Теория вероятности и статистика

Правило умножения Вероятностей

Выполнила: Забавина Юлиана 8м

Правило умножения – одно из основных комбинаторных принципов. Согласно ему, если элемент A можно выбрать n способами и, при любом выборе A (то есть независимо), элемент B можно выбрать m способами, то пару (A, B) можно выбрать n*m способами.

Правило умножения

- Если выбор каждого из объектов

a_i $(i = 1,2, \dots k)$

$a_1, a_2, \dots, a_k$

можно выполнить n_i способами, то выбор "и a_1, и $a_2 \dots$ и a_k" можно выполнить

N=$n_1 n_2 \dots n_k$

способами

Зависимые и независимые события

- Зависимые события — это события, вероятность наступления которых зависит от того, произошло событие D или не произошло.
- Независимые события — это события, вероятность наступления которых не зависит от того, произошло событие D или не произошло.

Примеры зависимых и независимых событий:

- Зависимые события: сход лавины зависит от количества выпавшего снега.
- Независимые события: два лыжника одновременно уходят на дистанцию независимо друг от друга.

- Если случайные события А и В независимые, то вероятность их совместного появления равна произведению вероятностей этих событий: P(A•B) = P(A) • P(B).
- **Задача 1** Имеется три ящика, содержащих по 10 деталей. В первом ящике 8, но втором 7 и в третьем 9 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что все три вынутые детали окажутся стандартными.

  Решение. Так как события А, В и С независимые в совокупности, то искомая вероятность (по теореме умножения) равна P(ABC)=P(A)*P(B)*P(C) = 0.8*0.7*0.9= 0.504
-

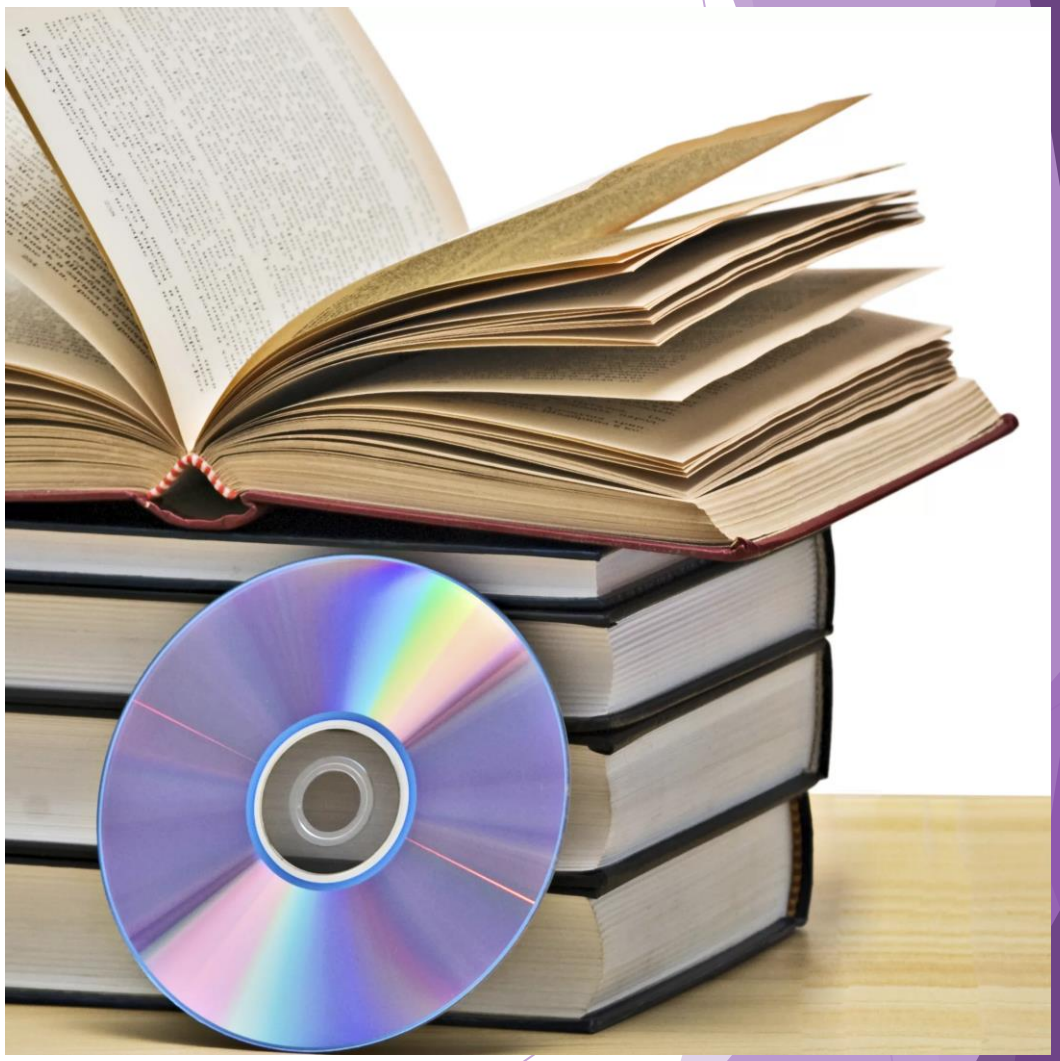
- Вероятность произведения двух зависимых событий А, В равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого P(AB)=P(B) P(A/B)=P(A)·P(B/A).

