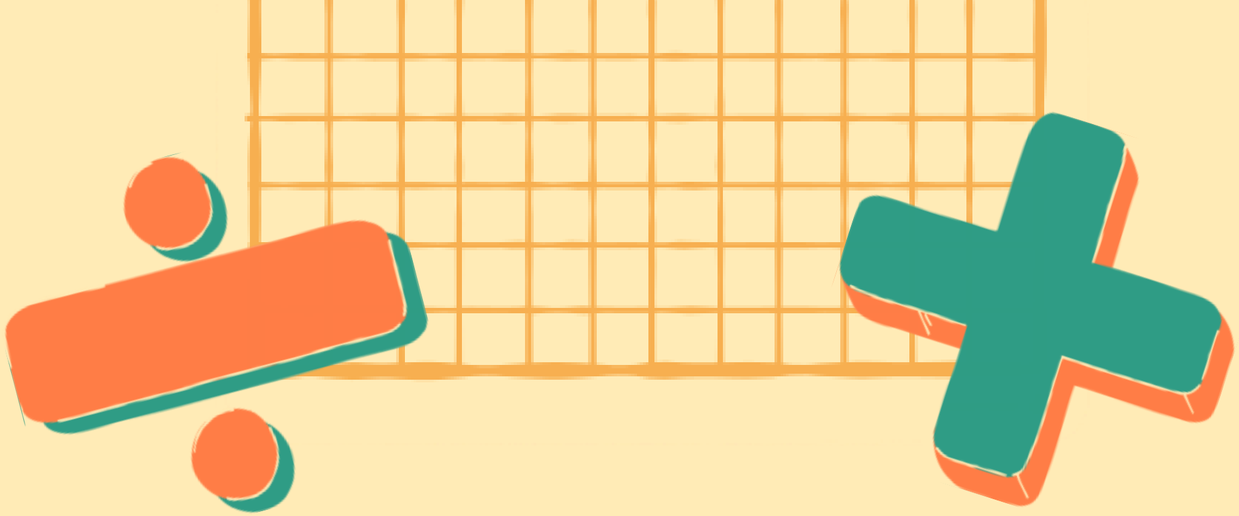
КОМБИНАЦИИ ПРЕДМЕТОВ, КОМАНД

Выполнили:
Щекутеев А
Лебединская С

ЧТО ТАКОЕ КОМБИНАТОРИКА?

КОМБИНАТОРИКА – РАЗДЕЛ МАТЕМАТИКИ, ПОСВЯЩЁННЫЙ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ, СВЯЗАННЫХ С ВЫБОРОМ И РАСПОЛОЖЕНИЕМ ЭЛЕМЕНТОВ НЕКОТОРОГО МНОЖЕСТВА В СООТВЕТСТВИИ С ЗАДАННЫМИ ПРАВИЛАМИ. КАЖДОЕ ТАКОЕ ПРАВИЛО ОПРЕДЕЛЯЕТ НЕКОТОРУЮ ВЫБОРКУ ИЗ ЭЛЕМЕНТОВ ИСХОДНОГО МНОЖЕСТВА,
КОТОРАЯ НАЗЫВАЕТСЯ КОМБИНАТОРНОЙ КОНФИГУРАЦИЕЙ. ПРОСТЕЙШИМИ ПРИМЕРАМИ КОМБИНАТОРНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ ЯВЛЯЮТСЯ ПЕРЕСТАНОВКИ, СОЧЕТАНИЯ И РАЗМЕЩЕНИЯ.

Правило умножения (основной принцип):



ЕСЛИ ИЗ НЕКОТОРОГО КОНЕЧНОГО МНОЖЕСТВА ПЕРВЫЙ ОБЪЕКТ (ЭЛЕМЕНТ)
МОЖНО ВЫБРАТЬ СПОСОБАМИ И ПОСЛЕ
КАЖДОГО ТАКОГО ВЫБОРА ВТОРОЙ ОБЪЕКТ (ЭЛЕМЕНТ)
МОЖНО ВЫБРАТЬ СПОСОБАМИ, ТО ОБА ОБЪЕКТА (И)
В УКАЗАННОМ ПОРЯДКЕ МОЖНО ВЫБРАТЬ СПОСОБАМИ. ЭТОТ ПРИНЦИП, ОЧЕВИДНО,
РАСПРОСТРАНЯЕТСЯ НА СЛУЧАЙ ТРЕХ И БОЛЕЕ ОБЪЕКТОВ.

