3}$$

$$V = \frac{\pi}{6} \cdot (6 \cdot 10^{-2})^3 \text{ м}^3 = 113 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$\rho = \frac{6 \cdot 58,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг}}{\pi \cdot (6 \cdot 10^{-2})^3 \text{ м}^3} = 0,52 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 520 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Абсолютная погрешность измерений:

$$\Delta \rho = 520 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 465 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 55 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Относительная погрешность измерений:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{55 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}{520 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \cdot 100 \% \approx 10,6 \%.$$

Приложение 1

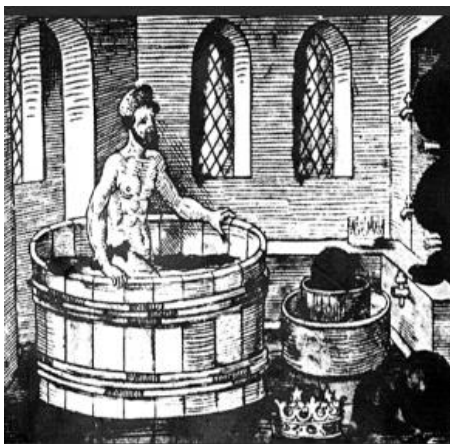


Рис. 1. Архимед в ванне, решающий задачу о материале короны.

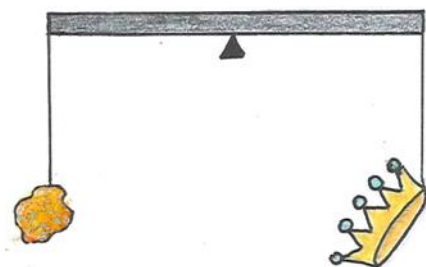


Рис. 2. Опыт Архимеда: уравновешенные весы в воздухе. К левому плечу подвешен кусок золота, к правому – корона.

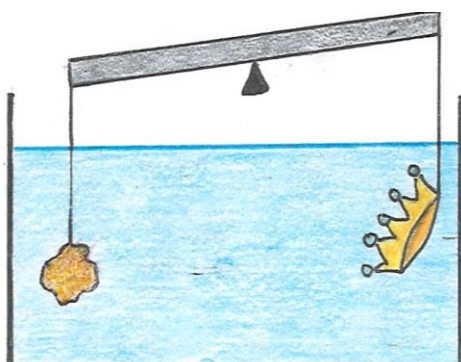


Рис. 3. Опыт Архимеда: нарушение равновесия в воде. К левому плечу подвешен кусок золота, к правому – корона.

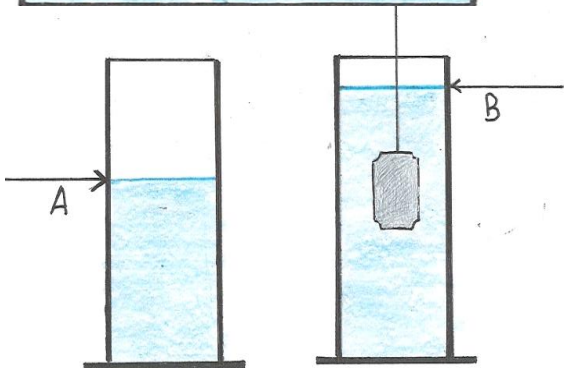


Рис. 4. Схема измерения объёма тела методом вытеснения с помощью узкой мензурки. A и B – уровни воды, соответствующие объёмам V_1 и V_2 .

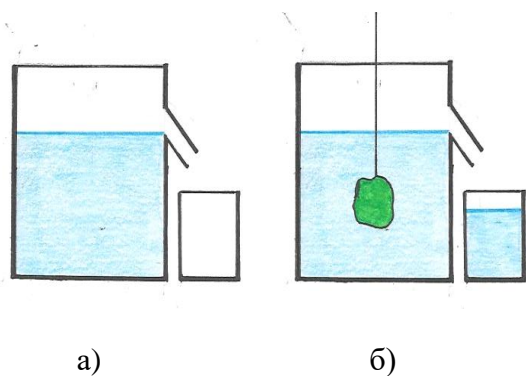


Рис 5. Схема измерения объёма методом вытеснения с помощью отливного сосуда. Справа – приёмная мензурка. (а) – начальное состояние, б) – конечное состояние).

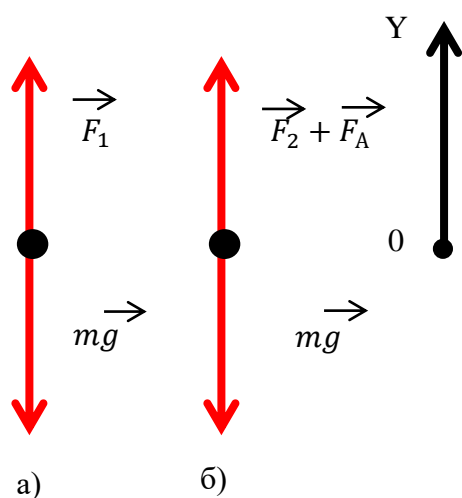


Рис. 6. Схема метода двойного взвешивания: \vec{F}_1 и \vec{F}_2 – силы упругости нити, на которой висит исследуемое тело; \vec{F}_A – сила Архимеда; $m\vec{g}$ – сила тяжести. (а) – взвешивание в воздухе, б) – взвешивание в воде).