  Задача 2. Консультационная фирма претендует на два заказа от двух корпораций. Эксперты фирмы считают, что вероятность получения заказа в корпорации А (событие А) равна 0,45. Эксперты также полагают, что если фирма получит заказ у корпорации А, то вероятность того, что и корпорация В обратится к ним, равна 0,9. Какова вероятность получения фирмой обоих заказов?

- **Решение.** Согласно условиям P(A)=0,45, P(B/A)=0,9. Необходимо найти P(AB), которая является вероятностью того, что оба события (и событие А, и событие В) произойдут. P(AB)=P(A) P(B/A)=0,45-0,9=0,405.

Простой

Выбрать книгу и диск из 10 книг и 12 дисков можно $10 \times 12 = 120$ способами.



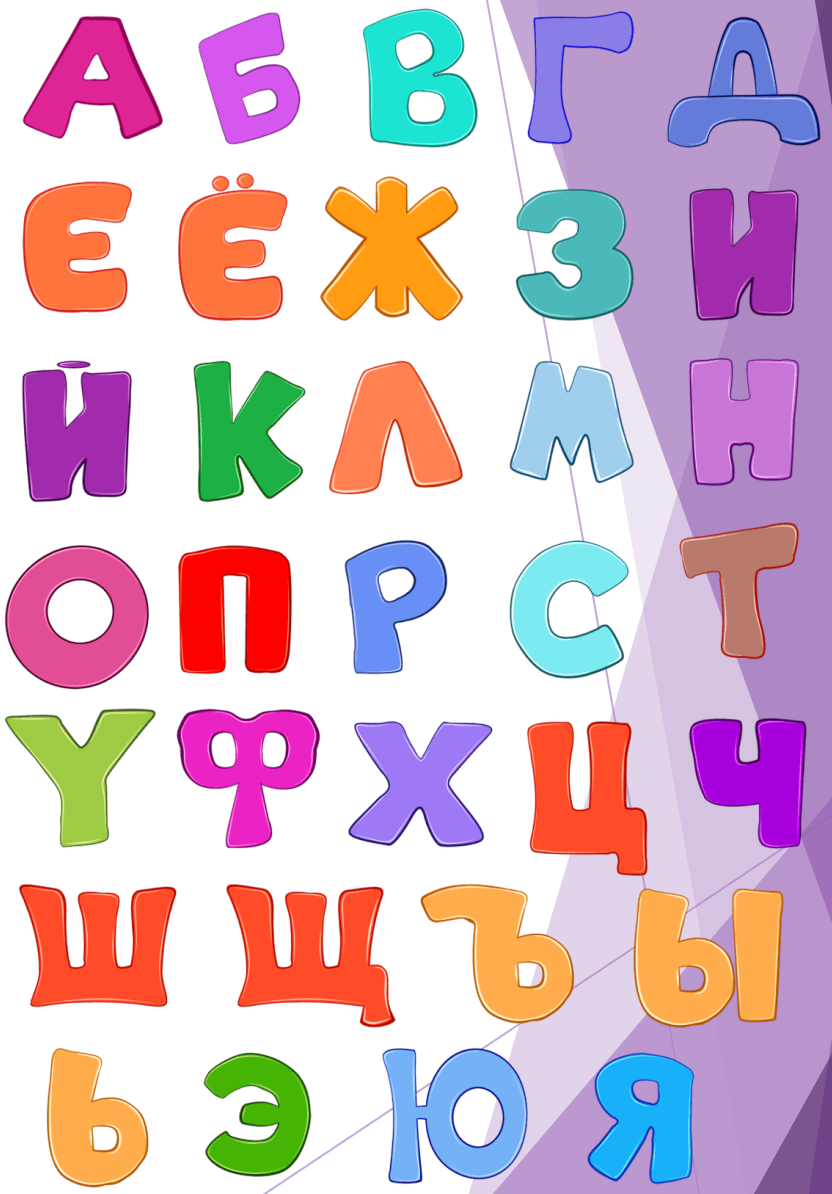
Количество размещений с повторениями

Если есть множество из n типов элементов, и нужно на каждом из m мест расположить элемент какого-либо типа (типы элементов могут совпадать на разных местах), то количество вариантов этого будет n^m.