ПРИМЕР:

СКОЛЬКО ТРЕХЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ МОЖНО СОСТАВИТЬ ИЗ ЦИФР 1, 2,3,4,5, ЕСЛИ:
А) ЦИФРЫ НЕ ПОВТОРЯЮТСЯ
Б) ЦИФРЫ МОГУТ ПОВТОРЯТСЯ

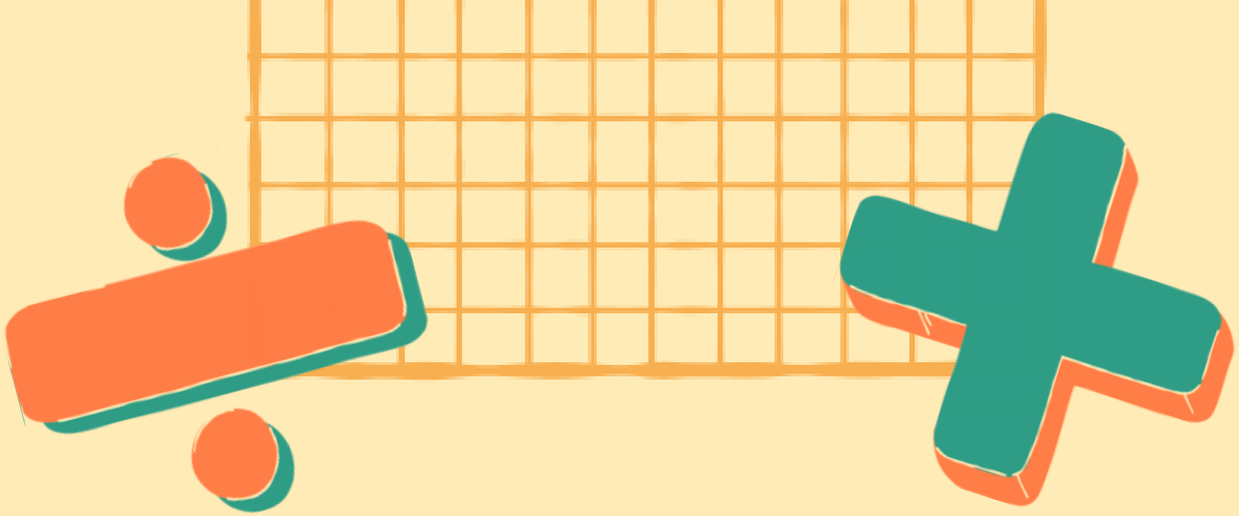
Решение.

Имеется 5 различных способов выбора цифры для первого места (слева в трехзначном числе). После того как первое место занято, на¬пример, цифрой 2, осталось четыре цифры для заполнения второго места. Для заполнения третьего места остается выбор из трех цифр. Следовательно, согласно правилу умножения имеется 5 . 4 . 3 = 60 спо¬собов расстановки цифр,

т. е. искомое количество трехзначных чисел есть 60. (Вот некоторые из этих чисел: 243, 541, 514, 132, ...)

Понятно, что если цифры могут повторяться, то трехзначных чисел 5 . 5 . 5 = 125. (Вот некоторые из них: 255, 333, 414, 111, ...)

ПРАВИЛО СУММЫ.



