

Муниципальное образовательное учреждение
«Аладьинская школа»

Урок - семинар

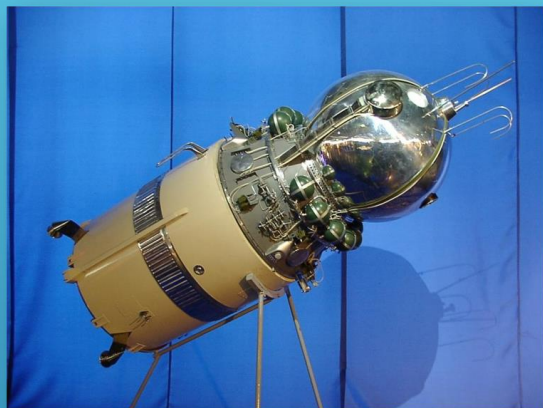
«РЕШЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ НЕРАВЕНСТВ»

Учитель математики
высшей категории
Бортникова Т.А

2023 г.

1
21.03.2024

описании различных физических процессов

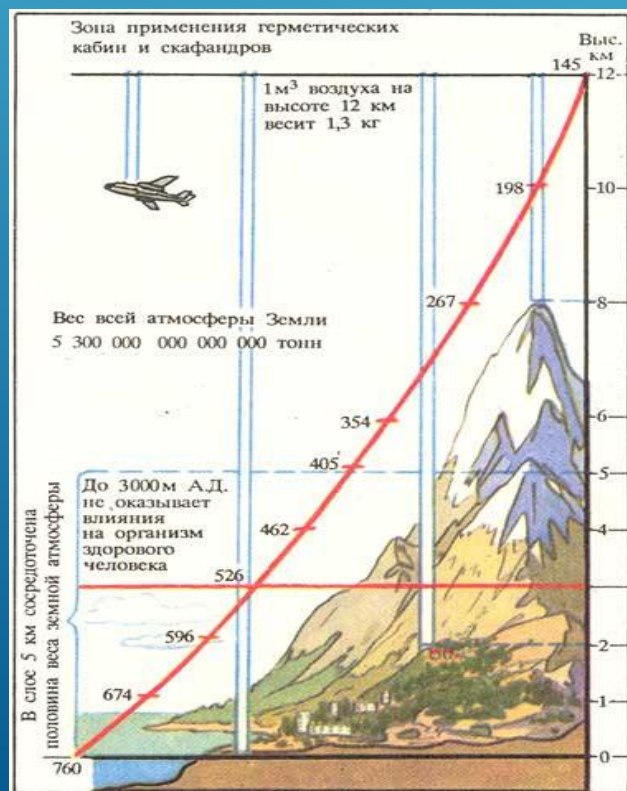


Например, в теории межпланетных путешествий решается задача об определении массы топлива, необходимого для того, чтобы придать ракете нужную скорость v . Эта масса M зависит от массы m самой ракеты (без топлива) и от скорости v_0 , с которой продукты горения вытекают из ракетного двигателя. Если не учитывать сопротивление воздуха и притяжение Земли, то масса топлива определяется формулой:

$$M = m(e^{v/v_0} - 1)$$

(формула К.Э. Циолковского).

Например, для того чтобы ракета с массой 1,5т имела скорость 8000м/с, надо взять примерно 80т топлива.



Изменение атмосферного давления p в зависимости от высоты h над уровнем моря

$$p = p_0 a^h$$

21.03.2024

Эпиграф к уроку:

“Приобретать знания - храбрость,
приумножать их - мудрость,
а умело применять - великое
искусство”.

Восточная мудрость

Урок - семинар

**«Решение показательных
неравенств»**

ЗАДАНИЕ:

ВЕРНО ЛИ ВЫПОЛНЕНО ДЕЙСТВИЕ

▶ $891245673 - 52478291 = 838767382$

▶ $5260265 + 4504597 = 9763862$

▶ $5982347 * 237 = 1437816239$

ЗАДАНИЕ: НАЙДИТЕ ОШИБКУ

- $(0,125)^{2-\frac{x}{3}} = 16,$

- Решение:

- $(0,125)^{2-\frac{x}{3}} = 16,$

- $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{x}{3}-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4},$

-

- $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-6} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4},$

- $x - 6 = -4,$

~

- $(1,5)^{x-1} > \frac{4}{9},$

- Решение:

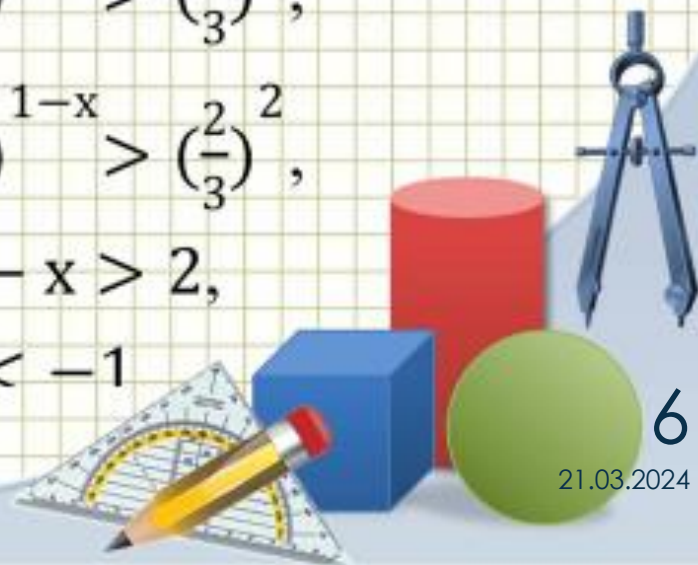
- $(1,5)^{x-1} > \frac{4}{9},$

- $\left(\frac{3}{2}\right)^{x-1} > \left(\frac{2}{3}\right)^2,$

- $\left(\frac{2}{3}\right)^{1-x} > \left(\frac{2}{3}\right)^2,$

- $1 - x > 2,$

- $x < -1$



ПРАВИЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ

- $(0,125)^{2-\frac{x}{3}} = 16,$

- $\left(\frac{1}{8}\right)^{2-\frac{x}{3}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4},$

-

- $\left(\frac{1}{2}\right)^{6-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4},$

- $6 - x = -4,$

- $x = 10.$

- Отв:10

- $(1,5)^{x-1} > \frac{4}{9},$

- Решение:

- $(1,5)^{x-1} > \frac{4}{9},$

- $\left(\frac{3}{2}\right)^{x-1} > \left(\frac{2}{3}\right)^2,$

- $\left(\frac{2}{3}\right)^{1-x} > \left(\frac{2}{3}\right)^2,$

- $1 - x < 2,$

- $x > -1$

Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

А) $2^x \geq 4$

Б) $0,5^x \geq 4$

В) $0,5^x \leq 4$

Г) $2^x \leq 4$

РЕШЕНИЯ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

ЗАДАНИЕ: НАЙДИТЕ ДЛЯ КАЖДОГО НЕРАВЕНСТВА СООТВЕТСТВУЮЩЕЕ ЕМУ РЕШЕНИЕ

НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ	НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ
А) $3^x \geq \frac{1}{3}$	1) $x \leq -1$	А) $2^x \geq 4$	1) $(-\infty; -2)$
Б) $(\frac{1}{3})^x \geq \frac{1}{3}$	2) $x \geq 1$	Б) $0,5^x \geq 4$	2) $[2; +\infty)$
В) $(\frac{1}{3})^x \leq \frac{1}{3}$	3) $x \leq 1$	В) $0,5^x \leq 4$	3) $(-\infty; 2]$
Г) $3^x \leq \frac{1}{3}$	4) $x \geq -1$	Г) $2^x \leq 4$	4) $[-2; +\infty)$

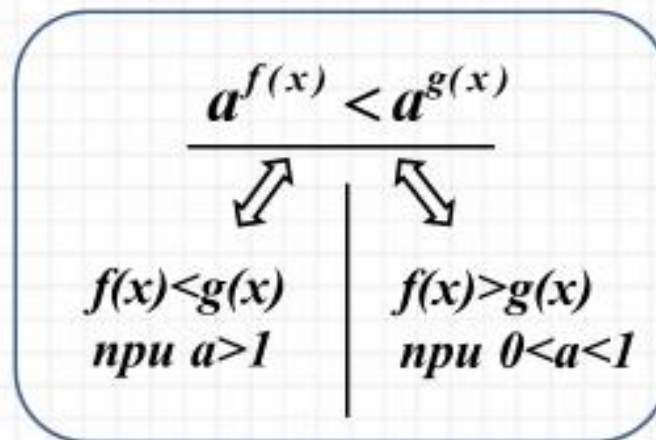
НЕМНОГО ТЕОРИИ

Неравенство вида $a^{f(x)} < a^{g(x)}$, где $a > 0$ и $a \neq 1$, называется показательным