Составной

Пусть требуется найти количество слов, составленных не более, чем из 3-х букв алфавита {a, b, c}. Количество n-буквенных слов равно количеству размещений из 3 букв на n мест с повторениями — оно равно 3^n. Количество всех слов (так как нужно учитывать любое из слов) будет складываться из количеств одно-, двух- и трёхбуквенных слов. Тогда ответ на первоначальный вопрос будет

3^1+3^2+3^3=39



- **Задача 3**. Государственные регистрационные автомобильные номера состоят из буквы, трех цифр, еще двух букв и номера региона. Буквы и цифры могут повторяться.

Можно использовать только 12 букв: А, В, Е, К, М, Н, О, Р, С, Т, У, Х. Цифры можно брать любые от 0 до 9. В качестве номера региона для московских автомобилей используется одно из чисел 77, 99 или 97.

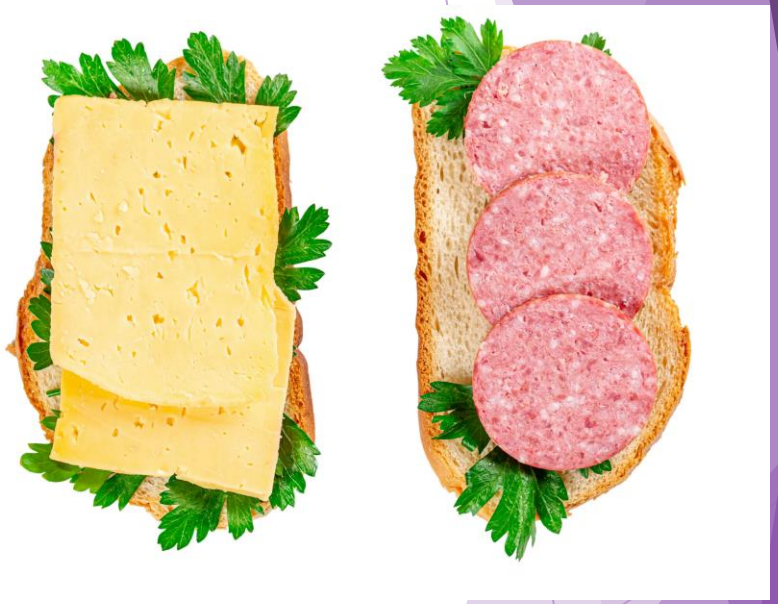
Сколько всего можно составить регистрационных номеров для автомобилей в Москве?

Решение: Первую цифру берем одну из 10, вторую — снова одну из 10 и третью снова одну из 10. Затем две буквы подряд. Каждая выбирается из 12 разрешенных букв. И наконец, номер региона. Он может оказаться одним из 3.
: $12 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 3 = 3 \cdot 103 \cdot 123 = 5$

Задача 4. Предположим, что имеется белый хлеб, черный
хлеб, сыр, колбаса и варенье. Сколько видов бутербродов можно
приготовить?

Выпишем сначала бутерброды с белым хлебом. Это бутерброд с сыром (БС), с колбасой (БК) и вареньем (БВ). Столько
же бутербродов можно приготовить и с черным хлебом: ЧС, ЧК и ЧВ.

Всего получается 6 видов бутербродов.