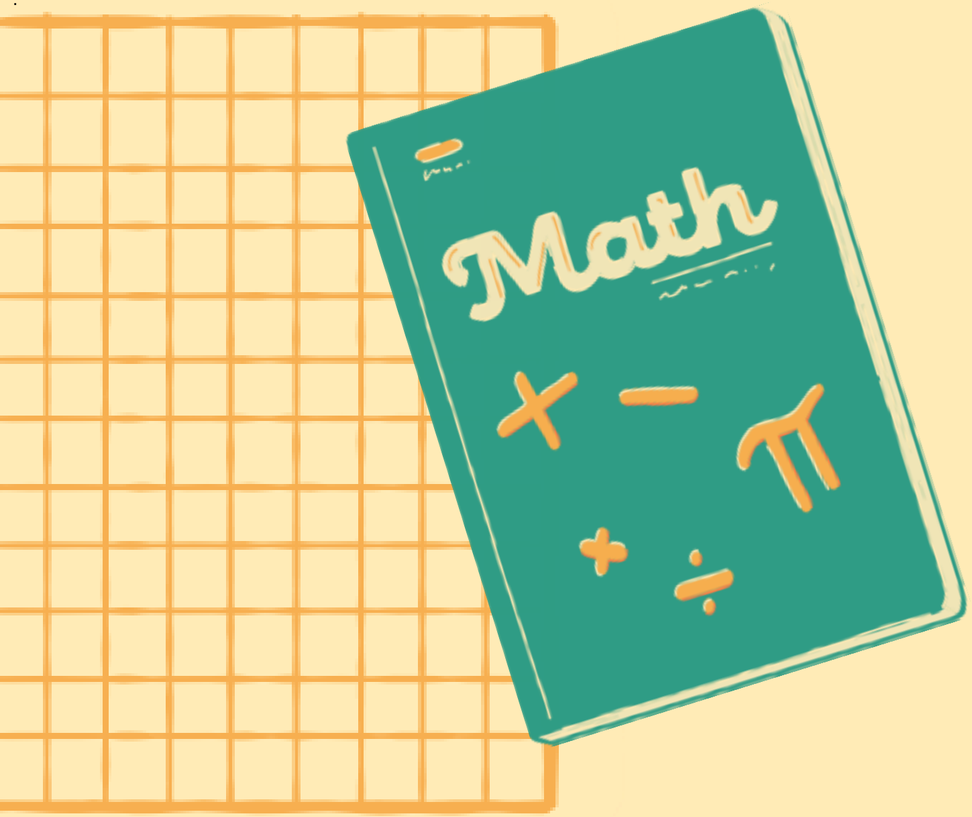
ЕСЛИ ОБЪЕКТ А МОЖЕТ БЫТЬ ВЫБРАН M РАЗЛИЧНЫМИ СПОСОБАМИ, А ДРУГОЙ ОБЪЕКТ В МОЖНО ВЫБРАТЬ N РАЗЛИЧНЫМИ СПОСОБАМИ, ПРИЧЕМ НИ ОДИН ИЗ СПОСОБОВ ВЫБОРА ОБЪЕКТА А НЕ СОВПАДАЕТ НИ С ОДНИМ ИЗ СПОСОБОВ ВЫБОРА ОБЪЕКТА В, ТО ВЫБОР «ЛИБО А, ЛИБО В» МОЖНО ОСУЩЕСТВИТЬ MN СПОСОБАМИ.

ПРИМЕР:

В СТУДЕНЧЕСКОЙ ГРУППЕ 14 ДЕВУШЕК И 6 ЮНОШЕЙ. СКОЛЬКИМИ СПОСОБАМИ МОЖНО ВЫБРАТЬ, ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ЗАДАНИЙ, ДВУХ СТУДЕНТОВ ОДНОГО ПОЛА?

Решение.

По правилу умножения двух девушек можно выбрать **14·13 = 182** способами, а двух юношей - **6·5 = 30** способами. Следует выбрать двух студентов одного пола: двух студенток или двух юношей. Соглас¬но правилу сложения таких способов выбора будет **182 + 30 = 212** .



РАЗМЕЩЕНИЯ

В комбинаторике размещéнием (из n по k) называется упорядоченный набор из k различных элементов из некоторого множества различных n элементов.

Пример 1: ⟨ 1 , 3 , 2 , 5 ⟩ {1,3,2,5} — это 4-элементное размещение из 6-элементного множества { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 } {1,2,3,4,5,6}.

Число размещений из элементов по элементов обозначается символом и вычисляется по формуле :

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)\cdot\ldots(n-m+1)$$

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} \qquad n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n1! = 1,\ 0! = 1$$

ПРИМЕР:

СОСТАВИТЬ РАЗЛИЧНЫЕ РАЗМЕЩЕНИЯ ПО 2 ИЗ ЭЛЕМЕНТОВ МНОЖЕСТВА $D = \{a, b, c\}$; ПОДСЧИТАТЬ ИХ ЧИСЛО.