Решение основано на следующем свойстве показательной функции:

- функция $y=a^x$ возрастает, если $a > 1$*
- функция $y=a^x$ убывает, если $0 < a < 1$*

Таким образом:



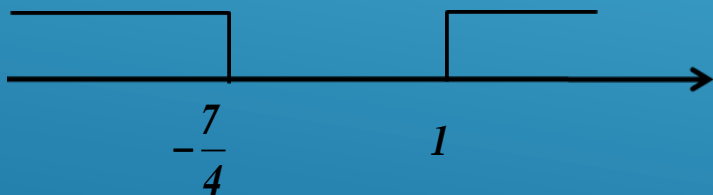
ПРОСТЕЙШИЕ НЕРАВЕНСТВА

$$\pi^{4x^2-5} \geq \pi^{-3x+2}$$

$$\pi \approx 3,14 > 1 \Rightarrow$$

$$4x^2 - 5 \geq -3x + 2$$

$$4x^2 + 3x - 7 \geq 0$$



$$\text{Ответ: } \left(-\infty; -\frac{7}{4}\right] \cup [1; +\infty)$$

$$0,23^{4x+5} < 0,23^{3x-8}$$

$$0 < 0,23 < 1 \Rightarrow$$

$$4x + 5 > 3x - 8$$

$$\text{Ответ: } x > -13$$

МЕТОД ЗАМЕНЫ ПЕРЕМЕННЫХ

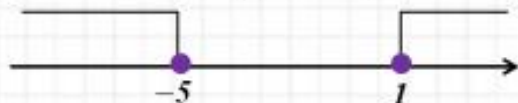
$$25^x + 4 \cdot 5^x - 5 \geq 0$$

$$5^{2x} + 4 \cdot 5^x - 5 \geq 0$$

$$\text{Замена: } 5^x = t \Rightarrow 5^{2x} = t^2$$

$$t^2 + 4t - 5 \geq 0$$

$$(t+5)(t-1) \geq 0$$



$$\begin{cases} t < -5 \\ t > 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5^x < -5 \\ 5^x > 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{нет решений} \\ 5^x > 5^0 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } x > 0$$

№ 14(ЕГЭ)

а) Решите неравенство:

$$6^{x^2-4x} + 6^{x^2-4x-1} \leq 42$$

б) Найдите все целые решения этого неравенства, принадлежащие отрезку $[-1; 4]$

РЕШЕНИЕ ОДНОРОДНЫХ НЕРАВЕНСТВ

$$5^{x-1} \cdot 2^{x+2} > 8 \cdot 10^{x^2-3x+2}$$

$$5^{x-1} \cdot 2^{x+2} > 2^3 \cdot (5 \cdot 2)^{x^2-3x+2} \quad | \div (2^3 \cdot (5 \cdot 2)^{x^2-3x+2})$$

$$\frac{5^{x-1} \cdot 2^{x+2}}{2^3 \cdot 2^{x^2-3x+2} \cdot 5^{x^2-3x+2}} > 1$$

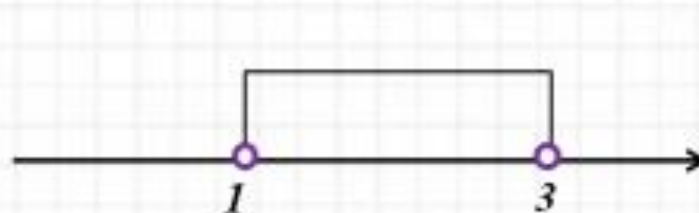
$$5^{x-1-(x^2-3x+2)} \cdot 2^{x+2-3-(x^2-3x+2)} > 1$$

$$5^{-x^2+4x-3} \cdot 2^{-x^2+4x-3} > 1$$

$$10^{-x^2+4x-3} > 10^0$$

$$-x^2 + 4x - 3 > 0$$

$$x^2 - 4x + 3 < 0$$



Ответ : (1;3)

СВЕДЕНИЕ К РАВНОСИЛЬНОЙ СОВОКУПНОСТИ

$$(x^2 - 4x)^{x^2+5x} \geq 1$$

$$(x^2 - 4x)^{x^2+5x} \geq (x^2 - 4x)^0$$

Если $x^2 - 4x \neq 1$, то необходимо рассматривать два случая:

Во первых, заметим, что если $x^2 - 4x = 1$, то неравенство выполнено; при $x=0$ - не имеет смысла

$$x = 2 \pm \sqrt{5} - \text{решения}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2 - 4x > 1 \\ x^2 + 5x \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < x^2 - 4x < 1 \\ x^2 + 5x \leq 0 \end{cases} \end{array} \right.$$

$$1) \begin{cases} x^2 - 4x - 1 > 0 \\ x^2 + 5x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - (2 + \sqrt{5}))(x - (2 - \sqrt{5})) > 0 \\ x(x + 5) \geq 0 \end{cases}$$



$$(x^2 - 4x)^{x^2 + 5x} \geq 1 \quad \left| \quad x = 2 \pm \sqrt{5} - \text{решения} \right.$$

$$\begin{cases} x^2 - 4x > 1 \\ x^2 + 5x \geq 0 \end{cases}$$

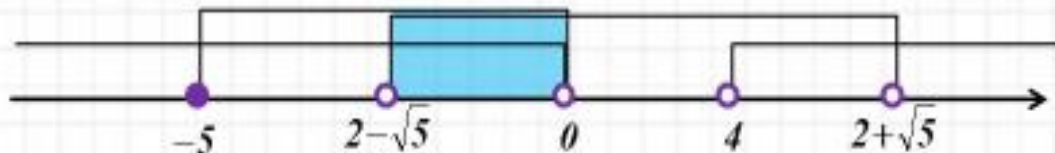
1)



$$\begin{cases} 0 < x^2 - 4x < 1 \\ x^2 + 5x \leq 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 0 < x^2 - 4x < 1 \\ x^2 + 5x \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - (2 + \sqrt{5}))(x - (2 - \sqrt{5})) < 0 \\ x(x - 4) > 0 \\ x(x + 5) \leq 0 \end{cases}$$



Решение – объединение решений двух случаев

Ответ : $(-\infty; -5] \cup [2 - \sqrt{5}; 0) \cup [2 + \sqrt{5}; +\infty)$

Метод замены множителей



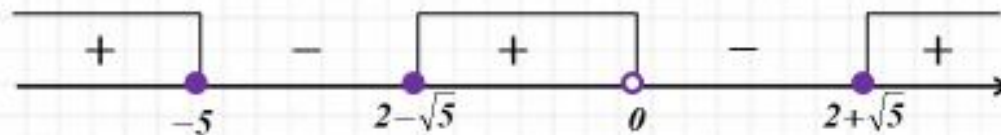
Знак выражения $h^f - h^g$ совпадает со знаком выражения $(h-1)(f-g)$

Пример 17 (второй способ). $(x^2 - 4x)^{x^2+5x} \geq 1$ при $x=0$ - не имеет смысла

