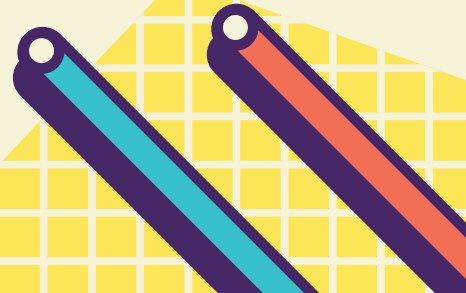
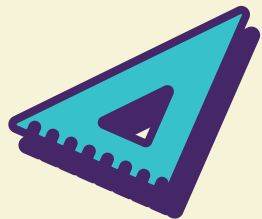


Егор
Леонтьев

Геометрическая вероятность

Теория и применение на
практике





Немного теории



Пусть случайное испытание можно представить себе как бросание точки наудачу в некоторую геометрическую область G (на прямой, плоскости или пространстве). Элементарные исходы – это отдельные точки G , любое событие A – это подмножество этой области, пространства элементарных исходов G .

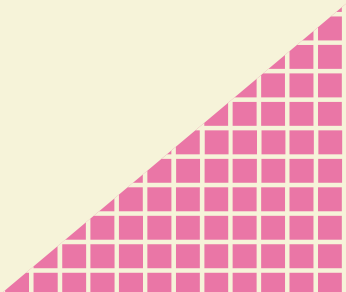
Если для простоты считать, что выбор точек равномерен внутри области, то вероятность попадания точки в некоторое подмножество пропорционально его мере (длине, площади, объему) и не зависит от его расположения и формы.



Геометрическая вероятность события A определяется отношением:

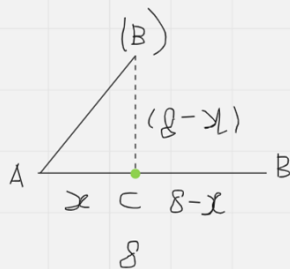
$$P(A) = m(A) / m(G)$$

$m(A)$ и $m(G)$ – геометрические меры (длины, площади или объемы) всего пространства элементарных исходов G и события A соответственно.



Задача 1

На отрезке АВ длиной 8 случайным образом выбирается точка С и отрезок сгибается в этой точке под прямым углом. Найдите вероятность того, что площадь треугольника ABC будет не меньше 6.



$$\begin{aligned} S_{\Delta} &= \frac{1}{2} a h \\ \frac{1}{2} x (8-x) &\geq 6 \\ x (8-x) &\geq 12 \\ 8x - x^2 - 12 &\geq 0 \\ x^2 - 8x + 12 &\leq 0 \\ x_1 = 6, \quad x_2 = 2 \end{aligned}$$

A horizontal number line with arrows at both ends. Two points are marked with green dots at 2 and 6. A thick black line segment connects these two points, indicating the interval where the inequality is satisfied. Above the line, there are plus signs at the ends and a minus sign in the middle, indicating the sign of the quadratic expression.

$$P = \frac{6-2}{8} = 0,5$$

Ответ: 0,5

Задача 2

Длина нити составляет 10 см. Нить порвалась в случайном месте. Какова вероятность того, что после обрыва имеется часть нити длиной не менее 8 см.

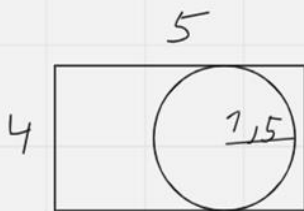
$$P = \frac{2}{10} + \frac{2}{10} = \frac{4}{10} = 0,4$$



Ответ: 0,4

Задача 3

В прямоугольник 5×4 см² вписан круг радиуса 1,5 см. Какова вероятность того, что точка, случайным образом поставленная в прямоугольник, окажется внутри круга?



$$S_{\square} = 4 \cdot 5 = 20 \text{ см}^2$$

$$S_{\circ} = 1,5^2 \cdot 3,14 = 7,065$$

$$P = \frac{7,065}{20} = 0,35$$

$$\text{Ответ: } 0,35$$

Задача 4

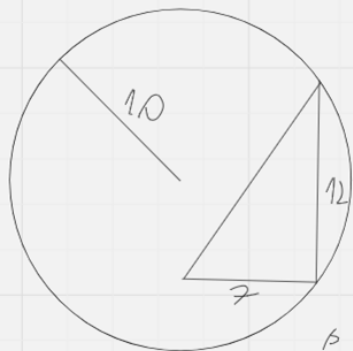
После бури на участке между 40-м и 70-м километрами телефонной линии произошел обрыв провода. Какова вероятность того, что он произошёл между 50-м и 55-м километрами линии?