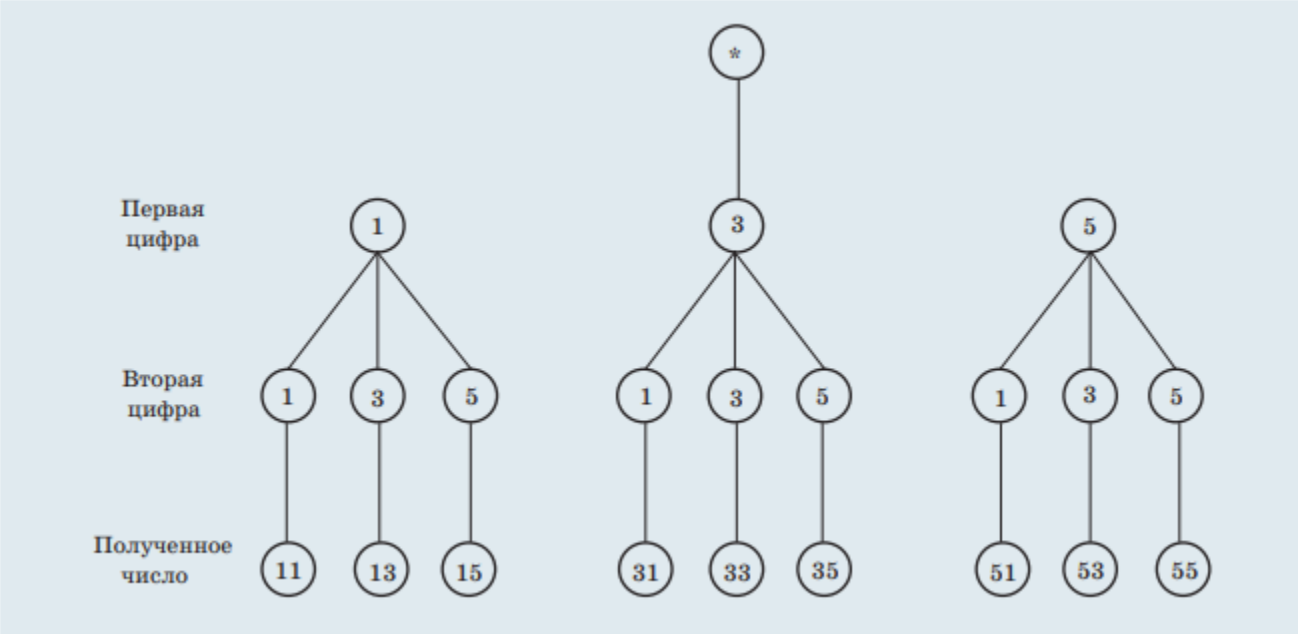


Задача 5. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1, 3 и 5?
Решение.
Способ I (простой перебор). Будем выписывать числа в порядке возрастания, а чтобы не прог одно из чисел, составим таблицу:

11	13	15
31	33	35
51	53	55

Первая цифра числа — номер строки, вторая цифра — номер столбца. Искомых чисел будет столько, сколько клеток в таблице, то есть 3*3 = 9.
Ответ: 9.

Способ II (использование дерева возможных вариантов).
Всего 3*3 = 9 различных двузначных чисел.
Ответ: 9.
Вывод. Этот способ нагляден, как всякая картинка, и позволяет все учесть, ничего не пропустив.



Способ III.(комбинаторное правило умножения) Ответ на вопрос, поставленный
в задаче, можно получить, не выписывая сами
числа.
Первую цифру можно выбрать тремя способами. Вторую цифру также можно выбрать тремя
способами. Всего 3*3 = 9 различных двузначных чисел.
Ответ: 9.
Вывод. Этот способ позволяет в один
шаг решать самые разнообразные задачи.

Задача 6

Вероятность того, что ручка бракованная, равна 0,05. Покупатель в магазине приобретает случайную упаковку, которая содержит две ручки. Найдите вероятность того, что обе ручки в этой упаковке окажутся исправными.

Решение

Вероятность того, что ручка исправная, равна 1−0,05=0,95.1−0,05=0,95. Найдём вероятность события «обе ручки исправны». Обозначим через A и B события «первая ручка исправна» и «вторая ручка исправна». Получили $P(A)=P(B)=0{,}95$. Событие «обе ручки исправны» — это пересечение событий $A\cap B$, его вероятность равна $P(A\cap B)=P(\mathrm{A})\cdot P(B)= 0{,}95\cdot 0{,}95= 0{,}9025$.

Ответ

0,9025

Задача 7 Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность
попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два раза промахнулся. Результат округлите до сотых.

Решение:
Вероятность попадания = 0,8
Вероятность промаха = 1 - 0,8 = 0,2
A={попал, попал, попал, промахнулся, промахнулся}
По формуле умножения вероятностей
P(A)= 0,8 · 0,8 · 0,8 · 0,2 · 0,2
P(A)= 0,512 · 0,04 = 0,02048 ≈ 0,02
Ответ: 0,02

Список литературы

- Учебник вероятность и статистика часть1 7-9 классы И.Р Высоцкий, И. И. Ященко
- https://ru.wikipedia.org/wiki/Правило_умножения
- https://ya-znau.ru/znaniya/zn/80
- https://omath.ru/combinatorics/rules/product/@article/
- https://nsportal.ru/shkola/matematika/library/2017/04/02/pravilo-umnozheniya-pri-reshenii-kombinatornyh-zadach
- https://vk.com/@inform_web-pravila-slozheniya-i-umnozheniya-v-kombinatorike

Спасибо за внимание!