Решение. Из трех элементов можно образовать следующие размещения по два элемента: **(a,b), (b,a), (a,c), (c,a), (b,c), (c,b).** Согласно форму¬ле **(1)** их число: **A_3∧2 = 3·2 = 6 .**

ПРИМЕР:

СКОЛЬКИМИ СПОСОБАМИ МОГУТ БЫТЬ ЗАНЯТЫ ПЕРВОЕ, ВТОРОЕ И ТРЕТЬЕ МЕСТА (ПО ОДНОМУ ЧЕЛОВЕКУ НА МЕСТО) НА СОРЕВНОВАНИЯХ, В КОТОРЫХ УЧАСТВУЮТ:

1.) 5 ЧЕЛОВЕК;

2.) 6 ЧЕЛОВЕК?

Это задача о выборе трех элементов из 5 или 6 с учетом порядка выбора.

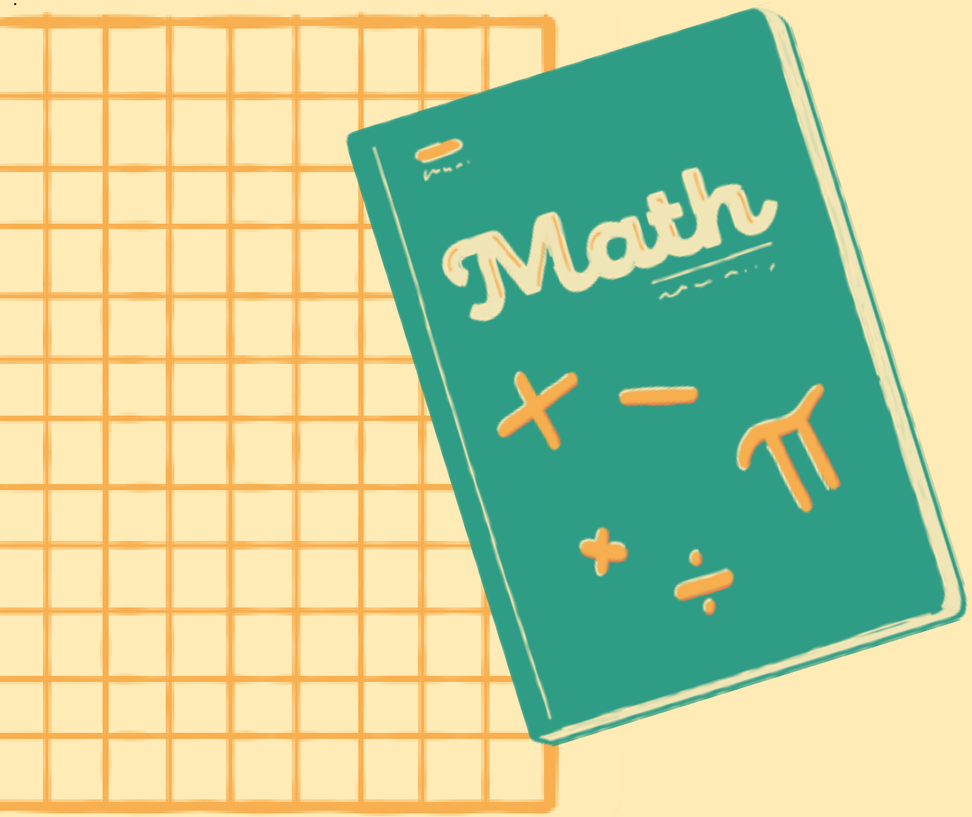
1)По правилу произведения 5 • 4 • 3 = 60 способов.

2)По правилу произведения 6*5*4 = 120 способов. Если учащиеся знают формулу для числа размещений, то получаем соответственно:

$A_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

$A_6^3 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$

Ответ: 1) 60 способов; 2) 120 способов



Перестановками из **n** элементов называются размещения из **n** элементов по **n** элементов, отличающиеся друг от друга лишь порядком элементов.

Число перестановок из **n** элементов обозначается символом **Pn** и вычисляется по формуле:

$$P_n=n!.$$

ПЕРЕСТАНОВКИ

ПРИМЕР:

Составить различные перестановки из элементов множества E={2,7,8}; подсчитать их число.