$$P = \frac{55-50}{70-40} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

Ответ: $\frac{1}{6}$

Задача 5

В круге радиуса 10 см находится прямоугольный треугольник с катетами 12 и 7 см. В круг наудачу ставится точка. Найти вероятность того, что она не попадёт в данный треугольник.



$$S_0 = 10^2 \times 3,14 = 314 \text{ см}^2$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 7 = 42 \text{ см}^2$$

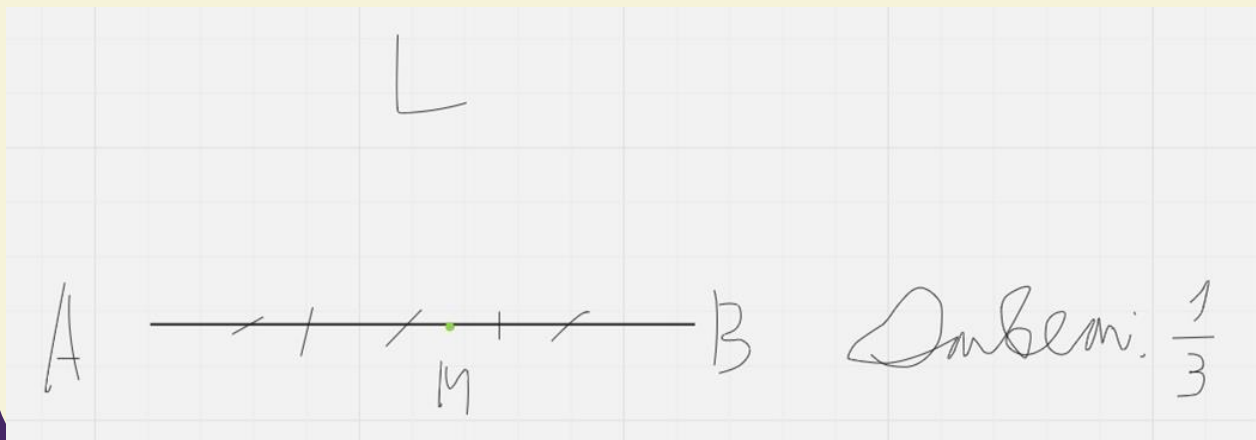
$$P_2 = \frac{42}{314} = 0,13 \text{ (точка попадет)}$$

$$P_1 = 1 - 0,13 = 0,87$$

Ответ. 0,87

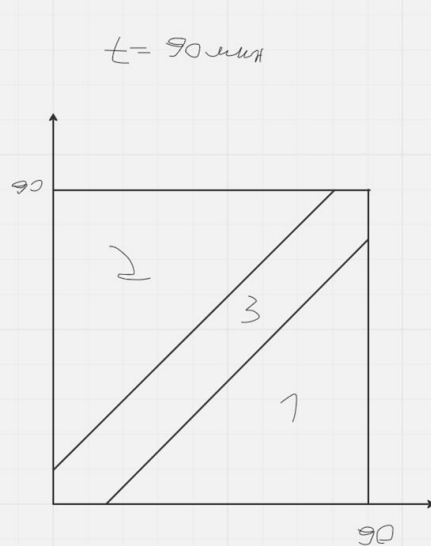
Задача 6

На отрезок AB длины L , брошена точка M так, что любое ее положение на отрезке равновозможно. Найти вероятность того, что меньший из отрезков (AM или MB) имеет длину, большую чем $L/3$.



Задача 7

Две грузовые машины могут подойти на погрузку в промежуток времени от 19.00 до 20.30. Погрузка первой машины длится 10 минут, второй – 15 минут. Какова вероятность того, что одной машине придется ждать окончания погрузки другой?



$$1 \neq 2$$
$$S_1 = \frac{75^2}{2} = 2812,5$$

$$S_2 = \frac{90^2}{2} = 4050$$

$$S_3 = 90^2 - (2812,5 + 4050) = 2137,5$$

$$P = \frac{2137,5}{8100} = 0,26$$

$$\text{ответ} = 0,26$$