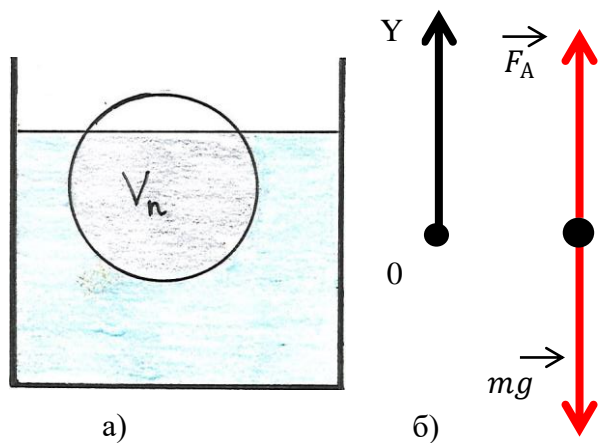


Рис. 7. Тело, плавающее в жидкости. а) плавающее тело, V_n – объём погружённой части. б) силы, действующие на плавающее тело: \vec{F}_A – сила Архимеда; $m\vec{g}$ – сила тяжести.

Приложение 2

Рис. 2.

Рис.1. исследуемое тело – чашка.
Рис.2. сосуд, заполненный водой до краёв, в пустой стеклянной ёмкости.



Рис. 1.



Рис. 3.



Рис. 4.

Рис.3. взвешивание в воздухе.

Рис.4. взвешивание в воде, погружение тела в сосуд с водой и вытеснение воды в стеклянную миску.



Рис. 5.



Рис. 6.

Рис.7. исследуемое тело – теннисный мяч.

Рис.8. отливной сосуд, заполненный водой до уровня сливного отверстия, и мензурка для вытесненной воды.



Рис. 7.



Рис. 8.



а)



б)

Рис.9. а) плавающий мяч в отливном сосуде. Часть воды перелилась в приёмную мензурку.

б) объём воды, перелившийся в мензурку, в результате опыта.

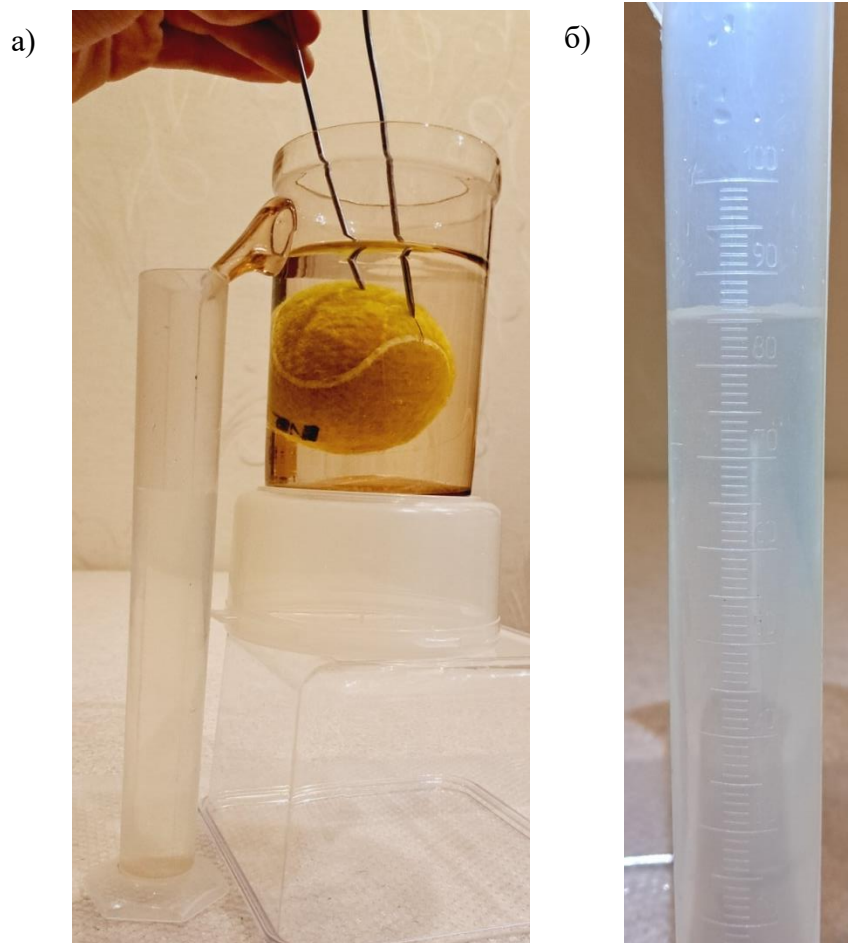


Рис.10. а) измерение полного объёма исследуемого тела путём принудительного погружения. б) объём вытесненной воды, равный полному объёму исследуемого тела, измеренного путём принудительного погружения.