$$(x^2 - 4x)^{x^2+5x} - (x^2 - 4x)^0 \geq 0$$

$$(x^2 - 4x - 1)(x^2 + 5x) \geq 0$$

$$x(x - (2 + \sqrt{5}))(x - (2 - \sqrt{5}))(x + 5) \geq 0$$

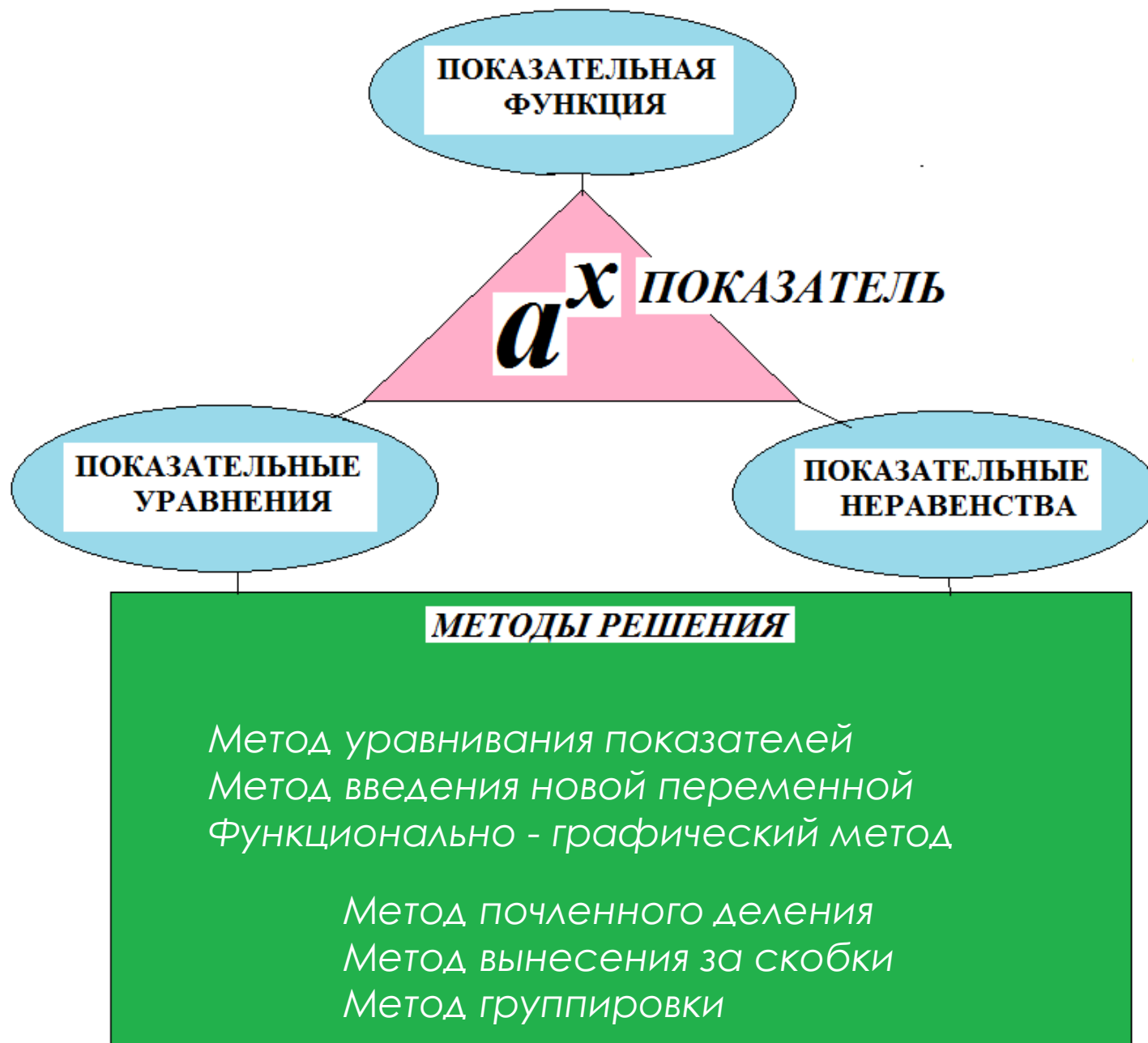


Ответ : $(-\infty; -5] \cup [2 - \sqrt{5}; 0) \cup [2 + \sqrt{5}; +\infty)$

№ 14 (ЕГЭ).

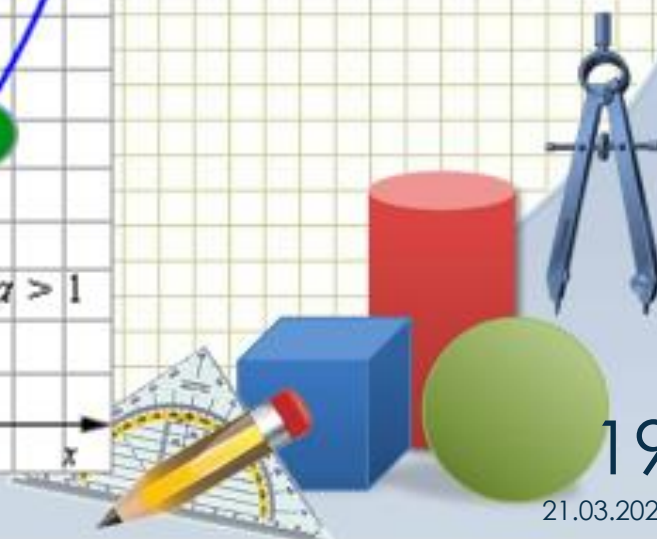
$$4^x + 3 \cdot 2^{x+2} + 32 \geq 0$$

$$9^{\sqrt{x-2}} - 7 \cdot 3^{\sqrt{x-2}} = 18$$



Рефлексия

- Отметить точкой на графике показательной функции уровень своих полученных знаний сегодня на уроке



Эпиграф к уроку:

“Приобретать знания - храбрость,
приумножать их - мудрость,
а умело применять - великое
искусство”.

Восточная мудрость