Решение. Из элементов данного множества можно составить следующие перестановки: **(2,7,8); (2,8,7); (7,2,8); (7,8,2); (8,2,7); (8,7,2).** По формуле имеем: **$P_3 = 3! = 1\cdot2\cdot3 = 6$.**

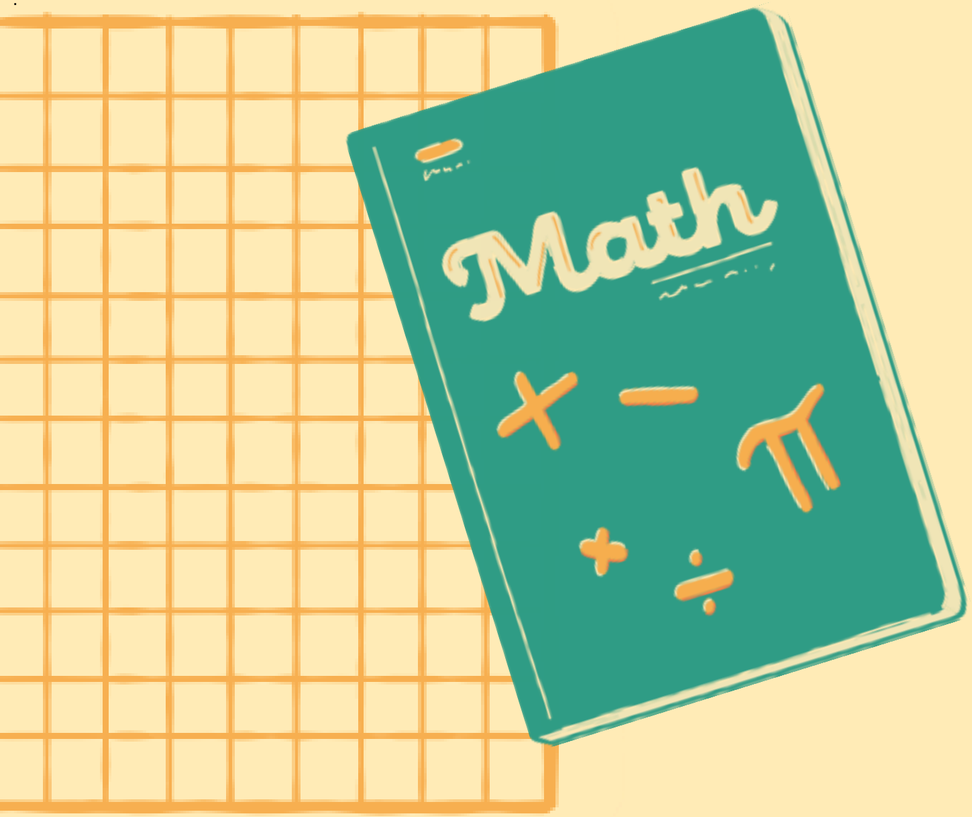
ПРИМЕР:

Четыре друга пришли делать прививки. Сколько возможно вариантов очередности похода к медсестре?

Решение.
Поскольку друзья могут идти к медсестре в любом порядке, то число возможных вариантов равно количеству перестановок четырех друзей.
Рассчитаем количество по формуле:.

$P_4 = 4! = 1*2*3*4 = 24.$

Значит, число возможных вариантов равенства 24.



СОЧЕТАНИЯ

Сочетаниями из **n** элементов по **m (o<m≤n)** элементов на¬зываются соединения, каждое из которых состоит из **m** элементов, взя¬тых из данных **n** элементов. Эти соединения отличаются друг от друга хотя бы одним элементом. В отличие от размещений, порядок следования элементов здесь не учитывается.

Число сочетаний из **n** элементов по **m** элементов обозначается сим¬волом **C_n∧m** и вычисляется по формуле

C_n∧m=n!/m!(n-m)!.

ПРИМЕР:

Составить различные сочетания по 2 из элементов мно¬жества D={a,b,c}; подсчитать их число.

Решение.
Из трех элементов можно образовать следующие сочетания по два элемента:
(a,b), (a,c), (b,c). **Их число:** $C_3^2=(3\cdot2)/(1\cdot2)=3$.

ПРИМЕР:

Во взводе 5 сержантов и 50 солдат. Сколькими способами можно составить наряд из одного сержанта и трёх солдат.

Решение.

Одного сержанта из пяти можно выбрать 5-ю разными способами. Для любого из этих способов выбора сержанта трёх солдат (порядок тройки не важен) из 50-ти можно выбрать

$$C_{50}^{3}=\frac{50!}{3!47!}=\frac{48\cdot 49\cdot 50}{1\cdot 2\cdot 3}=19600$$

числом способов. Тогда по правилу произведения весь наряд, то есть одного сержанта и трёх солдат, можно выбрать способами.

Спасибо за Внимание!