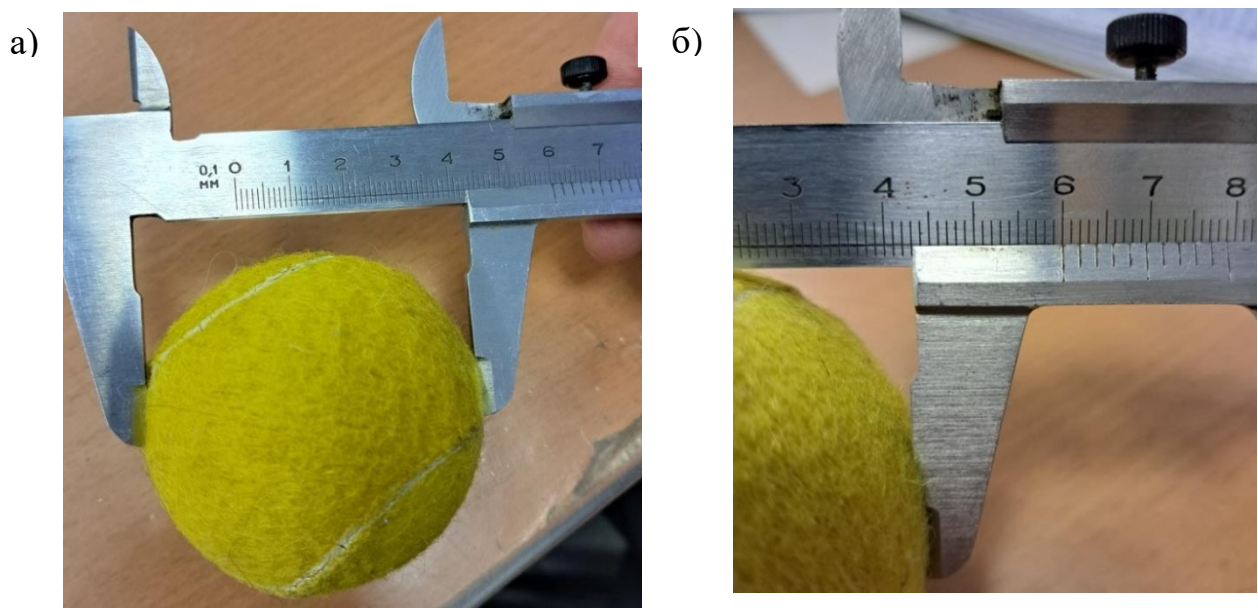


Рис.11. а), б) измерение диаметра шара.



Рис.12. взвешивание шара.

Заключение

Измерение плотности используется во многих сферах нашей жизни. Одним из наиболее распространенных применений плотности является как различные материалы взаимодействуют при смешивании вместе. Пробка и дерево плавают в воде, потому что имеют меньшую плотность, а якорь тонет, потому что металл имеет большую плотность. Воздушные шары с гелием летают, потому что плотность гелия ниже плотности воздуха. Так же измерение плотности применяется для контроля чистоты и концентрации образца, получения информации о его составе. Измерение плотности незаменимо в различных отраслях для обеспечения качества сырья и готовых продуктов.

Выводы:

- 1) Метод вытеснения подходит для измерения плотности любых тел небольшого объёма, при использовании узких сосудов.
- 2) Метод двойного взвешивания подходит для измерения плотности любых тел большого объёма, при использовании широких сосудов.
- 3) В эксперименте №1 метод двойного взвешивания оказался наиболее точным.

Источники

1. Бойкова Е. Е. Экспериментальные задачи как средство формирования и развития исследовательских умений учащихся в процессе обучения физике. СПб., 2010. 215 с.
2. Вараксина Е. И., Майер В.В. Учебные проекты по школьному физическому эксперименту. 7 класс. Дидактические ресурсы проектной деятельности. М.: Флинта, Наука, 2017. 172 с.
3. Генденштейн Л. Э., Кирик Л. А., Гельгафт И. М. Решения ключевых задач по физике для основной школы. 7 – 9 классы. М.: Илекса, 2014. 208 с.
4. Сборник олимпиадных задач по физике. Н. Новгород, 2004 – 2013 годы / Под ред. А. М. Реймана. Н. Новгород: ИПФ РАН, 2014. 116 с.
5. Стасенко А.Л. Физика полёта. Москва “Наука”. Главная редакция физико-математической литературы, 1988. 144 с.
6. Экспериментальные задачи по физике. Механика: учебное пособие / Ю.В. Масленникова, М.А. Фадеев. Н.Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского, 2020. 80 с.
7. <https://www.yaklass.ru/p/fizika/7-klass/dvizhenie-i-vzaimodeistvie-tel-11864/plotnost-veshchestva-sviaz-massy-obema-tela-s-ego-plotnostiu-11869/re-6770280e-f5e5-4763-ba1d-574b01a8c13f?ysclid=letm8m8xh0598435839>(Дата обращения 17.01.2023)
8. <https://skysmart.ru/articles/physics/plotnost-veshestva?ysclid=letm9c02aw456587974>(Дата обращения 17.01.2023)
9. <https://glav.su/forum/threads/1700436> (Дата обращения 27.01.2023)